

JOSÉ RUY GIOVANNI JÚNIOR
BENEDICTO CASTRUCCI

MANUAL DO
PROFESSOR

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

7

FTD

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

7

MANUAL DO
PROFESSOR

JOSÉ RUY GIOVANNI JÚNIOR

Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP).

Professor e assessor de Matemática em escolas de Ensino Fundamental e Médio desde 1985.

BENEDICTO CASTRUCCI

(Falecido em 2 de janeiro de 1995)

Bacharel e licenciado em Ciências Matemáticas pela Universidade de São Paulo (USP).

Foi professor de Matemática da Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP) e da Universidade de São Paulo (USP).

Foi professor de Matemática em escolas públicas e particulares de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Ensino Fundamental – Anos Finais

Componente curricular: Matemática



Copyright © Benedicto Castrucci, José Ruy Giovanni Júnior, 2018.

Diretor editorial	Antonio Luiz da Silva Rios
Diretora editorial adjunta	Silvana Rossi Júlio
Gerente editorial	Roberto Henrique Lopes da Silva
Editor	João Paulo Bortoluci
Editores assistentes	Adriano Rosa Lopes, Carlos Eduardo Bayer Simões Esteves, Diana Santos, Janaina Bezerra Pereira, Juliana Montagner, Luís Felipe Porto Mendes, Marcos Antônio Silva, Tatiana Ferrari D'Addio
Assessoria	Cristiane Boneto, Flávia Milão Silva, Francisco Mariani Casadore, Luciana de Oliveira Gerzoshkowitz Moura, Marjorie M. H. Hirata, Patrícia Furtado, Willian Seigui Tamashiro
Gerente de produção editorial	Mariana Milani
Coordenador de produção editorial	Marcelo Henrique Ferreira Fontes
Gerente de arte	Ricardo Borges
Coordenadora de arte	Daniela Máximo
Projeto gráfico	Carolina Ferreira, Juliana Carvalho
Projeto de capa	Sergio Cândido
Foto de capa	petefrone/Shutterstock.com
Supervisora de arte	Isabel Cristina Ferreira Corandin
Editora de arte	Dayane Santiago, Nadir Fernandes Racheti
Diagramação	Débora Jôia, Eduardo Benetorio, Gabriel Basaglia, José Aparecido A. da Silva, Lucas Trevelin
Tratamento de imagens	Ana Isabela Pithan Maraschin, Eziquiel Racheti
Coordenadora de ilustrações e cartografia	Marcia Berne
Ilustrações	Alex Argozino, Alex Silva, Bentinho, Dani Mota, Daniel Almeida, Daniel Bogni, Dayane Raven, Dnepwu, Ilustra Cartoon, Lucas Farauj, Manzi, Marcos Guilherme, Marcos Machado, MW Editora e Ilustrações, Renato Bassani, Wandson Rocha
Cartografia	Allmaps, Renato Bassani, Sonia Vaz
Coordenadora de preparação e revisão	Lilian Semenichin
Supervisora de preparação e revisão	Maria Clara Paes
Revisão	Ana Lúcia Horn, Carolina Manley, Cristiane Casseb, Edna Viana, Giselle Mussi de Moura, Jussara R. Gomes, Katia Cardoso, Lilian Vismari, Lucila Segóvia, Miyuki Kishi, Renato A. Colombo Jr., Solange Guerra, Yara Affonso
Supervisora de iconografia e licenciamento de textos	Elaine Bueno
Iconografia	Rosa André
Licenciamento de textos	Carla Marques, Vanessa Trindade
Supervisora de arquivos de segurança	Silvia Regina E. Almeida
Diretor de operações e produção gráfica	Reginaldo Soares Damasceno

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Giovanni Júnior, José Ruy

A conquista da matemática : 7º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci. — 4. ed. — São Paulo : FTD, 2018.

“Componente curricular: Matemática.”

ISBN 978-85-96-01915-6 (aluno)

ISBN 978-85-96-01916-3 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Castrucci, Benedicto. II. Título.

18-20687

CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7
Cibele Maria Dias – Bibliotecária – CRB-8/9427

Reprodução proibida: Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998. Todos os direitos reservados à

EDITORA FTD.

Rua Rui Barbosa, 156 – Bela Vista – São Paulo – SP
CEP 01326-010 – Tel. 0800 772 2300
Caixa Postal 65149 – CEP da Caixa Postal 01390-970
www.ftd.com.br
central.relatorio@ftd.com.br

Em respeito ao meio ambiente, as folhas deste livro foram produzidas com fibras obtidas de árvores de florestas plantadas, com origem certificada.

Impresso no Parque Gráfico da Editora FTD
CNPJ 61.186.490/0016-33
Avenida Antonio Bardella, 300
Guarulhos-SP – CEP 07220-020
Tel. (11) 3545-8600 e Fax (11) 2412-5375

APRESENTAÇÃO

O intuito desta obra é oferecer aos alunos e professores um material que norteie o trabalho com as ideias matemáticas, levando em consideração as especificidades da faixa etária a que se destina.

Esperamos que este contato com os conceitos matemáticos contribua para que se estabeleça uma relação significativa entre o aluno e o conhecimento da Matemática, pautada pela curiosidade e pela reflexão.

Ao longo dos volumes desta obra, pretendemos ainda estabelecer um elo entre a Educação Matemática e a formação do sujeito autônomo e consciente do seu papel, tendo em vista que paradigmas em Educação apontam para a formação de um aluno crítico, capaz de analisar, interpretar e participar ativamente na sociedade ao seu redor.

Para descortinar o contexto permeado por múltiplas linguagens e tecnologias em que se inserem, assumindo-se como cidadãos autônomos e conscientes das relações sociais que vivenciam diariamente, nossos alunos precisam se apropriar dos conhecimentos sócio-historicamente construídos, valendo-se de estratégias e habilidades requeridas pelo mundo contemporâneo. E, no intuito de auxiliar você, professor, a capitanear essa aventura que é o processo de ensino e aprendizagem nos anos finais do Ensino Fundamental, foram elaboradas estas Orientações. Aqui, você encontrará diversas sugestões e bases para o seu trabalho diário.

Esperamos que tudo isso possa contribuir para a dinâmica dos atos de aprender e de ensinar, levando a aprendizagens significativas e prazerosas na área da Matemática no Ensino Fundamental.

Aventure-se você também!

Os autores.

SUMÁRIO

CONHEÇA AS ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR	V
Material impresso.....	V
Material digital.....	VI
CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA.....	VII
Modelagem.....	VIII
Resolução de problemas.....	IX
Tecnologias digitais: suas potencialidades no ensino e na aprendizagem	XI
Comunicação nas aulas de Matemática.....	XII
A BNCC E O ENSINO DE MATEMÁTICA	XIII
As competências.....	XIV
QUADRO DE HABILIDADES DA BNCC.....	XVI
UMA VISÃO INTERDISCIPLINAR E OS TEMAS CONTEMPORÂNEOS	XXV
O PAPEL DO PROFESSOR	XXVI
AVALIAÇÃO	XXVII
CONHEÇA A OBRA	XXX
As aberturas de unidades.....	XXX
Os capítulos	XXXI
Os boxes e as seções desta obra	XXXI
Quadros de conteúdos e habilidades da obra	XXXIV
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	XXXIX
DOCUMENTOS OFICIAIS	XLI
SUGESTÕES DE REVISTAS E OUTRAS PUBLICAÇÕES DE APOIO AO TRABALHO DO PROFESSOR	XLII
ENDEREÇOS DE OUTRAS ENTIDADES DE APOIO AO TRABALHO DO PROFESSOR.....	XLIII
SITES	XLIV
ORIENTAÇÕES ESPECÍFICAS DO VOLUME 7	
Unidade 1 – Números naturais e operações.....	12
Unidade 2 – O conjunto dos números inteiros.....	30
Unidade 3 – Transformações geométricas e simetria	76
Unidade 4 – O conjunto dos números racionais.....	98
Unidade 5 – Linguagem algébrica e equações.....	130
Unidade 6 – Figuras geométricas planas	164
Unidade 7 – Grandezas proporcionais	200
Unidade 8 – Porcentagem, probabilidade e estatística	236
Unidade 9 – Área e volume	258
Resoluções	289

CONHEÇA AS ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR

MATERIAL IMPRESSO

Estas Orientações buscam elucidar os caminhos por nós percorridos desde a idealização desta obra até a efetivação das propostas apresentadas em cada volume.

Acreditamos ser de grande relevância conhecer os pressupostos teóricos que a embasam para, a partir desses, perceber a estrutura e os elementos que a compõem. Além da apresentação desses norteadores, buscamos promover reflexões acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática e as possíveis ações e estratégias utilizadas em sala de aula. Não podemos deixar de mencionar que muitas explorações aqui apresentadas ao professor trata-se de sugestões e, portanto, podem e devem ser adaptadas sempre que necessário.

Durante a elaboração deste manual, procuramos utilizar uma linguagem clara e objetiva que permita uma fácil visualização das articulações por nós idealizadas.

Organizamos este material em duas partes:

- Na primeira parte, serão apresentadas reflexões acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática e dos possíveis instrumentos e ferramentas que podem favorecer a construção do conhecimento matemático nos anos finais do Ensino Fundamental e, como dissemos anteriormente, muitas dessas abordagens nortearam a elaboração desta obra. Dentre os documentos por nós utilizados está a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).
- Na segunda parte, disposta em formato de U, o professor encontrará o detalhamento das situações e atividades propostas no livro do aluno, juntamente com sugestões que possam tornar o processo de ensino e aprendizagem mais rico e proveitoso. Além dessas indicações, será possível visualizar as habilidades e competências a serem desenvolvidas. Nessa parte o professor encontrará as seções:

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

No início de cada Unidade serão explicitadas as competências (gerais e específicas) e as habilidades a serem exploradas e desenvolvidas.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O professor encontrará comentários e orientações específicas referentes a cada página do livro do aluno; os comentários podem abordar o conteúdo principal a ser desenvolvido e/ou ainda as seções e boxes existentes na página que está sendo comentada. Acreditamos que essas indicações poderão favorecer o trabalho do professor levando a um melhor aproveitamento dos conhecimentos matemáticos a serem explorados.

AMPLIANDO

Nesta Seção serão apresentadas atividades e leituras complementares que podem enriquecer o trabalho do professor e permitir o aprofundamento, tanto do professor quanto do aluno, das questões e abordagens apresentadas na referida Unidade.

NO DIGITAL

Indicações de planos de desenvolvimento, projetos integradores, sequências didáticas e propostas de acompanhamento de aprendizagem que podem ser encontrados no **Manual do professor – Material digital** e que têm o propósito de enriquecer a sua prática pedagógica.

NO AUDIOVISUAL

Indicações de materiais audiovisuais produzidos exclusivamente para a coleção.

Ao final da segunda parte, já não disposto em U, o professor encontrará a resolução das atividades propostas ao longo do volume.

Esperamos que todos esses recursos possam contribuir com o trabalho do professor, dentro e fora da sala de aula, e com o alcance de um objetivo educacional ainda maior: a formação de um aluno crítico, capaz de analisar, interpretar e atuar no mundo de forma consciente, cooperativa e autônoma.

MATERIAL DIGITAL

Além dos quatro volumes impressos deste Manual do Professor, a coleção apresenta quatro volumes de **Manual do professor – Material digital**. São recursos que ajudam a enriquecer o trabalho do professor e a potencializar as relações de ensino-aprendizagem em sala de aula. Os materiais digitais estão organizados em bimestres e cada um deles possui a composição a seguir.

Plano de desenvolvimento: documento que apresenta os temas que serão trabalhados ao longo do bimestre, relacionando-os aos objetos de conhecimento, habilidades e competências presentes na BNCC. Também são sugeridas estratégias didático-pedagógicas que auxiliam o professor na gestão da sala de aula e fontes de pesquisa complementares que podem ser consultadas pelo professor ou apresentadas para os alunos.

Cada Plano de desenvolvimento apresenta um **Projeto integrador**, cujo objetivo é tornar a aprendizagem dos alunos mais concreta, articulando diferentes componentes curriculares a situações de aprendizagem relacionadas ao cotidiano da turma. Por meio dos projetos, é possível explorar temas transversais, estimular o desenvolvimento das competências socioemocionais e trabalhar com habilidades próprias de diferentes componentes curriculares.

Sequências didáticas: são um conjunto de atividades estruturadas aula a aula que relacionam objetos de conhecimento, habilidades e competências presentes na BNCC, de modo a ajudar o aluno a alcançar um objetivo de aprendizagem definido. Nas sequências didáticas, foram propostas atividades que podem ser aplicadas complementarmente ao livro impresso. Também estão presentes sugestões de avaliações que ajudam o professor a aferir se os alunos alcançaram os objetivos de aprendizagem propostos.

Proposta de acompanhamento da aprendizagem: é um conjunto de dez atividades (e seus respectivos gabaritos) destinadas ao aluno, acompanhado de fichas que podem ser preenchidas pelo professor. Esse material tem o objetivo de ajudar a verificar a aprendizagem dos alunos, especialmente se houve domínio das habilidades previstas para o período, e a mapear as principais dificuldades apresentadas pela turma, auxiliando o trabalho de planejamento do professor e a autoavaliação da própria prática pedagógica.

Material digital audiovisual: são vídeos e videoaulas produzidos para os alunos. Nesses materiais tivemos a preocupação de contextualizar os conteúdos, por vezes utilizando conexões com as demais áreas e/ou a história da Matemática. Esses recursos poderão complementar o trabalho do professor no desenvolvimento de habilidades e competências previstas na BNCC.

CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

A Matemática não reside apenas no trabalho com os números e as operações; ela vai além. Devemos considerar toda a amplitude que essa área de conhecimento pode oferecer à formação do indivíduo.

Considerando a importância do ensino da Matemática na esfera escolar, devemos ter em mente que:

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação é a Base. Brasília, DF, 2018. p. 263. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica>>. Acesso em: 13 ago. 2018.

Desse modo, durante seu estudo, há uma série de habilidades que podem ser desenvolvidas visando capacitar o aluno a mobilizar as aprendizagens e solucionar situações do cotidiano.

O aprendizado durante esse processo certamente servirá ao aluno como exercício para o desempenho de seu papel como cidadão em interação com o mundo que o cerca; afinal, não queremos formar uma pessoa que apenas saiba, mas que, com seus conhecimentos, possa estabelecer relações com o mundo ao seu redor e fazer intervenções e modificações em seu ambiente de maneira consciente, responsável e eficiente.

Podemos dizer que compreender a Matemática é uma tarefa ampla e repleta de variáveis. Quando estamos diante da aprendizagem de um novo conceito, precisamos formular nossas hipóteses, escutar as dos outros, planejar a maneira de resolver determinado problema, confrontar nossas respostas ou hipóteses com as dos outros, antecipar e validar resoluções. Portanto, dentre as várias habilidades que são adquiridas ao desenvolver os conhecimentos matemáticos, podemos destacar o raciocínio lógico-dedutivo, que tem papel primordial na formação do sujeito. Todo esse percurso faz acontecer uma aprendizagem mais significativa e mais abrangente.

A possibilidade de analisar várias formas de resolver determinados problemas e de confrontar e validar hipóteses também propicia uma aprendizagem que extrapola o ensino de Matemática, culminando na formação de um indivíduo mais atuante na sociedade, que se relaciona com grupos e que enfrenta situações-problema buscando soluções e não se inibindo diante de questões complexas.

Além do raciocínio lógico, merece destaque o trabalho que envolve processos mentais básicos como as noções de correspondência, comparação, classificação, sequencição, seriação, inclusão e conservação. Esses processos mentais podem ser desenvolvidos com base nas atividades da exploração matemática e também contribuem para que os alunos se tornem capazes de solucionar situações do cotidiano utilizando os conceitos, as diferentes maneiras de proceder e a antecipação de resultados.

Temos assistido no desenvolvimento de pesquisas em Educação Matemática a uma forte conexão entre tendências que contextualizam os objetos matemáticos – como modelagem, resolução de problemas, interdisciplinaridade, pedagogia de projetos e uso de tecnologias digitais (TD) – e as justificativas educacionais que a sustentam, a tal ponto que fica difícil efetuar, por exemplo, a modelagem matemática aplicada ao ensino de Matemática sem tangenciar outra tendência, e a modelagem matemática torna-se fator de geração de problemas que vão sendo gerenciados por uma ou outra tendência. (MALHEIROS, 2012)

A seguir apresentaremos algumas ideias acerca dessas tendências.

MODELAGEM

Para melhor compreendermos o significado da modelagem no contexto do ensino e da aprendizagem da Matemática, será preciso recuperá-lo no contexto da aplicabilidade da Matemática, aquela exercida por profissionais das mais diversas áreas do conhecimento humano.

Segundo Bean (2001), ao falarmos das raízes da aplicabilidade da Matemática, temos em mente situações-problema complexas e não bem definidas encontradas nas indústrias, no setor da saúde e no meio ambiente, entre outras. Para encaminhamento de uma solução ou de uma melhor compreensão do que ocorre e precisa ser solucionado, será necessário que o profissional responsável crie ou pelo menos modifique modelos matemáticos já existentes, definindo parâmetros, características e relações entre eles.

As características e relações, extraídas de hipóteses e aproximações simplificadoras, são traduzidas em termos matemáticos (o modelo), nos quais a matemática reflete a situação-problema. Durante e depois da criação do modelo o profissional verifica a coerência do modelo e a validade do modelo no contexto do problema original.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 8, n. 9, p. 49-57, 2001.

Segundo esse autor, uma transferência do método da modelagem, como exposto anteriormente, vem sendo implantada na Matemática desenvolvida nas escolas a fim de dar respostas às dimensões socioculturais da educação e ao baixo desenvolvimento do aluno na própria Matemática.

Essa transferência de método se dá apoiada na resolução de problemas aplicados, os quais tratam de questões de relevância que motivem o aluno a buscar soluções.

Esse autor estudou dissertações e teses de Educação Matemática e afirma que delas surgem duas abordagens: a modelagem como uma metodologia de problematização e a modelagem como aprendizagem baseada em problemas.

As duas pretendem focar situações de interesse do aluno. A primeira problematiza uma situação dada, não bem definida, e é intitulada modelagem; e a segunda, chamada de modelação, trabalha uma situação dada já em forma de situação-problema relacionada ao conteúdo a ser ministrado.

Bean (2001) salienta ainda que a modelagem difere da resolução de problemas quando a situação não for bem definida, tal qual proposto por Polya, que será abordado posteriormente nestas Orientações. Para Bean (2001),

A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto a críticas e ao aperfeiçoamento.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 8, n. 9, p. 49-57, 2001.

Sem dúvida, uma vez que o modelo esteja formatado, há de se querer chegar a um resultado, solucionando-o. Daí a aproximação e o afastamento das metodologias – resolução de problemas, modelagem ou modelação – como propostas de ensino da Matemática.

A resolução de problemas, na maioria dos casos, não envolve hipóteses e aproximações simplificadoras na criação de modelos. O problema dado já é bem definido. E, talvez, por causa das diferenças citadas é que a resolução de problemas se torna uma metodologia muito indicada para o Ensino Fundamental de Matemática na BNCC em detrimento da modelagem matemática e da modelação matemática, que têm sua maior projeção no Ensino Superior.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Muito já se pesquisou desde a apresentação das quatro etapas para se chegar à solução de um problema descritas por Polya, em seu livro intitulado **How to Solve It**, cuja primeira edição data de 1945. A tendência da Educação Matemática por “resolução de problemas” avança hoje para além das fronteiras de um método de resolução e passa a ser desenvolvida como uma perspectiva metodológica para o ensino da Matemática.

Onuchic (1999) nos traz uma retrospectiva do desenvolvimento dessa tendência, evidenciando o trabalho realizado por Schoeder e Lester (1989) que aponta para diferentes modos de abordá-la. Pode-se adotar uma atitude educativa que corresponda a *ensinar resolução de problemas*. Nessa abordagem, os modelos de resoluções constituem o foco da atividade. Pode-se, por outro lado, *ensinar a resolver problemas*; o foco nesse caso é concentrar-se no ensino de Matemática e no que dela pode ser aplicado na solução de problemas rotineiros ou não; e, por último, pode-se assumir uma conduta de *ensinar a Matemática por meio da resolução de problemas*, na qual

[...] os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas também, como um primeiro passo para se fazer isto. O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. [...], deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar símbolos).

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 207.

Para Onuchic, essa abordagem é a mais coerente com as indicações apresentadas nos PCNs e estendemos aqui essa coerência à BNCC, pela qual se espera que os alunos “desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (BNCC, p. 263). Onuchic afirma ainda que nessa abordagem “o aluno tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende Matemática para resolver problemas” (p. 211).

Embora não haja uma forma rígida de ensinar por meio da resolução de problemas, passaremos a descrever sucintamente um roteiro básico metodológico, que poderá ser desenvolvido com base em situações-problema propostas em cada volume da obra.

O roteiro apresentado por Onuchic e Allevato (2011) pode ser dividido nas seguintes etapas:

Preparação do problema: nesta primeira etapa, vale ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não foi trabalhado anteriormente em sala de aula. A ideia é que mobilizem os conhecimentos que possuem para, a partir deles, construir novos conhecimentos necessários para a resolução.

Leitura do problema: é a etapa em que se promove uma leitura individual do problema, seguida de uma leitura em conjunto, a fim de propiciar esclarecimento de eventuais dúvidas.

Resolução do problema: com base no entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.

Observar e incentivar: nesta etapa, o professor se torna um mediador e, portanto, não tem mais o papel de transmissor do conhecimento.

Registro das resoluções no quadro de giz: representantes dos grupos são convidados a registrar e socializar, no quadro de giz, suas resoluções independentemente de estarem certas ou erradas.

Plenária: para essa etapa, são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas no quadro de giz pelos colegas, defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. Nesse processo, o professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos.

Busca do consenso: depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso do resultado correto.

Formalização do conteúdo: neste momento, denominado *formalização*, o professor registra no quadro de giz uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática –, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos por meio da resolução do problema.

Segundo Onuchic e Allevato (2009), durante a aplicação da metodologia surgem sempre oportunidades para avaliar a compreensão dos alunos dos conceitos que envolvem o problema proposto, possibilitando a você, professor, perceber o crescimento do conhecimento matemático deles, o que faz a aplicação do método ser um momento de ensino-aprendizagem-avaliação.

Onuchic (1999) alerta para a importância de sua ação, professor, e de sua formação ao aplicar essa metodologia.

Nisso vale ressaltar que o sucesso da operacionalização proposta depende, em grande parte, dos professores que irão implementá-la nas salas de aula e de como serão formados esses profissionais nessa perspectiva de trabalho.

ONUICHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções & perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 212.

TECNOLOGIAS DIGITAIS: SUAS POTENCIALIDADES NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM

É inegável a presença das *Tecnologias Digitais* (TD) nas nossas vidas particulares, no mundo do trabalho e no desenvolvimento do conhecimento gerado na época em que vivemos. Nossa intenção é promover algumas reflexões acerca das possíveis relações existentes entre as TD e o trabalho desenvolvido na escola pensando nos principais motivos que podem levar ao fortalecimento dessa relação.

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), no livro intitulado **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**, analisam as pesquisas desenvolvidas no Brasil, nos últimos 30 anos, que tratam da presença das tecnologias digitais na Educação Matemática.

Essa tecnologia assumiu nomes distintos que simbolizaram diferentes épocas: Logo, informática, educação matemática *online*, tecnologias da informação, tecnologias da informação e comunicação, internet etc. Os diversificados termos utilizados enfatizaram diferentes aspectos desta tecnologia que, como o título sugere, está em movimento.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2014, p. 16.

As diferentes formas – de como a sala de aula de Matemática tem se transformado com o evento das tecnologias – foram classificadas pelos autores em quatro fases. Passaremos a expor um breve resumo de cada uma das fases por eles descritas. Para uma compreensão mais profunda sobre cada uma das fases e suas fundamentações, recomendamos a leitura do livro.

A primeira fase, nos anos de 1980, já discutia o uso de calculadoras simples ou científicas e de computadores. Tecnologia de Informática (TI) era o termo utilizado para se referir a computadores e *softwares*. No entanto, o uso do *software* LOGO é que principalmente caracterizou essa fase fundamentada no *construcionismo*, que considerava o potencial da programação do LOGO ao enfatizar relações entre linguagem de programação e pensamento matemático. Havia nessa fase a preocupação com a implantação de laboratórios de informática nas escolas e a formação de professores, pois o papel atribuído às tecnologias era o de catalisador para as mudanças pedagógicas.

A segunda fase teve início em 1990. Nela existiam muitas perspectivas de como os estudantes, professores e pesquisadores viam o papel dos computadores em suas vidas pessoais e profissionais. Muitos nem chegaram a usar os computadores, “outros ainda, por perceberem as transformações cognitivas, sociais e culturais que ocorriam com o uso de TI, buscavam explorar possibilidades didático-pedagógicas. Diversos *softwares* educativos foram então produzidos por empresas, governo e pesquisadores” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 22). Nessa fase, os autores destacam o uso de *softwares* para o ensino de funções (como o Winplot, o Fun e o Graphmathica) e para o de geometria dinâmica (como o Cabri Géomètre e o Geometricks). Esses *softwares* abrem várias possibilidades didático-pedagógicas apoiadas nas ideias de manipulação, combinação, visualização e construção de objetos matemáticos, tudo minuciosamente descrito pelos autores.

A terceira fase tem início em 1999, com o advento da internet. Em educação, a internet começa a ser utilizada como fonte de informação e como meio de comunicação. Surgem os cursos a distância para formação continuada de professores via *e-mails*, *chats* e fóruns. O termo agora utilizado é Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Em termos de pesquisa, muitas são as questões investigadas, por exemplo: Qual é a natureza do pensamento matemático em cursos *on-line*? Como a Matemática é transformada em ambientes *on-line*? Em termos de oportunidades didático-pedagógicas, os pesquisadores colocam em evidência que a interação em ambientes virtuais de aprendizagem oferece nuances cognitivas diversificadas ao investir em multiplicidades de nós e conexões, estimulando a coautoria do estudante na atividade proposta.

Atualmente, estamos vivendo a quarta fase, cujo surgimento deu-se em 2014 com a banda larga. Compõem essa fase instrumentos como computador, *laptops*, *tablets*, telefones celulares e internet rápida. O termo utilizado para enunciá-la é Tecnologia Digital (TD).

É interessante notar que as fases não se esgotam, muitas das perguntas formuladas em seu início ainda permanecem sendo investigadas e novas questões surgem com o avanço das tecnologias e sua inserção na sociedade.

O que até agora apresentamos nos dá a dimensão da força e da rapidez com que as tecnologias vão sendo implantadas nas nossas vidas e de como o uso delas nas escolas não pode mais ser retardado. O uso das tecnologias tem um papel preponderante na formação do cidadão ao empreendermos uma visão ampla de educação.

O acesso à informática deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual inclua, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica”. Tal alfabetização deve ser vista não como um Curso de Informática, mas, sim, como um aprender a ler essa nova mídia. Assim, o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais etc. E, neste sentido, a informática na escola passa a ser parte da resposta a questões ligadas à cidadania.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010, p. 17.

Nessa mesma perspectiva sobre o uso das TD em sala de aula, Ponte (2000) afirma que as próprias TIC (na época ainda não iniciada a nova fase) são ferramentas de trabalho pedagógico que podem ser usadas livremente e de maneira criativa por professores e alunos na realização de diversificadas atividades. Essa ferramenta pode vir a ser articulada ao trabalho por projetos embasados nas diretrizes da interdisciplinaridade, possibilitando um claro protagonismo do aluno na aprendizagem.

No patamar em que os pesquisadores estão colocando as mudanças educacionais que deverão ocorrer em consequência dos problemas contemporâneos, a sua prática, professor, está cada vez mais articulada com o entorno escolar, o que faz de você também um protagonista da construção escolar como um todo.

Não queremos deixar a impressão de que todos os embates do uso das TD na educação estejam resolvidos. Pesquisas atuais se debruçam em estudos sobre o ciberespaço visando entendê-lo, bem como às possibilidades que se abrem para o mundo da educação e da Educação Matemática, os quais deixaremos como indicações bibliográficas para estudo e aprofundamento.

COMUNICAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Na escola, todos os dias os alunos convivem com os colegas, professores e demais funcionários, e esse processo de interação é de grande importância. Não podemos deixar de mencionar a relevância da comunicação, inclusive, nas aulas de matemática.

Os alunos precisam ser estimulados a se expressar de diferentes formas, por exemplo, falar, ouvir, registrar por escrito, por meio de manifestações artísticas, entre outras, de tal forma que possam compartilhar vivências, conhecimentos, dúvidas ou hipóteses, conjecturas etc.

Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília, DF, 2018. p. 9. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc>>. Acesso em: 13 ago. 2018.

Falar sobre o que está pensando, os caminhos percorridos, os sentimentos despertados durante as aulas e as estratégias utilizadas em cada situação pode auxiliar, não apenas o próprio aluno a reelaborar e organizar seu raciocínio e processo de aprendizagem, como também favorecer os demais colegas a validar suas hipóteses ou a compreender por que pensam diferente ou utilizam um caminho com estratégias distintas.

Nesse processo de socialização, os alunos são estimulados a desenvolver diferentes habilidades e competências, inclusive socioemocionais, ao se relacionar com um ou mais colegas de maneira respeitosa e responsável.

Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília, DF, 2018. p. 10. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc>>. Acesso em: 13 ago. 2018.

A BNCC E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Para que possamos iniciar nossas abordagens e reflexões acerca da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e suas indicações, principalmente na área da Matemática, julgamos interessante realizar uma breve apresentação dos movimentos que precedem sua homologação.

Não podemos desprezar o tamanho do nosso país, seja em territorialidade ou em diversidade, nem ignorar a desigualdade social ainda presente em inúmeras pesquisas e dados estatísticos. Um de nossos desafios, na área da educação, é propiciar oportunidades iguais para todos os nossos estudantes sem perder a particularidade e singularidade de cada região ou grupo.

Desde 1988, a Constituição Federal determinava o direito à educação e apresentava os conteúdos mínimos a serem desenvolvidos em todo o território nacional. Nesse mesmo documento, podemos encontrar indicações da necessidade de resguardar os valores culturais e artísticos, nacionais e regionais.

Quase dez anos depois, no ano de 1996, a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) estabelece as competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, que deveriam nortear os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum salientando que os conteúdos deveriam ser complementados com a parte diversificada que garantiria as características locais e regionais.

No Plano Nacional de Educação (PNE) de 2014 essa necessidade é reafirmada, ou seja, em parceria, a União, os estados, o Distrito Federal e os municípios deveriam criar uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que garantisse a todos os alunos do território nacional as aprendizagens essenciais preservando-se as identidades étnicas, culturais e linguísticas. Para isso, cada Secretaria de Educação teria autonomia para pensar e planejar as ações de suas unidades escolares a partir das necessidades locais.

Desta forma, a BNCC, homologada em dezembro de 2017, apresenta um conjunto de aprendizagens essenciais a que têm direito todos os alunos da Educação Básica. Traz uma perspectiva de **igualdade, diversidade e equidade** para a constituição da ação escolar a partir de uma proposta comum de direitos e objetivos de aprendizagem para os alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio de todo o país. Indica o que deve ser ensinado e desenvolvido, isto é, os conhecimentos e as competências mínimas que devem ser garantidos a todos os estudantes brasileiros em sua vida escolar.

Com o foco no **desenvolvimento de competências** e no **compromisso com a educação integral**, o documento apresenta uma abordagem bastante clara no que diz respeito ao desenvolvimento integral dos estudantes (cognitivo e emocional) e a importância da experimentação, articulação e aplicabilidade dos conhecimentos e ao acesso e utilização consciente da informação e da tecnologia.

AS COMPETÊNCIAS

O documento apresenta como competência a capacidade de mobilizar conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para que se possam resolver os desafios do cotidiano, dentro e fora dos espaços escolares.

Ao definir essas competências, a BNCC reconhece que a “educação deve afirmar valores e estimular ações que contribuam para a transformação da sociedade, tornando-a mais humana, socialmente justa e, também, voltada para a preservação da natureza”.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília, DF, 2018. p. 8. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc>>. Acesso em: 13 ago. 2018.

São apresentadas 10 competências gerais que se inter-relacionam ao longo de todo percurso escolar da Educação Básica, são estas:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social e cultural para entender e explicar a realidade, colaborando para a construção de uma sociedade solidária.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e inventar soluções.
3. Desenvolver o senso estético para reconhecer, valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, e para participar de práticas de produção artístico-cultural.
4. Utilizar conhecimentos das linguagens verbal, corporal, multimodal, artística, matemática, científica, tecnológica e digital para expressar-se e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Utilizar tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas do cotidiano.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao seu projeto de vida pessoal, profissional e social, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos e a consciência socioambiental em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas e com a pressão do grupo.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, reconhecendo-se como parte de uma coletividade com a qual deve se comprometer.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, seguindo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Como dissemos anteriormente, no desenvolvimento de competências é importante uma indicação clara do que alunos devem saber (conhecimentos, procedimentos e atitudes) e no que devem saber fazer (mobilização desses conhecimentos, procedimentos e atitudes) diante de cada situação.

Além dessas competências gerais, dentro das áreas do conhecimento, temos os componentes curriculares. Existem áreas que abrigam mais de um componente curricular, por exemplo, Linguagens, que abrange Língua Portuguesa, Arte, Educação Física e Língua Inglesa.

Cada área do conhecimento, em conformidade com as 10 competências gerais, tem suas **competências específicas** da área e/ou do componente curricular.

Veja a seguir as competências específicas da Matemática.

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Para garantir o desenvolvimento dessas competências específicas, a BNCC apresenta um conjunto de **habilidades**. Essas habilidades estão relacionadas a objetos de conhecimento que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas.

QUADRO DE HABILIDADES DA BNCC

6º ano

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal	<p>(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.</p> <p>(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.</p>
	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais	(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
	Divisão euclidiana	
	Fluxograma para determinar a paridade de um número natural	(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).
	Múltiplos e divisores de um número natural	(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.
	Números primos e compostos	(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	<p>(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.</p> <p>(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.</p> <p>(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.</p> <p>(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.</p>
	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais	(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.
	Aproximação de números para múltiplos de potências de 10	(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.
	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Álgebra	Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
Geometria	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e <i>softwares</i>	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou <i>softwares</i> para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Grandezas e medidas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
	Ângulos: noção, usos e medida	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
	Plantas baixas e vistas aéreas	(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
Probabilidade e estatística	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
	Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas	(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico. (EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
	Coleta de dados, organização e registro Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações	(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
	Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas	(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Múltiplos e divisores de um número natural	(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
	Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. (EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. (EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. (EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
	Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. (EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.
Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
	Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
	Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou <i>softwares</i> de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
	A circunferência como lugar geométrico	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
	Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de <i>softwares</i> de geometria dinâmica.
	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° . (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
	Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
Grandezas e medidas	Problemas envolvendo medições	(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
	Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
	Medida do comprimento da circunferência	(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.
Probabilidade e estatística	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
	Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados	(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
	Pesquisa amostral e pesquisa censitária Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
	Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados	(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Notação científica	(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.
	Potenciação e radiciação	(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
	O princípio multiplicativo da contagem	(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
	Porcentagens	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
	Dízimas periódicas: fração geratriz	(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.
Álgebra	Valor numérico de expressões algébricas	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
	Sequências recursivas e não recursivas	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Geometria	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou <i>softwares</i> de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
	Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de <i>softwares</i> de geometria dinâmica.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Grandezas e medidas	Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
	Volume de cilindro reto Medidas de capacidade	(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. (EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.
Probabilidade e estatística	Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
	Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados	(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
	Organização dos dados de uma variável contínua em classes	(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
	Medidas de tendência central e de dispersão	(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
	Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral	(EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). (EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta	(EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).
	Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica	(EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.
	Potências com expoentes negativos e fracionários	(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.
	Números reais: notação científica e problemas	(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.
	Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos	(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.
Álgebra	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
	Razão entre grandezas de espécies diferentes	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de <i>softwares</i> de geometria dinâmica.
	Semelhança de triângulos	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
	Relações métricas no triângulo retângulo	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
	Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração	
	Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	
	Polígonos regulares	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também <i>softwares</i> .
	Distância entre pontos no plano cartesiano	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Grandezas e medidas	Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.
	Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas Unidades de medida utilizadas na informática	(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.
Probabilidade e estatística	Volume de prismas e cilindros	(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.
	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
	Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação	(EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
	Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos	(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
	Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório	(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

UMA VISÃO INTERDISCIPLINAR E OS TEMAS CONTEMPORÂNEOS

Um dos desafios mais urgentes do ensino da Matemática é fazer com que ela interaja com outras áreas do conhecimento e contribua para a formação integral do aluno, indo além do conteúdo programático.

Estabelecer conexões entre a Matemática e as demais áreas do conhecimento pode ampliar as oportunidades de compreender e utilizar conceitos, tanto da Matemática quanto das demais áreas.

Faz-se necessário trazer para a Matemática situações contextualizadas que proporcionem ampliação de abordagem, estabelecendo conexões com conteúdos de outras áreas de conhecimento, relevantes para a constituição dos saberes dos alunos dos anos finais, além de aprofundar as relações da escola com as experiências cotidianas de cada um deles.

Para que a prática docente seja organizada, de modo que desenvolva um trabalho que possibilite a formação de um cidadão crítico, precisamos entender a contextualização como um acontecimento ou situação pertencente a um encadeamento de elementos que proporcionam relações com recursos disponíveis em cada área de conhecimento.

Para isso, é importante que o professor perceba como manter um diálogo entre as diferentes áreas, trazendo o cotidiano do aluno para a sala de aula e aproximando-o do conhecimento científico, desenvolvendo, assim, um ensino capaz de fazer com que os alunos aprendam a relacioná-las. As experiências vivenciadas pelos alunos e pela escola podem ser utilizadas para dar vida e significado ao conhecimento. Dessa forma, é possível abordar questões como problemas ambientais, culturais, políticos etc. que não estejam obrigatoriamente ligados aos alunos, mas que possam estar relacionados aos seus familiares ou a sua comunidade, por exemplo.

Por isso, fazer conexões entre Matemática, Língua Portuguesa, Arte, Ciências (da natureza e humanas – Geografia e História), Educação Física, Inglês utilizando-se, inclusive, os temas contemporâneos poderá contribuir para que a Matemática e todo o conhecimento envolvido ganhem maior sentido e significado aos alunos.

Não podemos nos esquecer das explorações que favoreçam a leitura e reflexões sobre a História da Matemática (Etnomatemática). Até mesmo pesquisadores internacionais têm reconhecido a importância da leitura e da escrita, inclusive nas aulas de Matemática:

O uso da escrita como ferramenta que influencia a aprendizagem matemática [...] e outras formas de registrar processos de pensamento estão sendo cada vez mais utilizadas como um veículo importante na compreensão do processo de ensino e aprendizagem. [...] a utilização da escrita, seja nas aulas de Matemática, nos processos de formação docente ou na investigação, deve ser vista como um processo que transforma continuamente a cognição e o aprendizado de quem a produz.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático**. Campinas: Papirus, 2006. p. 11-12.

Os temas contemporâneos visam promover a difusão de valores fundamentais ao interesse social.

Nesta obra, há seções e atividades que podem favorecer o trabalho com os temas descritos na BNCC e outros que se articulam com eles. Assim, muitos dos conteúdos trabalhados ao longo de cada volume não se encerram em si mesmos, já que podem ser com-

plementados e contemplados com um dos temas contemporâneos como pano de fundo. Para isso, se torna de fundamental importância o planejamento e estudos prévios por parte do professor.

Dentre os temas contemporâneos descritos na BNCC e explorados nesta obra temos:

- direitos da criança e do adolescente;
- educação para o trânsito;
- educação ambiental;
- educação alimentar e nutricional;
- processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso;
- educação em direitos humanos;
- educação das relações étnico-raciais e ensino de história e cultura afro-brasileira, africana e indígena;
- saúde;
- vida familiar e social;
- educação para o consumo;
- educação financeira e fiscal;
- trabalho;
- ciência e tecnologia;
- diversidade cultural.

O PAPEL DO PROFESSOR

Certamente, cada professor tem como objetivo principal a aprendizagem de seus alunos. Para que esse objetivo seja alcançado, é preciso ter clareza sobre o que os alunos já sabem e como eles aprendem.

Se o professor é um dos grandes responsáveis pela apresentação de um novo conteúdo, de uma nova estratégia ou ainda difusor de um termo específico desconhecido pela turma, faz-se necessário que ele saiba não só o que vai ensinar, mas para quem está ensinando.

Nesse sentido, é imprescindível sondar o conhecimento prévio dos alunos sobre os assuntos que serão formalmente trabalhados na escola, bem como considerar o desenvolvimento das habilidades e a realidade em que vivem e estudam.

Quanto mais o professor ajudar os alunos a atribuir significados aos conteúdos estudados, mais eles poderão compreender e se interessar pela Matemática. Daí a importância de relacionar a Matemática com o cotidiano.

Nesse sentido, é importante salientar que a Matemática é utilizada, concebida ou tratada de diferentes maneiras nas diversas profissões e ocupações. Por exemplo: o carpinteiro utiliza a Matemática ao medir comprimentos e ângulos para resolver problemas do seu trabalho; o médico a utiliza no diagnóstico, que, na maioria das vezes, é dado por meio da probabilidade estimada com base em sintomas e resultados de exames; o matemático a utiliza como produção de conhecimento científico, entre outros.

Podemos dizer que existem muitas Matemáticas que procuram descrever e produzir uma “leitura de mundo”. A Matemática escolar é uma delas e caracteriza-se pelas formas de compreender e resolver as situações-problema, os exercícios e as atividades por meio da quantificação, da medição, da estimativa, da representação no espaço, do reconhecimento de formas e propriedades, da observação e da manipulação de regularidades e padrões.

O papel do professor é possibilitar o acesso a essas diferentes formas de se fazer Matemática e dar suporte para que os alunos consigam adquirir habilidades e conhecimentos a fim de (re)significar a Matemática experimentada em suas práticas sociais, bem como reconhecer a beleza da Matemática em si.

Além de mediar a aquisição do conhecimento, é importante que o professor trabalhe a cooperação em sala de aula, abrindo espaço para a troca de ideias entre os alunos, incentivando a valorização e o respeito às diferenças e promovendo a solidariedade no dia a dia escolar.

As pesquisas atuais sobre o ensino da Matemática defendem que é preciso colocar o aluno no contexto de produção de pensamento e de conhecimento matemático. Dessa forma, o foco não é mais o aluno, o professor ou o conteúdo, mas, sim, a articulação desses três elementos.

Uma vez que as respostas dos alunos às situações-problema apresentadas desafiam os professores a pensar matematicamente para propor novas questões, cria-se uma parceria nos processos de ensino e aprendizagem. Da mesma forma, os alunos são chamados a elaborar novos questionamentos diante do que é proposto/exposto pelo professor. Assim, o conhecimento matemático escolar é (re)definido constantemente.

Passos e Romanatto (2010) apontam outros aspectos relevantes para que o professor atinja o objetivo de que seus alunos aprendam Matemática. Segundo os autores, é necessário que os professores tenham:

[...] o domínio dos conhecimentos atuais sobre a natureza da Matemática, articulado com as ciências da educação, pode resultar caminhos férteis para que essa área de conhecimento seja apreendida pelos nossos estudantes de forma efetiva e com significado.

PASSOS, C. L. B.; ROMANATTO, M. C. **A Matemática na formação de professores dos anos iniciais:** aspectos teóricos e metodológicos. São Carlos: Ed. da UFSCar, 2011. p. 20.

Portanto, neste processo de parceria e interrelação existente entre alunos e professores, é muito importante que ambos tenham clareza dos objetivos que se quer alcançar, as habilidades a serem desenvolvidas, os processos individuais e coletivos e possíveis caminhos a serem percorridos.

AVALIAÇÃO

Em todo trabalho no qual a aprendizagem escolar esteja envolvida, o processo de avaliação estará presente – seja na sala de aula, nas atividades extraclasse, seja nas conquistas pessoais dos alunos, como o ingresso nas universidades.

A princípio, o processo avaliativo era tido apenas como um procedimento de medida (que definia se o aluno tinha ou não condições de progredir com seus estudos). Hoje, é quase consenso a compreensão de que a avaliação escolar não deve apenas verificar se o aluno atingiu os objetivos definidos pelo currículo, com a finalidade rasa de atribuir-lhe uma nota ou conceito. Desse modo, as avaliações passaram por um processo de ressignificação em que assumem o papel de um potente instrumento que permite visualizar o progresso do aluno e sinalizar possíveis desafios.

Os resultados avaliativos não só apresentam implicações no processo individual dos alunos como também produzem dados para a análise do trabalho desenvolvido pelos profissionais da escola, inclusive o professor. Assim, para que haja um ensino de qualidade, devem-se estabelecer relações entre os resultados e as ações da escola, principal-

mente no que se refere à vinculação do professor com seus alunos. Por isso, é essencial compreender como esses alunos lidam com o conhecimento, quais são suas habilidades, as dificuldades que apresentam e as necessidades individuais para, junto deles, traçar uma rota de superação dos desafios e avanço nas conquistas.

Nesse contexto, a avaliação diagnóstica é fundamental nos processos de ensino e aprendizagem. O professor e o aluno precisam identificar os conhecimentos anteriores já adquiridos para, com base nessa percepção, decidir quais atividades e ações podem ser potencialmente mais interessantes e quais desafios merecem ser ampliados. Acreditamos que a clareza dos objetivos a serem alcançados é de fundamental importância, pois, sabendo aonde se quer chegar, é mais fácil perceber se, de fato, chegou a esse “lugar”; portanto, é importante compartilhar com os alunos os objetivos de determinada atividade ou grupo de atividades e o que se pretende avaliar.

Avaliar o processo

Uma possibilidade é observar a estratégia que os alunos utilizam para resolver as situações-problema em sala de aula; isso consiste em um recurso valioso para o professor compreender o desenvolvimento deles. Muitas vezes, a forma como produzem algo demonstra o que não compreenderam e possibilita ao professor intervir adequadamente, agindo de maneira eficaz para atender às necessidades reais dos alunos. Pedir a eles que socializem com os colegas seus raciocínios e estratégias é mais uma forma de identificar os caminhos e possíveis dificuldades de cada um.

Como dissemos anteriormente, é importante estimular os diferentes registros de representação. Muitas vezes, os alunos são capazes de compartilhar as estratégias utilizadas oralmente, mas não as representa numericamente. Por isso, é interessante pedir que registrem o mesmo processo de formas distintas para que possam, além de explorar os diferentes registros de representação, conhecer o processo que, para eles, é mais “tranquilo” ou “desafiador”.

Autoavaliação

O aluno precisa se responsabilizar por seu processo de aprendizagem e, para isso, é preciso que perceba a função e a importância dos diferentes instrumentos de avaliação e, mais do que isso, utilize-os como molas propulsoras para novas conquistas. Além de identificar e observar o número que representa a sua nota, o aluno precisa ser motivado a identificar nos acertos as conquistas realizadas e nos erros, possíveis desvios de rota ou rotas inadequadas para aquela situação. Portanto, o espaço/tempo para os alunos se autoavaliarem deve ser fornecido pelo professor.

Nesse processo de autoavaliação os alunos podem ser convidados a responder a alguns questionamentos que lhes permitam identificar o uso dos dados corretos, o porquê da escolha de determinada estratégia, o nível de tensão causada em cada resolução e possível interferência no processo de resolução, o que poderia ser melhorado, entre outros.

Nesta obra, os alunos encontrarão a seção **Um novo olhar**, que possibilita a retomada dos conhecimentos explorados anteriormente para que possam perceber, por exemplo, as habilidades desenvolvidas e as que precisam ser recapituladas e, por meio dessas percepções, após a elaboração da autoavaliação, preparar um plano de ações/estudos.

Durante esse processo de mensuração e investigação, é possível utilizar diferentes instrumentos como: rodas de conversa ou entrevistas; fichas que serão preenchidas pelo próprio aluno e pelo professor; trabalhos em dupla ou grupos; provas individuais com e sem consulta aos registros pessoais; elaboração e correção de atividades em duplas – um

aluno corrige a atividade do outro colega; apresentação dos equívocos cometidos; elaboração de textos e seminários etc.

É importante que os alunos também tomem ciência de como poderão melhorar para avançar, sabendo do que já são capazes de realizar sozinhos, assumindo seu papel atuante. De acordo com Cuccioli (2010),

A avaliação não começa nem termina na sala de aula, ela envolve planejamento e desenvolvimento do processo de ensino, dinamizando oportunidades de ação e reflexão, num acompanhamento permanente do professor, propiciando ao aluno, em seu processo de aprendizagem, reflexões acerca do mundo; formando seres críticos e participativos na construção das verdades formuladas e reformuladas.

CUCCIOLI, E. Superando desafios ao avaliar a aprendizagem matemática. In: LOPES, C. E.; MUNIZ, M. I. S. **O processo de avaliação nas aulas de matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2010. p. 131.

Ao refletir sobre seus avanços, dificuldades e expectativas, os alunos podem perceber estratégias de aprendizagem que precisam ser modificadas.

Quanto aos familiares, se estiverem cientes das expectativas do professor em relação aos alunos, poderão cooperar no estabelecimento dessas estratégias.

A avaliação não pode ser considerada um momento isolado no processo de ensino e aprendizagem nem se resumir a uma prova. Como dissemos anteriormente, é importante que o professor utilize instrumentos avaliativos diversificados e que sejam desenvolvidos ao longo do ano. O registro periódico dessas observações o ajudará a acompanhar o desenvolvimento dos alunos.

A avaliação assim considerada é contínua e formativa: faz parte do processo de ensino e aprendizagem e tem por objetivo contribuir para a formação dos alunos.

Diante disso, é interessante destacar um trecho sobre a avaliação em Matemática, descrito nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Mudanças na definição de objetivos para o ensino fundamental, na maneira de conceber a aprendizagem, na interpretação e na abordagem dos conteúdos matemáticos implicam repensar sobre as finalidades da avaliação, sobre o que e como se avalia, num trabalho que inclui uma variedade de situações de aprendizagem, como a resolução de problemas, o trabalho com jogos, o uso de recursos tecnológicos, entre outros.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF, 1997. p. 41.
Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 22 ago. 2018.

Alguns professores têm procurado elaborar instrumentos para registrar observações sobre os alunos. Um exemplo são as **fichas para o mapeamento do desenvolvimento de atitudes**, que incluem questões como: Procura resolver problemas por seus próprios meios? Faz perguntas? Usa estratégias criativas para solucionar problemas? Justifica as respostas obtidas? Comunica suas respostas com clareza? Participa dos trabalhos em grupo? Ajuda os outros na resolução de problemas? Contesta pontos que não compreende ou com os quais não concorda?

Os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles provas, trabalhos, postura em sala, constituem indícios de competências e como tal devem ser considerados.

A tarefa do avaliador constitui um permanente exercício de interpretação de sinais, de indícios, com base nos quais manifesta juízos de valor que lhe permitem reorganizar a atividade pedagógica.

No livro do aluno, cada volume desta obra divide-se em unidades e cada unidade em capítulos.

Nesta obra, as aberturas de unidades têm um papel fundamental: elas propiciam o momento de entrada no grande tema que será tratado. Em cada volume, a unidade é introduzida por uma abertura que traz:

-

OS CAPÍTULOS

Nos volumes desta obra, as unidades são compostas de uma quantidade variável de capítulos, de acordo com a demanda de cada tema.

Em cada capítulo, os alunos contarão com diferentes explorações e recursos, dentre estes textos, imagens e atividades. Ao longo de cada capítulo, podem ser encontradas seções e boxes que buscam favorecer compreensões, aprofundamentos e articulações.

OS BOXES E AS SEÇÕES DESTA OBRA

Teoria

Neste boxe os alunos encontrarão a sistematização ou a formalização de algum conceito explorado no capítulo.

FÓRUM

Esta seção traz questões que podem favorecer o debate e permitir a troca e o compartilhamento de ideias e conhecimentos, fazendo com que os alunos pratiquem o desenvolvimento de estratégias de argumentação. As propostas podem ou não ser realizadas *on-line*, caso a escola possua uma ferramenta desse tipo ou você opte por usar uma ferramenta de uso livre na internet, criando um grupo fechado.

PENSE E RESPONDA

Neste boxe, serão apresentadas questões que buscam mobilizar conhecimentos e promover reflexões e/ou investigações acerca dos assuntos a serem explorados ou previamente vistos.

UM NOVO OLHAR

Possibilita ao aluno retomar os conhecimentos explorados na abertura das unidades e perceber, por exemplo, as habilidades já desenvolvidas e as que precisam ser desenvolvidas.

1

CAPÍTULO

OS NÚMEROS RACIONAIS

Considere as situações a seguir.

1 Em uma cidade, foram registradas, em determinado dia do mês de julho de 2019, a temperatura **mínima** de -6°C e a temperatura **máxima** de $+4^{\circ}\text{C}$. Podemos expressar essas temperaturas da seguinte forma:

$-6 = (-6) : 1 = -\frac{6}{1}$ $+4 = (+4) : 1 = +\frac{4}{1}$

O número -6 é um exemplo de **número racional inteiro negativo**, enquanto o número $+4$ é um exemplo de **número racional inteiro positivo**.

2 Em 2017, o Brasil tinha uma frota de aproximadamente 43,4 milhões de veículos (carros comerciais leves, caminhões e ônibus), segundo estudo do Sindipeças. Dessa frota, mais da **metade** ($\frac{1}{2}$) se concentrava na região Sudeste, e pouco mais de **um quinto** ($\frac{1}{5}$) estava na região Sul.

Os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$ são exemplos de **números racionais positivos** escritos na forma de fração. Convm lembrar:

$\frac{1}{2} = 1 : 2$ $\frac{1}{5} = 1 : 5$

3 O gráfico a seguir mostra a variação, em porcentagem (%), da produção de leite de cinco regiões de um país, em relação ao ano anterior. De acordo com o gráfico, as regiões B, C e E apresentaram crescimento na produção de leite, enquanto as regiões A e D mostraram queda na produção.

Produção de leite por região (2018)

Região	Variação da produção (em %)
A	-1,2
B	+2,5
C	+0,9
D	-2,7
E	+1,8

Fonte: Dados fictícios.

100

SAIBA QUE

Neste boxe, os alunos encontrarão um texto curto que fornecerá uma dica interessante ou um recado importante.

DESCUBRA MAIS

Uma seção contendo sugestões de livros e *links* para o aluno consultar informações complementares.

NÓS

Aqui, o aluno encontrará alguns textos e questões que podem promover articulações com outros conceitos para além da Matemática. Este boxe poderá propiciar reflexões sobre valores. Propõe-se que seja realizada em duplas, trios ou grupos.

XXXI

ATIVIDADES

Nesta seção, os alunos encontrarão diferentes atividades que foram dispostas em ordem crescente de complexidade para facilitar a visualização e a conferência. Eventualmente, surgirão atividades que desafiam os alunos.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Nesta seção, os alunos encontrarão temas como hábitos conscientes de consumo, controle de gastos, economia, entre outros. A partir de leituras e reflexões, serão estimulados a ver e rever suas ações e atitudes ligadas ao consumo e a lidar com o dinheiro.

● POR TODA PARTE

É uma seção que apresenta textos, imagens, gráficos, tabelas e atividades numeradas que podem permitir ao aluno uma maior contextualização dos assuntos e explorações realizadas na unidade.

● PARA QUEM QUER MAIS

Esta seção busca estabelecer um diálogo entre tópicos de Matemática e de outras disciplinas ou áreas do conhecimento.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Resoluções na p. 308

2. Gráfico de linhas (ou de segmentos)

As primeiras mudas de café chegaram ao Brasil no começo do século XVIII e já no fim desse século, o país começou a exportar o produto, mas em pequenas quantidades. No começo do século XIX, já se exportava cerca de 80 mil arrobas de café por ano.

Durante todo o século XIX, o café foi a maior fonte de riqueza do Brasil. Por esse motivo, o café ficou popularmente conhecido como “ouro verde” ou “ouro negro”. No começo do século XX, era responsável por cerca de $\frac{2}{3}$ do valor total das exportações brasileiras. Atualmente, o Brasil é o maior produtor mundial de café.

Observe no gráfico de linhas, a seguir, a participação do Brasil na exportação de café no mercado mundial.

Fonte: O CAFÉ no Brasil - história, produção e exportação. Revista Cafeicultura. Disponível em: <http://revista.cafeicultura.com.br/tema-3640>. Acesso em: 29 out. 2018.

1. De acordo com o gráfico da página anterior, responda às questões a seguir.

- Em qual ano foi verificada a maior participação do Brasil na produção mundial de café? 1920
- Em qual período a participação brasileira na produção mundial de café ficou abaixo de 50%? De 1960 a 1999
- De quanto foi a redução, em porcentagem, da participação do Brasil na produção mundial de café do ano de 1950 para o período 1960-69? 16%
- Forme dupla com um colega e, no caderno, elaborem um texto usando as informações apresentadas no gráfico. Resposta pessoal.

No fim da década de 1920, a produção de café no Brasil cresceu muito, mas no final de 1929, com a quebra da bolsa de Nova York, o preço do café desabou e as exportações caíram.

2. Veja a seguir a quantidade de café exportado pelo Brasil entre o fim da década de 1920 e o começo da década de 1930.

Exportação de café pelo Brasil							
Ano	1927	1928	1929	1930	1931	1932	1933
Quantidade (em arrobas)	60 milhões	55 milhões	77 milhões	37 milhões	43 milhões	24 milhões	40 milhões
x indica a quantidade de milhões de sacas	$2x = 30$	$4x = 55$	$4x - 7 = 70$	$4x = 37$	$8x = 86$	$x - 2 = 4$	$x = 20 - x$

Fontes: Iupar (Instituto Agronômico do Paraná), ICC (Conselho Internacional do Café) e CNC (Departamento Nacional do Café).

Agora, responda às questões no caderno.

- A tabela mostra a exportação de café em arrobas (considere 1 arroba = 15 kg), mas normalmente a exportação é indicada em sacas de café (considere 1 saca = 60 kg). Resolva as equações e faça uma nova tabela, indicando o ano e a quantidade de sacas de café exportadas.
- A partir da tabela que você fez, construa um gráfico de linhas com a exportação de sacas de café de 1927 a 1933. Responda no final do livro.
- Apesar de todas as crises, desde de 1900 o Brasil sempre foi o maior produtor e exportador de café. Em julho de 2018, o café representou cerca de 2,6 bilhões de dólares nas exportações do Brasil. Sabendo que uma saca de café foi cotada em 154 dólares, quantas sacas de café foram exportadas? Aproximadamente 16,9 milhões de sacas.
- As exportações de café pelo Brasil no começo do século XX girava em torno de 2 milhões de dólares. Sabendo que cerca de $\frac{3}{4}$ do valor total das exportações brasileiras correspondia ao café, qual era o valor estimado do total das exportações do Brasil nessa época? Aproximadamente 2,67 milhões de dólares.

Nesta seção, que reúne propostas de trabalho com temas associados à probabilidade e estatística, os alunos encontrarão textos, imagens, gráficos, tabelas e atividades numeradas, sempre buscando a contextualização desses temas.

TECNOLOGIAS

Explicita como usar ferramentas tecnológicas na resolução de problemas ou questões matemáticas.

TECNOLOGIAS

Revolução na p. 299

Simetrias com GeoGebra

Aproveitando seus conhecimentos construídos nesta Unidade, vamos utilizar as ferramentas de simetria do software GeoGebra e fazer algumas construções. Ferramentas que serão utilizadas:

Polígono

Reta

Reflexão em relação a uma reta

Segmento

Distância, Comprimento ou Perímetro

Vetor

Translação por um vetor

Ângulo

Rotação em torno de um ponto

Ponto

Simetria de reflexão

Usando a ferramenta , desenhe um polígono qualquer e depois, usando a ferramenta , trace uma reta qualquer que **não** corte o polígono desenhado.

Em seguida, usando a ferramenta , clique primeiro no polígono criado e, em seguida, na reta traçada para obter uma figura simétrica por reflexão. Veja ao lado um exemplo.

Depois, usando a ferramenta , determine a distância entre os vértices da primeira figura e a reta traçada, bem como entre a reta traçada e os vértices da segunda figura.

Responda às questões no caderno.

1. Analisando as medidas obtidas, o que podemos observar?
A distância entre um vértice e a reta, bem como a distância entre a reta e seu vértice correspondente, são iguais.
2. Ao traçar a reta nessa construção, foram destacados dois pontos. Com o mouse clique sobre um dos pontos e arraste-o. O que acontece com as medidas obtidas? Elas ainda seguem a mesma observação da questão anterior?
As medidas se alteram, mas é mantida a igualdade observada anteriormente.

Resposta pessoal: o comprimento do vetor é igual à distância entre os vértices da primeira figura e seus correspondentes na segunda figura.

Simetria de translação

Usando a ferramenta , desenhe um polígono qualquer e depois, usando a ferramenta , desenhe um vetor horizontal acima do polígono desenhado.

Em seguida, usando a ferramenta , clique, primeiro, no polígono criado e, em seguida, no vetor traçado para obter uma figura simétrica por translação. Veja o exemplo ao lado.

Depois, usando a ferramenta , determine a distância entre os vértices correspondentes das duas figuras.

Responda às questões no caderno.

1. Analisando as medidas obtidas, o que podemos observar? Todas as medidas são iguais.
2. Ao desenhar o vetor, dois pontos ficaram destacados. Use a ferramenta e determine a distância entre eles (comprimento do vetor). Compare, então, esse valor com as medidas obtidas durante a construção. O que podemos concluir?
3. Com o mouse, clique no ponto F do vetor e depois movimente-o. O que ocorre com a segunda imagem criada? A relação existente entre o comprimento do vetor e as distâncias entre os vértices correspondentes das duas figuras.

Simetria de rotação

Usando a ferramenta , desenhe um polígono qualquer e depois, usando a ferramenta , clique em qualquer lugar fora do polígono desenhado (que será o centro de rotação).

Depois, usando a ferramenta , clique, primeiro, no polígono construído e, em seguida, no ponto determinado. Escolha o ângulo e o sentido de rotação (lembre-se do valor desse ângulo). Dessa forma obtenha-se uma imagem simétrica por rotação. Veja a seguir um exemplo:

Agora, usando a ferramenta , desenhe um segmento de reta do vértice A ao centro de rotação e outro do centro de rotação ao vértice A'. Em seguida, usando a ferramenta , meça o menor ângulo determinado por esses dois segmentos (caso você tenha escolhido um ângulo menor que 180°) ou o maior ângulo (caso tenha escolhido um maior que 180°).

Responda às questões no caderno.

1. Comparando a medida do ângulo obtida com a medida escolhida como ângulo de rotação, o que podemos observar? As duas medidas são iguais.
2. Faça o mesmo trabalho para os demais pontos do polígono. O que podemos concluir? Todos os ângulos formados possuem a mesma medida, a do ângulo de rotação.

RETOMANDO O QUE APRENDEU

Nesta seção, os alunos serão convidados a revisitar os conteúdos explorados na unidade para que possam perceber conquistas e identificar possíveis dúvidas.

ATUALIDADES EM FOCO

Nesta seção, os alunos encontrarão atividades que podem permitir articulações entre os temas contemporâneos e as competências gerais e específicas apresentadas na BNCC.

Um dos objetivos é promover a articulação entre as diferentes áreas do conhecimento e minimizar possíveis rupturas existentes nos processos de ensino e aprendizagem. Nesta seção, os alunos terão a oportunidade de aprofundar e ampliar seus conhecimentos e repertório cultural, passear por diferentes temas contemporâneos e perceber a Matemática em variadas situações do cotidiano.

ATUALIDADES EM FOCO

Direitos dos idosos

O que é envelhecimento humano?
O envelhecimento humano é um processo biológico, psicológico, social e cultural. Envelhecer é uma conquista e essa fase deve ser vista com respeito.

Estima-se que a população idosa no mundo em 2025 será de 1 bilhão e 120 milhões de pessoas, das quais 72% estarão nos países em desenvolvimento, como o Brasil. O Japão é o país onde se vive por mais tempo, cerca de 83 anos.

A cada dia, em todo o mundo, o número de pessoas que chegam aos 60 anos aumenta. Segundo o IBGE, no Brasil, a expectativa de vida era de 75,8 anos em 2016, e isso significa que cada vez mais estamos convivendo com pessoas de várias gerações e que precisamos aprender a respeitar as diferenças.

O tempo de vida de uma pessoa está ligado a diversos fatores como genética, hábitos alimentares durante toda a sua vida, condições sanitárias individuais e coletivas, cultura, classe social a que pertence, hábito de praticar atividade física, entre outros.

☞ Casal de idosos passando na praia em Cabedelo, PB. Foto tirada em 2016.

Você conhece o Estatuto do Idoso?
O Estatuto do Idoso regulamenta os direitos assegurados a todas as pessoas do país que têm idade igual ou superior a 60 anos. De acordo com o Estatuto, quando internada ou em estado de observação, a pessoa idosa tem direito a um acompanhante em tempo integral, independentemente de ser um parente ou não. O acompanhante da pessoa idosa tem direito a condições adequadas para a permanência em tempo integral, segundo critério médico.

De acordo com as informações apresentadas, responda às questões a seguir.

1. Em sua opinião, é importante existirem leis que assegurem os direitos dos idosos? Justifique sua resposta. **Resposta pessoal.**
2. Você já viu alguma das placas de sinalização a seguir? Você acha que elas são importantes? Por quê? **Resposta pessoal.**

Placa de estacionamento reservado para idosos.

Placa de trânsito indicando estacionamento exclusivo para idosos.

Placa de atendimento preferencial.

Placa de assento preferencial.

☞ Você sabia que as pessoas com mais de 60 anos têm direito a utilizar o transporte público de forma gratuita? **Resposta pessoal.**

3. Você conhece outros direitos dos idosos? Se sim, quais? **Resposta pessoal.**
4. Faça uma pesquisa sobre a expectativa de vida nos estados brasileiros e depois responda:
 - a) Qual dos estados apresenta maior expectativa de vida? **Santa Catarina.**
 - b) Qual é a expectativa de vida no estado onde você mora? **Resposta pessoal.**
 - c) Existe diferença entre expectativa de vida entre homens e mulheres? Por quê?
5. Reúna-se com um colega e, juntos, criem uma cartilha com informações que ajudem a sensibilizar a população sobre a importância de respeitar os direitos dos idosos. Se possível, distribua alguns exemplares para os colegas de outras turmas ou para pessoas da comunidade em que vive. **Resposta pessoal.**
6. (d) Sim. De acordo com especialistas, não há uma resposta definitiva para essa pergunta, mas existem algumas hipóteses que contribuem para uma explicação: entre elas, está o fato de as mulheres terem mais cuidados com a saúde.

QUADROS DE CONTEÚDOS E HABILIDADES DA OBRA

Disponibilizamos este quadro com a divisão dos conteúdos da obra, indicando a unidade, os principais conteúdos abordados nela e quais as habilidades nela desenvolvidas.

6º ano

UNIDADES	PRINCIPAIS CONTEÚDOS ABORDADOS	HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NA UNIDADE
1 – Sistemas de numeração	<ul style="list-style-type: none"> Sistemas de numeração Sistema de Numeração Decimal O conjunto dos números naturais Leitura e interpretação de tabelas Calculadoras 	EF06MA01 EF06MA02 EF06MA31 EF06MA32
2 – Cálculos com números naturais	<ul style="list-style-type: none"> Operações com números naturais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) Relações fundamentais Expressões numéricas Leitura e interpretação de gráfico de barras 	EF06MA03 EF06MA31
3 – Figuras geométricas	<ul style="list-style-type: none"> Ponto, reta e plano Semirreta e segmento de reta Figuras geométricas Estimativas e projeções 	EF06MA17 EF06MA28
4 – Múltiplos e divisores	<ul style="list-style-type: none"> CrITÉrios de divisibilidade Divisores e múltiplos de um número natural Números primos Gráfico pictórico 	EF06MA04 EF06MA05 EF06MA06 EF06MA32
5 – A forma fracionária dos números racionais	<ul style="list-style-type: none"> Fração (comparação, equivalência e formas) Adição e subtração de frações Fração e porcentagem Probabilidade Tabela de dupla entrada e gráfico de barras duplas 	EF06MA07 EF06MA08 EF06MA09 EF06MA10 EF06MA15 EF06MA32

UNIDADES	PRINCIPAIS CONTEÚDOS ABORDADOS	HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NA UNIDADE
6 – A forma decimal dos números racionais	<ul style="list-style-type: none"> • Número racional na forma decimal (transformações e comparação) • Operações com números racionais na forma decimal (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) • Cálculo de porcentagens • Probabilidade • Tipos de calculadoras 	EF06MA01 EF06MA08 EF06MA10 EF06MA11 EF06MA12 EF06MA13 EF06MA24 EF06MA30
7 – Ângulos e polígonos	<ul style="list-style-type: none"> • O ângulo • Transferidor • Construção de retas paralelas e perpendiculares • Polígonos (definição, identificação e nomenclatura) • Polígonos regulares • Triângulos (elementos e classificação) • Quadriláteros (elementos e classificação) • Plano cartesiano • Construção de polígonos no plano cartesiano • Construção e ampliação/redução de polígonos com uso de <i>software</i> 	EF06MA16 EF06MA18 EF06MA19 EF06MA20 EF06MA21 EF06MA22 EF06MA23 EF06MA25 EF06MA26 EF06MA27 EF06MA32
8 – Comprimento e área	<ul style="list-style-type: none"> • O metro linear • Transformação das unidades de medida de comprimento • Perímetro de um polígono • O metro quadrado • Transformação das unidades de medida de superfície • Medidas agrárias • Área de figuras geométricas planas (retângulo, quadrado e triângulo retângulo) • Gráfico de segmentos 	EF06MA24 EF06MA28 EF06MA29 EF06MA32
9 – Massa, volume e capacidade	<ul style="list-style-type: none"> • O grama • Transformação das unidades de massa • Balança de dois pratos • O metro cúbico • Transformação das unidades de volume • Volume do bloco retangular e do cubo • O litro • Transformação das unidades de capacidade • Pesquisa e fluxograma 	EF06MA14 EF06MA24 EF06MA33 EF06MA34

UNIDADES	PRINCIPAIS CONTEÚDOS ABORDADOS	HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NA UNIDADE
1 – Números naturais e operações	<ul style="list-style-type: none"> • M.M.C e M.D.C • Leitura e interpretação de gráfico de barras/colunas simples 	EF07MA01
2 – O conjunto dos números inteiros	<ul style="list-style-type: none"> • Módulo de um número inteiro • Operação com números inteiros (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada) • Expressões numéricas 	EF07MA03 EF07MA04
3 – Transformações geométricas e simetria	<ul style="list-style-type: none"> • Transformações no plano • Simetria • Gráfico de setores 	EF07MA19 EF07MA20 EF07MA21 EF07MA37
4 – O conjunto dos números racionais	<ul style="list-style-type: none"> • Operações com números racionais na forma de fração (multiplicação, divisão e potenciação) • Raiz quadrada exata de números racionais • Média aritmética • Média aritmética ponderada 	EF07MA05 EF07MA06 EF07MA07 EF07MA08 EF07MA09 EF07MA10 EF07MA11 EF07MA12 EF07MA35
5 – Linguagem algébrica e equações	<ul style="list-style-type: none"> • Sequência • Expressões algébricas • Igualdade • Equações (conjunto universo e solução; equivalência) • Equações do 1º grau com uma incógnita 	EF07MA13 EF07MA14 EF07MA15 EF07MA16 EF07MA18
6 – Figuras geométricas planas	<ul style="list-style-type: none"> • Ângulos • Retas paralelas cortadas por uma transversal • Triângulos (construção, condição de existência e soma dos ângulos internos) • Polígonos regulares (ângulos internos, externos e construção) • Circunferência 	EF07MA22 EF07MA23 EF07MA24 EF07MA25 EF07MA26 EF07MA27 EF07MA28 EF07MA33
7 – Grandezas proporcionais	<ul style="list-style-type: none"> • Razão • Proporção • Regra de três 	EF07MA17
8 – Porcentagem, probabilidade e pesquisa estatística	<ul style="list-style-type: none"> • Porcentagem • Probabilidade • Média • Amplitude • Pesquisa censitária e amostral 	EF07MA02 EF07MA34 EF07MA36
9 – Área e volume	<ul style="list-style-type: none"> • Equivalência entre áreas • Volume 	EF07MA29 EF07MA30 EF07MA31 EF07MA32

UNIDADES	PRINCIPAIS CONTEÚDOS ABORDADOS	HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NA UNIDADE
1 – Números racionais	<ul style="list-style-type: none"> • Porcentagem e juro simples • Dízima periódica 	EF08MA04 EF08MA05
2 – Potências, raízes e números reais	<ul style="list-style-type: none"> • Potência de um número racional • Números quadrados perfeitos • Raiz quadrada (exata e aproximada) de um número racional não negativo • Números irracionais • Números reais 	EF08MA01 EF08MA02
3 – Ângulos e triângulos	<ul style="list-style-type: none"> • Ângulos • Altura, mediana e bissetriz de um triângulo • Congruência de triângulos • Propriedades nos triângulos 	EF08MA14 EF08MA15 EF08MA16 EF08MA17
4 – Expressões e cálculo algébrico	<ul style="list-style-type: none"> • Expressões algébricas • Valor numérico de uma expressão algébrica • Monômio (grau, semelhança e operações) • Polinômios (grau e operações) 	EF08MA06
5 – Equações	<ul style="list-style-type: none"> • Equação do 1º grau com uma incógnita • Equação fracionária com uma incógnita • Equação do 1º grau com duas incógnitas • Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas • Equação do 2º grau 	EF08MA07 EF08MA08 EF08MA09
6 – Polígonos e transformações no plano	<ul style="list-style-type: none"> • Diagonais de um polígono convexo • Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo • Soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo • Propriedades dos quadriláteros • Transformações no plano 	EF08MA18
7 – Contagem, probabilidade e estatística	<ul style="list-style-type: none"> • Contagem • Probabilidade • População e amostra • Média • Moda • Mediana • Amplitude 	EF08MA03 EF08MA22 EF08MA23 EF08MA24 EF08MA25 EF08MA26 EF08MA27
8 – Área, volume e capacidade	<ul style="list-style-type: none"> • Área do círculo • Volume do cubo e do bloco retangular • Volume do cilindro • Equivalência entre decímetro cúbico e litro 	EF08MA19 EF08MA20 EF08MA21
9 – Variação de grandezas	<ul style="list-style-type: none"> • Grandezas proporcionais e não-proporcionais • Velocidade média, escala, densidade de um corpo e densidade demográfica • Grandezas diretamente proporcionais • Grandezas inversamente proporcionais • Regra de três simples e composta 	EF08MA10 EF08MA11 EF08MA12 EF08MA13

9º ano

UNIDADES	PRINCIPAIS CONTEÚDOS ABORDADOS	HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NA UNIDADE
1 – Números reais, potências e radicais	<ul style="list-style-type: none"> • A Geometria e a descoberta do número irracional • Números irracionais • Os números reais • Potências • Notação científica • Radicais 	EF09MA01 EF09MA02 EF09MA03 EF09MA04 EF09MA18
2 – Produtos notáveis e fatoração	<ul style="list-style-type: none"> • Os produtos notáveis • Fatoração de polinômios 	EF09MA09
3 – Equações do 2º grau	<ul style="list-style-type: none"> • Equação do 2º grau com uma incógnita 	--
4 – Relações entre ângulos	<ul style="list-style-type: none"> • Ângulos determinados por retas transversais • Circunferência e ângulos 	EF09MA10 EF09MA11
5 – Proporção e semelhança	<ul style="list-style-type: none"> • Segmentos proporcionais • Figuras semelhantes • Triângulos semelhantes 	EF09MA07 EF09MA08 EF09MA12
6 – Porcentagem, probabilidade e estatística	<ul style="list-style-type: none"> • Juro simples e juro composto • Probabilidade • Análise de gráficos • Elaboração de pesquisa 	EF09MA05 EF09MA20 EF09MA21 EF09MA22 EF09MA23
7 – Relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência	<ul style="list-style-type: none"> • O teorema de Pitágoras • Relações métricas no triângulo retângulo • Comprimento de arco de circunferência • Relações métricas na circunferência 	EF09MA13 EF09MA14
8 – Figuras planas, espaciais e vistas	<ul style="list-style-type: none"> • Polígono regular • Representações no plano cartesiano • Figuras espaciais 	EF09MA15 EF09MA16 EF09MA17 EF09MA19
9 – Função	<ul style="list-style-type: none"> • Função polinomial de 1º grau • Função polinomial de 2º grau 	EF09MA06

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARIÈS, P. **História social da criança e da família**. 2. ed. São Paulo: LTC, 1981.
- BAZÍLIO, L. C.; KRAMER, S. **Infância, educação e direitos humanos**. São Paulo: Cortez, 2011.
- BEAUCHAMP, J.; PAGEL, S. D.; NASCIMENTO, A. R. do (Org.). Introdução. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Ensino fundamental de nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília, DF: SEB, 2007. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/ensifund9anobasefinal.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2018.
- BEAN, D. O. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 8, n. 9, p. 49-57, 2001.
- BIGODE, A. J. L.; GIMÉNEZ, J. R. **Metodologia para o ensino da aritmética**: competência numérica no cotidiano. São Paulo: FTD, 2009.
- BORBA, M. C.; Scucuglia, R. R. S.; GADANIS, G. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática. Belo Horizonte. Editora Autêntica, 2014, p. 16.
- BRASIL, L. A. S. **Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1977.
- CARDOSO, V. C. **Materiais didáticos para as quatro operações**. São Paulo: CAEM-USP, 2005. v. 2.
- CARRAHER, T. N. (Org.). **Aprender pensando**: contribuições da psicologia cognitiva para a educação. 12. ed. Petrópolis: Vozes, 1998.
- CARRAHER, T. N. et al. **Na vida dez, na escola zero**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011.
- CENTURIÓN, M. **Conteúdo e metodologia da matemática**: números e operações. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2002.
- COLL, C.; MARTÍN, E. (Org.). **Aprender conteúdos e desenvolver capacidades**. Tradução: Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed, 2004.
- CORSINO, P. As crianças de seis anos e as áreas do conhecimento. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Ensino fundamental de nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília, DF: SEB, 2007.
- CUCCIOLI, E. Superando desafios ao avaliar a aprendizagem matemática. In: LOPES, C. E.; MUNIZ, M. I. S. **O processo de avaliação nas aulas de matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2010.
- FERRÉS, J. **Vídeo e educação**. Porto Alegre: Artmed, 1996.
- FONSECA, M. da C. F. R. Alfabetização matemática. In: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: apresentação. Brasília, DF: SEB, 2014. Disponível em: <<http://pacto.mec.gov.br/materiais-listagem/item/66-apresentacao>>. Acesso em: 14 ago. 2018.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 53. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2016.
- GUIMARÃES, K. P.; BRENELLI, R. P. Abstração reflexiva e construção da noção de multiplicação. In: BRITO, M. R. F. de (Org.). **Psicologia da educação matemática**: teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2001.
- GUIMARÃES, K. P. et al. Educação matemática e jogos de regras: uma experiência em estágio supervisionado na formação de professores. In: IX CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 2007. **Projetos e práticas de formação de professores – relatos**. São Paulo: Unesp, 2007. v. 1.

HERNÁNDEZ, F. **Cultura visual, mudança educativa e projetos de trabalho**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

HOFFMANN, J. **Avaliação**: mito e desafio: uma perspectiva construtivista. 44. ed. Porto Alegre: Mediação, 2014.

HOFFMANN, J. **Avaliação mediadora**: uma prática em construção da pré-escola à universidade. 33. ed. Porto Alegre: Mediação, 2014.

KAMII, C. **A criança e o número**. Tradução: Regina A. de Assis. Campinas: Papirus, 2007.

KAMII, C.; DECLARCK, G. **Reinventando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 2000.

LEAL, T. F.; ALBUQUERQUE, E. B. C. de; MORAIS, A. G. de. Avaliação e aprendizagem na escola: a prática pedagógica como eixo da reflexão. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Ensino fundamental de nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília, DF: SEB, 2007.

LOPES, A. J. Os saberes das crianças como ponto de partida para o trabalho pedagógico. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: apresentação. Brasília, DF: SEB, 2014. Disponível em: <http://wp.ufpel.edu.br/antoniomauricio/files/2017/11/0_Apresenta%C3%A7ao_pg001-072.pdf>. Acesso em: 14 ago. 2018.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MACEDO, L. **Ensaio construtivistas**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

ONUICHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 207.

PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artmed, 2006.

PASSOS, C. L. B.; ROMANATTO, M. C. **A matemática na formação de professores dos anos iniciais**: aspectos teóricos e metodológicos. São Carlos: Editora da UFSCar, 2010.

PERRENOUD, P. **Avaliação**: da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas. Tradução: Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2007.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. Tradução: Álvaro Cabral. Brasília: Zahar, 1975.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático**. Campinas: Papirus, 2006. (Perspectivas em educação matemática).

RANGEL, A. C. S. **Educação matemática e a construção do número pela criança**: uma experiência em diferentes contextos socioeconômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

SCHOENFELD, A. Por que toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 1996.

SISTO, F. F. (Org.). **Atuação psicopedagógica e aprendizagem escolar**. 10. ed. Campinas: Papirus, 2005.

SISTO, F. F. (Org.). **Leituras de Psicologia para formação de professores**. 3. ed. Petrópolis: Vozes; São Paulo: Edusf, 2004.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Teoria e prática de matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2010. (Teoria e prática).

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad**. Ciudad de México: Editorial Trillas, 1991.

VYGOTSKY, L. S. (Org.). **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Tradução: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ZUNINO, D. L. **A matemática na escola**: aqui e agora. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2007.

DOCUMENTOS OFICIAIS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. Terceira versão final. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Ensino fundamental de nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. 2. ed. Brasília, DF, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Ensino fundamental de nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília, DF: SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: apresentação. Brasília, DF: SEB, 2014. Disponível em: <<http://pacto.mec.gov.br/materiais-listagem/item/66-apresentacao>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília, DF, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: temas transversais: ética. Brasília, DF: 1997. v. 8.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: temas transversais: meio ambiente e saúde. Brasília, DF, 1997. v. 9.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: temas transversais: pluralidade cultural e orientação sexual. Brasília, DF, 1997. v. 10.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Atividades matemáticas**: ciclo básico. São Paulo, 1994. v. 1.

SÃO PAULO (Estado). **Atividades matemáticas**: ciclo básico. São Paulo, 1994. v. 2.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Proposta curricular para o ensino de matemática**: 1º grau. 4. ed. São Paulo: CENP, 1991.

SUGESTÕES DE REVISTAS E OUTRAS PUBLICAÇÕES DE APOIO AO TRABALHO DO PROFESSOR

A Educação Matemática em Revista Temas & Debates

Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Departamento de Matemática – sala 108
Av. Prof. Luís Freire, s/n – Cidade Universitária
CEP 50740-540 – Recife – PE
Fone e Fax: (0XX81) 3272-7563
E-mail: sbem@sbem.com.br

Boletim GEPEM

Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GEPEM
Instituto de Educação da UFRJ – sala 30
Rod. BR 465, km 7
CEP 23890-000 – Seropédica – RJ
Fone e fax: (0XX21) 2682-1841
E-mail: gepem@ufrj.br
Site: <<http://livro.pro/t2uk2m>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

Cadernos de Prática de Ensino – Série Matemática – USP

Faculdade de Educação – Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada – Projeto USP/BID
Avenida da Universidade, 308 – CEP 05508-900
Cidade Universitária – São Paulo – SP
Fone: (0XX11) 3091-3099 – Fax: (0XX11) 3815-0297

Cadernos do CAEM

Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática – CAEM
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo – IME/USP
Rua do Matão, 1 010 – Bloco B – sala 167 – CEP 05508-090
Cidade Universitária – São Paulo – SP
Fone e fax: (0XX11) 3091-6160
E-mail: caem@ime.usp.br
Site: <<http://livro.pro/v62my9>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

Cadernos – Série Ideias da Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE

Av. São Luís, 99 – CEP 01046-001
República – São Paulo – SP
Fone: (0XX11) 3158-4000

Revista do Professor de Matemática – RPM

Sociedade Brasileira de Matemática
Estrada Dona Castorina, 110 – sala 109 – Jardim Botânico
CEP 22460-320 – Rio de Janeiro – RJ
Fone: (0XX21) 2529-5073
E-mail: rpm@ime.usp.br
Site: <<http://livro.pro/a4amc2>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

ENDEREÇOS DE OUTRAS ENTIDADES DE APOIO AO TRABALHO DO PROFESSOR

Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática – CAEM

Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo – IME/USP

Rua do Matão, 1 010 – Bloco B – sala 167 – CEP 05508-090

Cidade Universitária – São Paulo – SP

Fone e fax: (0XX11) 3091-6160

Site: <<http://livro.pro/v62my9>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE

Ministério da Educação – SBS – Quadra 2 – Bloco F

Brasília – DF – CEP 70070-929

Tel.: 0800-616161

Site: <<http://livro.pro/foruai>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

Laboratório de Ensino de Matemática – LEM

Universidade Estadual de Campinas – Unicamp – IMECC

Caixa Postal 6065 – CEP 13083-970 – Campinas – SP

Fone: (0XX19) 3521-6017

Fax: (0XX19) 3521-5937

Site: <<http://livro.pro/65jbqe>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística – LEMA

Universidade Federal da Bahia – UFBA – Instituto de Matemática

Avenida Adhemar de Barros, s/n – Salvador – BA

Fone: (0XX71) 3263-6265

Site: <<http://livro.pro/usuwug>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

Núcleo da Informática Aplicada à Educação – NIED

Universidade Estadual de Campinas – Unicamp

Cidade Universitária Zeferino Vaz

Bloco V da Reitoria – piso 2 – Campinas – SP

CEP 13083-970 – Tel.: (0XX19) 3788-7136

E-mail: nied@unicamp.br

Site: <<http://livro.pro/fur7ka>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

Projeto Fundão – Matemática

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Instituto de Matemática

Centro de Tecnologia – Bloco C – sala 108

Cidade Universitária

Caixa Postal 68530 – CEP 21941-972

Rio de Janeiro – RJ

Fone e fax: (0XX21) 2562-7511

Site: <<http://livro.pro/or6swb>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

Sociedade Brasileira de Matemática – SBM

Estrada Dona Castorina, 110 – sala 109

Jardim Botânico

CEP 22460-320 – Rio de Janeiro – RJ

Fone: (0XX21) 2529-5073

Site: <<http://livro.pro/c23hyf>>. Acesso em: 14 ago. 2018.

SITES

Acessos em: 14 ago. 2018.

A COR DA CULTURA. Disponível em: <<http://livro.pro/jknmqu>>.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA: Ensino de Matemática e Formação para Cidadania: Discussão de uma Possibilidade. Disponível em: <<http://livro.pro/nv4p5b>>.

EDUMATEC. Disponível em: <<http://livro.pro/xt9vnq>>.

ESCOLA DO FUTURO. Disponível em: <<http://livro.pro/yuee2v>>.

FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO (USP)/DEPARTAMENTO DE METODOLOGIA DO ENSINO E EDUCAÇÃO COMPARADA. Disponível em: <<http://livro.pro/icx2w8>>.

INSTITUTO ALFA E BETO: Ensino da matemática nas séries iniciais. Disponível em: <<http://livro.pro/iiknwe>>.

INSTITUTO PAULO FREIRE: Acervo. Disponível em: <<http://livro.pro/kiubr3>>.

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA: Faculdade de Educação da USP. Disponível em: <<http://livro.pro/5pwpdo>>.

LABORATÓRIO DE PESQUISA MULTIMEIOS. Disponível em: <<http://livro.pro/7nrv5t>>.

MATEMÁTICA EM TODA PARTE – TV ESCOLA – MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (MEC). Disponível em: <<http://livro.pro/jxi7cc>>.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Disponível em: <<http://livro.pro/fezagx>>.

NOVA ESCOLA. Disponível em: <<http://livro.pro/5rm6us>>.

PENSAR A EDUCAÇÃO EM REVISTA. Disponível em: <<http://livro.pro/rd5qcz>>.

PORTAL EDUCAÇÃO EM DIREITOS HUMANOS: Educação matemática como formação necessária à cidadania. Disponível em: <<http://livro.pro/p4rqd5>>.

REDE DO SABER. Disponível em: <<http://livro.pro/rtugtx>>.

REVISTA PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <<http://livro.pro/woiu24>>.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO EM MATEMÁTICA – SBEM. Disponível em: <<http://livro.pro/3muqad>>.

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

7

JOSÉ RUY GIOVANNI JÚNIOR

Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP).

Professor e assessor de Matemática em escolas de Ensino Fundamental e Médio desde 1985.

BENEDICTO CASTRUCCI

(Falecido em 2 de janeiro de 1995)

Bacharel e licenciado em Ciências Matemáticas pela Universidade de São Paulo (USP).

Foi professor de Matemática da Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP) e da Universidade de São Paulo (USP).

Foi professor de Matemática em escolas públicas e particulares de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Ensino Fundamental – Anos Finais

Componente curricular: Matemática

4ª edição – São Paulo – 2018

FTD

Diretor editorial	Antonio Luiz da Silva Rios
Diretora editorial adjunta	Silvana Rossi Júlio
Gerente editorial	Roberto Henrique Lopes da Silva
Editor	João Paulo Bortoluci
Editores assistentes	Adriano Rosa Lopes, Carlos Eduardo Bayer Simões Esteves, Diana Santos, Janaina Bezerra Pereira, Juliana Montagner, Luís Felipe Porto Mendes, Marcos Antônio Silva
Assessoria	Cristiane Boneto, Flávia Milão Silva, Francisco Mariani Casadore, Luciana de Oliveira Gerzoschkowitz Moura, Marcelo Eduardo Pereira, Patricia Furtado
Gerente de produção editorial	Mariana Milani
Coordenador de produção editorial	Marcelo Henrique Ferreira Fontes
Gerente de arte	Ricardo Borges
Coordenadora de arte	Daniela Máximo
Projeto gráfico	Carolina Ferreira, Juliana Carvalho
Projeto de capa	Sergio Cândido
Foto de capa	Natalya Yudina/Shutterstock.com
Supervisora de arte	Isabel Cristina Ferreira Corandin
Editora de arte	Nadir Fernandes Racheti, Dayane Santiago
Diagramação	Débora Jóia, Eduardo Benetorio, Gabriel Basaglia, José Aparecido A. da Silva, Lucas Trevelin
Tratamento de imagens	Ana Isabela Pithan Maraschin, Eziquiel Racheti
Coordenadora de ilustrações e cartografia	Marcia Berne
Ilustrações	Alex Argozino, Alex Silva, Bentinho, Dani Mota, Daniel Almeida, Daniel Bogno, Dayane Raven, Dnepwu, Ilustra Cartoon, Lucas Farauj, Manzi, Marcos Guilherme, Marcos Machado, MW Editora E Ilustrações, Renato Bassani, Wandson Rocha
Cartografia	Allmaps, Renato Bassani, Sonia Vaz
Coordenadora de preparação e revisão	Lilian Semenichin
Supervisora de preparação e revisão	Maria Clara Paes
Revisão	Ana Lucia Horn, Carolina Manley, Cristiane Casseb, Edna Viana, Giselle Mussi de Moura, Miyuki Kishi, Jussara R. Gomes, Kátia Cardoso, Lilian Vismari, Lucila V. Segóvia, Renato A. Colombo Jr., Solange Guerra, Yara Affonso
Supervisora de iconografia e licenciamento de textos	Elaine Bueno
Iconografia	Rosa André
Licenciamento de textos	Carla Marques, Vanessa Trindade
Supervisora de arquivos de segurança	Silvia Regina E. Almeida
Diretor de operações e produção gráfica	Reginaldo Soares Damasceno

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Giovanni Júnior, José Ruy
A conquista da matemática : 7º ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci. — 4. ed. — São Paulo : FTD, 2018.

“Componente curricular: Matemática.”

ISBN 978-85-96-01915-6 (aluno)

ISBN 978-85-96-01916-3 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Castrucci, Benedicto. II. Título.

18-20687

CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias – Bibliotecária – CRB-8/9427

Reprodução proibida: Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998. Todos os direitos reservados à

EDITORA FTD.

Rua Rui Barbosa, 156 – Bela Vista – São Paulo – SP
CEP 01326-010 – Tel. 0800 772 2300
Caixa Postal 65149 – CEP da Caixa Postal 01390-970
www.ftd.com.br
central.relatorio@ftd.com.br

Em respeito ao meio ambiente, as folhas deste livro foram produzidas com fibras obtidas de árvores de florestas plantadas, com origem certificada.

Impresso no Parque Gráfico da Editora FTD
CNPJ 61.186.490/0016-33
Avenida Antonio Bardella, 300
Guarulhos-SP – CEP 07220-020
Tel. (11) 3545-8600 e Fax (11) 2412-5375

APRESENTAÇÃO

Para que serve a Matemática? Por que aprender todo esse conteúdo de Matemática na escola? Essas são perguntas que um dia provavelmente passaram ou vão passar por sua cabeça.

A Matemática está presente em nossas vidas, desde uma simples contagem em uma brincadeira até nos modernos e complexos computadores. Ela ajuda a decidir se uma compra deve ser paga à vista ou a prazo, a entender o movimento da inflação e dos juros, a medir os índices de pobreza e riqueza de um país, a entender e cuidar do meio ambiente... sem falar nas formas e medidas, com suas aplicações na Arquitetura, na Arte e na Agricultura.

Mas, apesar de estar presente em tantos momentos importantes das nossas vidas, pode parecer, a princípio, que alguns temas da Matemática não têm aplicação imediata, o que pode gerar certo desapontamento em você.

Na verdade, a aplicação da Matemática no cotidiano ocorre como resultado do desenvolvimento e do aprofundamento de certos conceitos nela presentes. Como em todas as áreas de estudo, para entender e fazer Matemática é necessário dedicação e estudo.

Nesta coleção, apresentamos a você as linhas mestras desse processo com uma linguagem simples, mas sem fugir ao rigor que a Matemática exige.

Vivemos hoje em um mundo em constante e rápida transformação, e a Matemática pode nos ajudar a entender essas transformações. Ficar à parte do conhecimento matemático é, hoje, estar à margem das mudanças do mundo. Então, vamos entender e fazer Matemática!

Os autores

CONHEÇA SEU LIVRO

ABERTURA DE UNIDADE

As páginas de abertura introduzem o trabalho que será desenvolvido em cada Unidade. Nelas, você é convidado a observar textos e/ou imagens e relacioná-los com seus conhecimentos sobre o tema ou com contextos que serão articulados pelas questões.

9

ÁREA E VOLUME

Tarsila do Amaral foi uma artista brasileira que se inspirou em figuras geométricas para criar a composição de formas diferentes. Nestas obras é possível identificar desenhos que lembram algumas figuras geométricas planas como triângulos, quadriláteros, círculos e um traçado muito harmônico de curvas. Há também a percepção de construções parecidas com sólidos geométricos em algumas de suas obras, como é o caso da torre na obra **A Gare**.

Observe as obras expostas e responda às questões no caderno. **Resposta possível: retângulo, quadrado, trapézio, triângulo, losango.**

- Há desenhos parecidos com quais figuras geométricas planas?
- Observe as dimensões da obra **Carnaval em Madureira** em sua descrição. Qual é a área, em cm^2 , dessa pintura? **4 788 cm^2**

A artista: Tarsila do Amaral (1886-1973) foi pintora e desenhista brasileira. Andarade e Raul Bopp, lançou o movimento "Antropofagia", que foi o mais radical de todos os movimentos do período Modernista.

Sem título
Tarsila do Amaral, 1924.
Óleo sobre tela.
67 cm x 90 cm.

A Gare
Tarsila do Amaral, 1925.
Óleo sobre tela.
84,5 cm x 65 cm.

Carnaval em Madureira
Tarsila do Amaral, São Paulo, 1924.
Óleo sobre tela.
76 cm por 63 cm.

ATIVIDADES

Os exercícios apresentados são variados e visam à prática do conteúdo aprendido. Por vezes você se deparará com exercícios mais desafiadores, inclusive o de elaborar seus próprios exercícios e compartilhá-los com seus colegas.

ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

- Diagramar e determinar a disposição de textos e imagens em uma página de um livro, jornal ou revista, por exemplo. Para diagramar um livro que tem 45 linhas em cada página, são necessárias 240 páginas. Quantas páginas com 30 linhas seriam necessárias para diagramar o mesmo livro? **420 páginas.**
- Para construir a cobertura de uma quadra de basquete, 25 operários levaram 48 dias. Se fosse construída uma cobertura idêntica em outra quadra e fossem contratados 40 operários com as mesmas qualificações que os primeiros, em quantos dias a cobertura estaria pronta? **36 dias.**
- Para aquecer uma parede retangular que tem 18,5 m^2 de área foram usados 185 azulejos. Quantos azulejos seriam usados para cobrir uma parede que tem 15 m^2 de área? **150 azulejos.**
- Um trem demora 40 minutos para percorrer o mesmo trajeto se sua velocidade média fosse de 750 km/h? **24 horas.**
- Com o auxílio de uma corda, que julga ter 2 metros de comprimento, mediu a extensão de um fio elétrico e encontrou 80 metros. Desobedeceu, mais tarde, que a corda media, na realidade, 2,05 metros. Qual a extensão verdadeira do fio? **Aproximadamente 82 m.**

FÓRUM

Vias congestionadas são um dos problemas atuais que mais afetam as grandes cidades do mundo. O trânsito é responsável, entre outras coisas, por ser um dos fatores que pioram a qualidade de vida da população, pois aumenta o estresse e diminui o tempo para deslocar-se e para se dedicar à saúde.

Uma pesquisa divulgada em 2018, que estudou o padrão de tráfego de 1 360 cidades em 38 países nos cinco continentes da planície, concluiu que a cidade de São Paulo tem o pior trânsito do nosso país, ocupando o quarto lugar no ranking mundial (2017).

O resultado dessa combinação, tráfego intenso com estresse, resulta em um dado divulgado pela Associação Brasileira de Medicina do Trabalho (Abrametr): que entre 13% e 17% dos motoristas brasileiros apresentam algum distúrbio comportamental no trânsito.

Desse modo, os Departamentos Estaduais de Trânsito (Detran) buscam conscientizar os motoristas para a prática da prevenção no trânsito, já que se trata de um espaço coletivo.

Informações obtidas em: DETRAN de São Paulo, de como evitar o estresse no trânsito. **Semana do Trânsito** em São Paulo, 2018. Disponível em: <https://www.detransp.org.br/pt-br/seguranca/seguranca-no-trannsito>. Acesso em: 9 out. 2018.

Proposta possível: soluções para a redução dos congestionamentos das grandes cidades.

Proposta possível: soluções para a redução dos congestionamentos das grandes cidades.

FÓRUM

Traz questões para debate, em que você e os colegas poderão praticar estratégias de argumentação.

Tipos de simetria

Vimos que uma figura plana pode apresentar simetria. No entanto, essa ideia não fica restrita apenas a uma figura. Duas figuras podem ser simétricas uma à outra. Vimos, então, estudar os três principais tipos de simetria, que são: **reflexão**, **translação** e **rotação**.

Simetria de reflexão (ou axial)

PENSE E RESPONDA

Resolva na p. 298

Responda às questões no caderno.

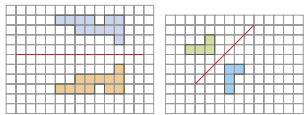
1. Observe as Figuras 1 e 2 na malha.

- a) Elas têm mesma forma? E mesmo tamanho? As duas figuras têm mesma forma e mesmo tamanho.
- b) Compare a posição que essas duas figuras se encontram em relação à linha vermelha. O que você observou?

Retornando o caso da seção **Pense e Responda**, se dobrarmos a malha quadriculada na linha vermelha, veremos que as duas figuras se sobrepõem e coincidem. Assim, podemos perceber que uma figura é o reflexo da outra em relação à linha vermelha.

Quando duas imagens são reflexo uma da outra e esse reflexo se dá em relação a uma linha, dizemos que há **simetria de reflexão** e a linha é seu **eixo de reflexão** ou ainda que as figuras são **simétricas**.

Observe estes exemplos de simetria de reflexão:



87

PENSE E RESPONDA

As atividades apresentadas valorizam a construção e a experimentação de suas próprias hipóteses.

PARA QUEM QUER MAIS

Nesta seção você encontra informações complementares relacionadas ao conteúdo estudado.

a) Resposta pessoal. Figura se os alunos perceberem que o quadrilátero pode assumir diferentes formas quando espantado, ou seja, a figura sofre uma deformação.

b) Figura se os alunos perceberem que, mesmo podendo assumir diferentes formas, a medida dos lados do quadrilátero não é alterada e nem os ângulos.

c) Para quem quer mais

Rigidez na estrutura dos triângulos

No dia a dia, é possível observar a presença de figuras que lembram triângulo em muitas construções. Ela faz parte da estrutura de pontes e edifícios, por exemplo, e seu uso pode ser explicado porque é uma figura rígida.

Para entender melhor a rigidez na estrutura dos triângulos, é possível construir, utilizando materiais simples, duas figuras diferentes: um triângulo e um quadrilátero. Para isso, você vai precisar de:

- 7 palitos de sorvete
- 7 percevejos ou tachinhas

Comece construindo um quadrilátero. Utilize 4 tachinhas para prender 4 palitos de sorvete de modo que obtenha um quadrilátero como a seguir. Reserve o quadrilátero. Depois, usando os outros palitos e as tachinhas, construa um triângulo.



Agora, procure apoiar o quadrilátero sobre uma mesa ou uma superfície lisa; depois, empurre um dos vértices superiores, conforme a imagem a seguir. Repita o mesmo procedimento com o triângulo.



Agora, responda no caderno:

- a) O que aconteceu quando você empurrou um dos vértices do quadrilátero?
- b) A medida dos lados do quadrilátero se manteve, mesmo quando empurramos um dos lados?
- c) A forma do triângulo mudou quando você empurrou um dos vértices?

d) Figura se os alunos perceberem que o triângulo não muda o seu formato, independentemente de como ele é empurrado.

184

Para calcular a probabilidade de Artur retirar uma bolinha azul, primeiro temos de determinar o número de possibilidades favoráveis, que é a quantidade de bolinhas azuis na urna, e o número total de possibilidades, que é a quantidade de bolinhas na urna. Logo, 15 possibilidades em 50, ou seja:

$$P_{\text{bolinha azul}} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 30\%$$

Como a quantidade de bolinhas vermelhas é 25, esse é o número de possibilidades favoráveis de Artur retirar uma bolinha vermelha da urna, e sua probabilidade é dada por:

$$P_{\text{bolinha vermelha}} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Como o número de possibilidades favoráveis a um determinado evento pode ser, no máximo, igual ao número total de possibilidades, temos que a probabilidade de esse evento acontecer pode ser no máximo 1, ou seja, 100%.

Retornando o caso das bolinhas, notamos que Artur só pode retirar uma bolinha amarela, azul ou vermelha. Se somarmos cada uma das probabilidades calculadas anteriormente, temos:

$$P_{\text{bolinha amarela}} + P_{\text{bolinha azul}} + P_{\text{bolinha vermelha}} = 20\% + 30\% + 50\% = 100\%$$

ATIVIDADES

Resolva na p. 319

Responda às questões no caderno.

1. Qual a probabilidade de sair cara no lançamento de uma moeda ao ar?

2. Calcule a probabilidade de obter um número menor que 3 no lançamento de um dado honesto.

3. Claudio irá lançar um dado honesto. Calcule a probabilidade de ele obter:

a) um número par

b) um número maior que 2

c) um número menor que 4

4. Na classe de Patrícia há 12 meninas e 18 meninos. Duas meninas se chamam Juliana, e três dos meninos são ruivos. Sendo sorteados um menino e uma menina para representar a turma na escola:

a) Qual a probabilidade de Patrícia ser sortada?

CEIJA QUE

Chamamos de dado honesto aquele cuja probabilidade de ocorrer de qualquer face é a mesma.

b) Qual a probabilidade de ser sortada uma bolinha azul?

c) Qual a probabilidade de ser sortado um dos meninos ruivos?

5. Quando o SP AC cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso.

A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma pessoa é:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{5}$

243

SAIBA QUE...

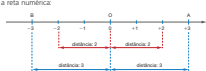
Traz informações complementares de maneira rápida e acessível.

UM NOVO OLHAR

É o momento de você refletir sobre os conhecimentos que adquiriu ao longo da Unidade e analisar sua produção nas propostas de trabalho, ampliando seu comprometimento com a aprendizagem.

Números inteiros opostos ou simétricos

Observe a reta numérica.



Note que os números $+3$ e -3 estão associados a pontos que se encontram a mesma distância do zero (eles possuem módulos iguais, mas situados em lados opostos na reta. O mesmo ocorre com os números $+2$ e -2).

Dois números inteiros que estão nessa condição são chamados **números inteiros opostos ou simétricos**.

Exemplos:

• $+2$ e -2 são números opostos ou simétricos;

• $+9$ e o oposto de -9 e vice-versa;

• $+100$ e -100 são números opostos ou simétricos;

• $+100$ e o oposto ou simétrico de -100 e vice-versa.

ATIVIDADES

Resolva na p. 297

Responda às questões no caderno.

1. Observe a reta numérica a seguir.

2. Qual a distância de:

a) -5 a 0 ;

b) -8 a 0 ;

c) -3 a 0 ;

d) -7 a 0 ;

3. Escreva o módulo dos números:

a) $+25$ e -25

b) -40 e $+40$

4. Dois números inteiros diferentes têm o mesmo módulo: 20. Quais são esses números?

5. Quais são os números inteiros que têm módulo menor que $|-3|$, $|-2|$, $|-1|$, 0 , $+1$ e $+2$?

6. Sabe-se que $N = -38$. Qual é o oposto de simétrico do número N ?

7. Um número inteiro é expresso por $128 - 4 = 30$. Qual é o oposto ou simétrico desse número?

8. Supondo uma reta numérica, responda:

a) Quantos quilômetros há entre 30 km a sudeste e 50 km a leste de um ponto, em linha reta?

b) Quantos graus há entre 5°C abaixo de zero e 12°C acima de zero?

c) Quantos metros há entre 80 m abaixo do nível do mar e 20 m acima do nível do mar?

9. Os exploradores, sob o comando de Nelsa, foram à Antártica em 1956. Nessa viagem, eles fizeram 100 km de caminhada por dia. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

10. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

11. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

12. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

13. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

14. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

15. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

16. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

17. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

18. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

19. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

20. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

21. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

22. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

23. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

24. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?

25. Quantos dias foram necessários para que eles chegassem à Antártica?



10. Na equação $(y - 3x + 4y - 5) = -3x$, temos $x = 2$. Qual é o número que expressa o valor da letra y ?

11. De acordo com dados do IBGE, a expectativa de vida do brasileiro em 2010 correspondia, em anos, à raiz da equação $50x - 60 = 400,7 - 8x - 40$. Qual era a expectativa de vida do brasileiro em 2010 (em anos)?

12. Os gerentes de uma empresa entrevistaram 420 candidatos a determinado emprego e registraram um número de candidatos igual a 3 vezes o número de candidatos aceitos. Então, o número de candidatos aceitos foi:

a) 84 b) 65 c) 60 d) 70

13. Sabe-se que as expressões abaixo são iguais. Nessas condições, qual é o valor do número x ?

2,8 - 2(1 + 1,5x) 3(1,2x - 2,4)

Escreva outra expressão com a incógnita x , igual à essas duas, e dê o valor de x .

a) 30 b) 24 c) 20 d) 10

14. Um novo olhar

Nesta Unidade, foram abordados: sequências numéricas recursivas e sequências numéricas não recursivas, lei de formação de uma sequência e termo geral, expressões algébricas e variável, princípios da qualidade, equações e inequações, conjunto universo e conjunto solução, e resolução de problemas com base em equações do 1º grau.

As equações estudadas nesta Unidade serão utilizadas e aplicadas em outros contextos matemáticos que serão estudados posteriormente. Além do uso de equações na Matemática, há também o uso de equações em outras disciplinas, como em Geografia e em Ciências.

Para melhor organizar esse primeiro contato com o estudo das equações do 1º grau, sugerimos a você que faça um breve resumo de cada tópico abordado anteriormente. Esse resumo deve conter um lembrete sobre cada conceito e um ou mais exemplos que considere relevante.

Com esse resumo em mãos, vamos retomar e refletir as aprendizagens que tivemos nesta Unidade.

• Como você explicaria o que é uma sequência recursiva? Resposta pessoal.

• Descreva uma situação em que aparece variável e outra que apresente inequação. Resposta pessoal.

• Explique com suas palavras o princípio da igualdade e qual sua importância na resolução de uma equação do 1º grau. Resposta pessoal.

• Qual é a importância de conhecer o conjunto universo de uma equação? Resposta pessoal.

153

2. No Colégio do Bairro há turmas de 6^a, 7^a, 8^a e 9^a anos do Ensino Fundamental. Nesse colégio um terço dos alunos cursa o 6^o ano, um quarto cursa o 7^o ano, três décimos dos alunos estudam no 8^o ano e 140 alunos estão no 9^o ano. Quantos alunos estudam nas turmas de 6^a ao 9^a anos dessa escola?
- 1^o passo:** O problema pede que descubra o número de alunos que estudam no 6^a, 7^a, 8^a e 9^a anos da escola, informando dados de cada ano.

2^o passo: Vamos representar esse número pela letra x e escrever a equação correspondente.

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + 140 = x$$

3^o passo: Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{20x}{60} + \frac{15x}{60} + \frac{10x}{60} + \frac{8400x}{60} = \frac{60x}{60}$$

$$20x + 15x + 10x + 8400 = 60x$$

$$20x + 15x + 10x - 60x = -8400 \quad (-1) \rightarrow -7x = -8400 \quad (-1)$$

$$7x = 8400 \quad \Rightarrow x = \frac{8400}{7} \quad \Rightarrow x = 1200$$

4^o passo: Estudam 1200 alunos nas turmas do 6^o ao 9^o ano nessa escola.

- 5. A influência da cultura africana no Brasil**
- A cultura brasileira é muito diversificada. O Brasil tem forte influência de origem africana, portuguesa e indígena, e isso pode ser notado nas manifestações musicais, religiosas e na culinária. A capoeira é um dos exemplos da nossa cultura que tem origem africana. No início, a capoeira era considerada pelos escravos vindos da África aos regimes cativos brasileiros, e os movimentos da luta foram adaptados aos ritmos das músicas para parecer uma dança, pois os senhores de engenho não permitiam que os escravos aprendessem a lutar.
- Pesquise sobre a influência da cultura africana no Brasil. **Resposta pessoal.**
- Você acha importante conhecer e valorizar a cultura brasileira? Por quê? **Resposta pessoal.**

3. Uma pesquisa, realizada com os alunos de uma classe da Escola Laranjeira, mostrou que os 42 alunos dessa classe ou gostam somente de samba, ou gostam somente de música sertaneja, ou gostam dos dois tipos de música. Quando a professora perguntou:

NÓS

Propicia a reflexão sobre valores, que será feita sempre em duplas, trios ou grupos.

POR TODA PARTE

Esta seção apresenta diversas situações que possibilitam ainda mais a conexão da Matemática com diversas áreas do conhecimento.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Mesada

A mesada pode cumprir algumas finalidades importantes: mostrar que o dinheiro é limitado, ensinar valores e princípios da família e estimular a criança a praticar a autonomia. [...] 7^a A mesada tem de ser justa nos dois sentidos. Deve ser suficiente para a criança arcar com os gastos que fixaram sob a responsabilidade dela e também limitada, de modo que ela aprenda, desde cedo, a estabelecer prioridades e a fazer um planejamento. Desde o início, a mesada deve ser dada com critério, para que tenha realmente um caráter educativo. Assim, se pais precisam estabelecer o que a criança vai comprar com o dinheiro que recebe e o que ainda ficará sob a responsabilidade deles. [...] A mesada é uma excelente ferramenta, mas também não é uma educação financeira completa. Deve ser tratada como mais um recurso educativo, em um universo em que há outros pontos de contato com a realidade do cotidiano da família. [...] Fonte: UNICRI. *Como ensinar os filhos a lidar com o dinheiro*. Disponível em: <http://www.unicri.org.br/brasil/7-ano-conteudo-na-hora-de-dar-mesada-aos-filhos.html>. Acesso em: 13 out. 2016.

1. Para negociar uma mesada com seus pais, Rodrigo fez uma tabela dos seus gastos. Observe como ele organizou seus gastos.

	Valor médio (em R\$)	Quantas vezes por mês em que ocorre esse gasto	Valor total mensal (em R\$)
Gastos mensais			
Compras na cantina	3,50	8	28,00
Saída com amigos	10,00	3	30,00
Livros/compra	15,00	1	15,00
Extra	5,00	1	5,00

- a) Qual é o total das despesas estimadas de Rodrigo? **R\$ 78,00**
- b) Considerando os valores previstos, se no primeiro dia Rodrigo pagar R\$ 5,00 em um sábado e no dia seguinte, gastar R\$ 4,00, quanto deverá gastar em média nos outros 6 dias do mês para se manter dentro do orçamento? **R\$ 10,00**
- c) Rodrigo achou que podia não pagar a mesada e ir até a cantina para fazer não laticíneos, se necessário, no mês seguinte, por exemplo, ele gostaria de ir a um show, cujo ingresso custaria 20 reais. Sugira de quais itens da lista ele poderia obter esse dinheiro. **Resposta pessoal.**
- d) Faça você também uma tabela como a de Rodrigo, considerando seus gastos mensais. **Resposta pessoal.**



Fonte: Dados fictícios.

231

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Gráficos de colunas triplas e de barras triplas

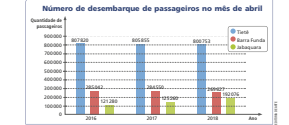
São Paulo é o município com mais habitantes do Brasil, com seus mais de 12 milhões de habitantes, os desafios são enormes. Desde o abastecimento de água, passando pelo lixo, número de escolas, entre outros, todos os números são impressionantes. Um dos desafios em São Paulo é o trânsito, tanto dentro da cidade como para outros locais.

A forma de transporte coletivo mais utilizada é o rodoviário, e, como não seria diferente, a cidade conta com três grandes terminais rodoviários: o do Tietê, o Barra Funda e o Jabaquara.



Terminal Rodoviário do Tietê, São Paulo. Foto de dezembro de 2017.

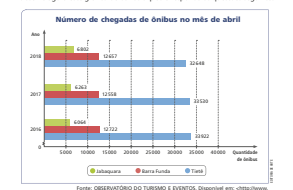
Terminal Rodoviário Jabaquara, São Paulo. Foto de dezembro de 2017.



Esse é um gráfico de colunas triplas. Cada cor representa um terminal rodoviário da cidade de São Paulo e cada grupo de três colunas coloridas refere-se ao número de desembarque de passageiros no mês de abril de 2016, 2017 e 2018.

Responda as questões no caderno.

- Descreva o que esse gráfico representa. Ele mostra quantos passageiros desembarcaram no mês de abril de 2016, 2017 e 2018 em cada um dos três terminais rodoviários da cidade de São Paulo.
- Ao todo, quantos passageiros desembarcaram nos três terminais em abril de 2018?
- Ao longo desses três anos, o que ocorreu com o número de desembarques de passageiros no mês de abril no terminal rodoviário do Tietê?
- Quantos passageiros desembarcaram em cada um dos terminais rodoviários de São Paulo em abril de 2018?
- Pode-se dizer que a conclusão correta para o terminal do Tietê é válida para os outros dois terminais também? Por quê? Foi o terminal Barra Funda, ou para o terminal Jabaquara ou não, ou não tem certeza. Explique o que aconteceu com o ano.
- Em qual terminal ocorreu a maior diminuição no número de desembarques no mês de abril, entre 2016 e 2018? Qual foi essa diminuição? Terminal Barra Funda, 14.000.
- Pesquise os dados de desembarques nestes terminais até o ano atual. Organize os dados de 2016 até os dias de hoje em um gráfico. Você pode utilizar uma planilha eletrônica para fazer o novo gráfico. **Resposta pessoal.**



Fonte: OBSERVATÓRIO DO TURISMO E EVENTOS. Disponível em: <http://www.observatorio-turismo-eventos.org.br/>. Acesso em: 13 out. 2018.

- a) Do que trata esse gráfico? 2018 em cada um dos três terminais rodoviários da cidade de São Paulo.
- b) Quantos ônibus chegaram ao todo nestes três terminais em abril de 2018? 30.000.
- c) Em qual terminal ocorreu a maior diminuição no número de chegadas de ônibus no mês de abril, entre 2016 e 2018? De quanto foi esse aumento? Terminal Jabaquara, 750.
- d) Converse com um colega sobre o que está ocorrendo com o número de chegadas de ônibus ano a ano em cada um dos terminais. Note-se que o número de chegadas de ônibus vem diminuindo ano a ano desde 2016. No terminal rodoviário Barra Funda, esse número diminuiu de 2016 para 2017 e aumentou de 2017 para 2018. Já no terminal Jabaquara, esse número vem sempre aumentando.

26

27

SUMÁRIO

UNIDADE 1

NÚMEROS NATURAIS E OPERAÇÕES 12

1. Os números naturais 14	
Sequência numérica 14	
Atividades 15	
2. Operações com números naturais 16	
Adição e subtração 16	
Multiplicação e divisão 17	
Atividades 18	
Por toda parte • Conheça Palmas 19	
3. Divisores e múltiplos de um número natural 20	
Divisores 20	
Múltiplos 20	
Números primos 21	
Decomposição em fatores primos 21	
Máximo divisor comum (m.d.c.) 22	
Mínimo múltiplo comum (m.m.c.) 23	
Atividades 24	
Tratamento da informação • Gráficos de colunas triplas e de barras triplas 26	
Retomando o que aprendeu 28	

UNIDADE 2

O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS 30

1. A ideia de números inteiros 32	
Entendendo os números negativos 33	
Atividades 35	
2. O conjunto dos números inteiros 36	
A reta numérica 36	
Atividades 38	
3. Módulo de um número inteiro 39	
Números inteiros opostos ou simétricos 40	
Atividades 40	
4. Comparação de números inteiros 41	
Atividades 43	
Por toda parte • Temperaturas pelo Brasil 44	
5. Adição de números inteiros 45	
Atividades 50	

6. Subtração de números inteiros 52	
Atividades 54	
7. Adição algébrica 55	
Atividades 57	
8. Multiplicação de números inteiros 59	
Propriedades da multiplicação 61	
Atividades 63	
9. Divisão exata de números inteiros 64	
Atividades 65	
10. Potenciação de números inteiros 66	
Propriedades da potenciação em \mathbb{Z} 67	
Atividades 68	
11. Raiz quadrada exata de números inteiros 69	
Atividades 69	
12. Expressões numéricas 70	
Atividades 71	
Tratamento da informação • Análise de gráficos com números negativos 72	
Retomando o que aprendeu 74	

UNIDADE 3

TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS E SIMETRIA 76

1. Transformações no plano 78	
Polígonos e sistema de coordenadas 78	
Ampliação e redução 78	
Reflexão 79	
Ampliação e redução com o uso da malha quadriculada 80	
Atividades 82	
Por toda parte • Maquetes e miniaturas 83	
Tratamento da informação • Gráfico de setores 84	
2. Simetria 86	
A ideia de simetria 86	
Tipos de simetria 87	
Atividades 90	
Tecnologias • Simetrias com GeoGebra 92	
Retomando o que aprendeu 94	
Atualidades em foco • Educação ambiental – arte e lixo 96	

● UNIDADE 4

O CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS 98

1. Os números racionais	100
Módulo ou valor absoluto de um número racional.....	101
A reta numérica.....	102
Atividades	103
2. Adição algébrica de números racionais	104
Atividades	105
3. Multiplicação com números racionais	106
Multiplicação de números racionais na forma decimal.....	106
Multiplicação de números racionais na forma de fração	107
Atividades	109
4. Divisão com números racionais	110
Divisão com números racionais na forma decimal.....	110
Divisão com números racionais na forma de fração	111
Atividades	114
5. Potenciação de números racionais	116
Expoente inteiro negativo.....	117
Atividades	118
Por toda parte • Esportes: o atletismo	119
6. Raiz quadrada exata de números racionais	120
Atividades	122
Educação financeira •	
A ciência dos preços	123
7. Média aritmética e média aritmética ponderada	124
Atividades	125
Tratamento da informação • Análise de tabelas e gráficos com números racionais negativos	126
Retomando o que aprendeu	128

● UNIDADE 5

LINGUAGEM ALGÉBRICA E EQUAÇÕES 130

1. Sequências	132
Termo geral de uma sequência recursiva	133
Atividades	134
2. Expressões algébricas	135
A ideia de variável	135
3. Igualdade	136
Propriedades de uma igualdade	137
Princípios de equivalência	137
Atividades	138
4. Equações	139
Conhecendo as equações	139
Atividades	141
5. Conjunto universo e solução de uma equação	142
Como verificar se um número dado é raiz de uma equação.....	144
Atividades	144
Por toda parte • Crescimento populacional.....	145
6. Equações equivalentes	146
Como reconhecer equações equivalentes.....	146
Escrever uma equação equivalente a uma equação dada	147
Atividades	149
7. Equações do 1º grau com uma incógnita	150
Resolvendo equações do 1º grau com uma incógnita	150
Atividades	153
8. Equações na resolução de problemas ...	156
Atividades	159
Tratamento da informação •	
Gráficos de linhas (ou de segmentos)	160
Retomando o que aprendeu	162



AGUSTINA CAMILION/SHUTTERSTOCK.COM

UNIDADE 6

FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS 164

1. Ângulos	166
Definição e medida de um ângulo	166
Classificação de ângulos	167
Ângulos congruentes	168
Ângulos consecutivos e ângulos adjacentes	168
Atividades	170
Ângulos complementares	171
Ângulos suplementares	171
Atividades	172
2. Retas	173
Retas paralelas e retas concorrentes	173
Ângulos opostos pelo vértice	174
Atividades	175
Retas paralelas cortadas por uma transversal	176
Atividades	180
3. Triângulos	182
Condição de existência de um triângulo ...	182
Soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo	183
Atividades	185
4. Polígonos regulares	186
Medidas dos ângulos internos de um polígono regular	186
Ângulos externos	187
Atividades	187
5. Circunferência	188
O número π	189
Atividades	190
6. Construções geométricas	191
Construção de uma circunferência	191
Construção de um triângulo	191
Construção de um polígono regular	192
Tratamento da informação • Prática de atividade física	194
Retomando o que aprendeu	196
Atualidades em foco • Direitos dos idosos ...	198

UNIDADE 7

GRANDEZAS PROPORCIONAIS 200

1. Razão	202
Atividades	205
Razões escritas na forma decimal	207
Razões escritas na forma percentual	207
Atividades	209
2. Proporção	210
Propriedade fundamental das proporções ...	212
Atividades	214
Números diretamente proporcionais	216
Números inversamente proporcionais	218
Atividades	219
Grandezas diretamente proporcionais	220
Grandezas inversamente proporcionais	221
Atividades	222
3. Regra de três	224
Regra de três simples	224
Atividades	226
Por toda parte • Valor nutricional das frutas	227
Regra de três composta	228
Atividades	230
Educação financeira • Mesada	231
Tratamento da informação • Construindo um gráfico de setores	232
Retomando o que aprendeu	234



INES SACRAMENTO/SHUTTERSTOCK.COM

UNIDADE 8	
PORCENTAGEM, PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	236
1. Porcentagem	238
Resolvendo problemas com porcentagem	238
Atividades	240
Educação financeira • Educação financeira para crianças influencia famílias e professores	241
2. Probabilidade	242
Atividades	243
Tratamento da informação • Experimento aleatório	244
3. Medidas em estatística	246
Atividades	248
Por toda parte • Os aparelhos domésticos e o consumo de energia	249
4. Pesquisa estatística	250
População e amostra	250
Pesquisa censitária e amostral	251
Atividades	253
Tecnologias • Construindo gráficos no computador	254
Retomando o que aprendeu	256

UNIDADE 9	
ÁREA E VOLUME	258
1. Área de figuras geométricas planas	260
Área de um retângulo	260
Área de um quadrado	260
Equivalência entre áreas	261
Área do paralelogramo	261
Área do triângulo	262
Área do trapézio	263
Atividades	264
Por toda parte • Densidade demográfica	266
2. Volume	267
Volume do paralelepípedo	267
Volume do cubo	268
Unidades de medida de volume	269
Atividades	270
Tratamento da informação • Pesquisa por amostragem na coleta de dados do Censo Demográfico	272
Retomando o que aprendeu	274
Atualidades em foco • Família e vida social	276

Respostas	278
Referências bibliográficas	287



STEPHEN POND/GETTY IMAGES

GERAIS

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

ESPECÍFICAS

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

HABILIDADES p. XIX e XX

Números

- EF07MA01
- EF07MA03

Probabilidade e estatística

- EF07MA36



NÚMEROS NATURAIS E OPERAÇÕES


A sequência de Fibonacci

é uma das mais famosas sequências de números naturais. Seu nome é uma homenagem ao matemático italiano Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci, que a descreveu pela primeira vez, em 1202, em um estudo sobre a evolução de uma determinada população de coelhos.

Essa sequência é observada na natureza e em diversas áreas do conhecimento. Um exemplo é o famoso retângulo áureo. Veja como construir um e onde ele é observado.

1


Desenhe dois quadrados com medida de lado 1 u.c. e que compartilhem um dos lados.



Juntos, eles formarão um retângulo 2 u.c. × 1 u.c.

2

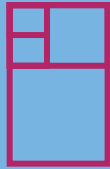
Desenhe um quadrado com medida de lado 2 u.c. e que compartilhe um lado com o maior dos lados do retângulo formado no passo anterior.



Juntos, eles formarão um retângulo 3 u.c. × 2 u.c.

3

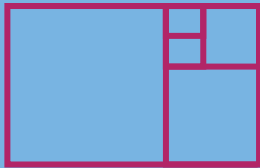
Desenhe um quadrado com medida de lado 3 u.c. e que compartilhe um lado com o maior dos lados do retângulo formado no passo anterior.



Juntos, eles formarão um retângulo 5 u.c. × 3 u.c.

4

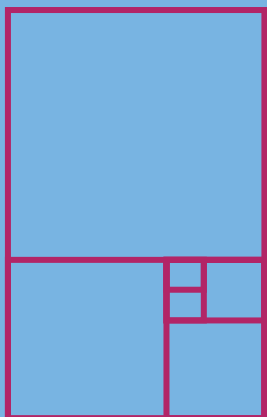
Desenhe um quadrado com medida de lado 5 u.c. e que compartilhe um lado com o maior dos lados do retângulo formado no passo anterior.



Juntos, eles formarão um retângulo 8 u.c. × 5 u.c.

5

Desenhe um quadrado com medida de lado 8 u.c. e que compartilhe um lado com o maior dos lados do retângulo formado no passo anterior.



Juntos, eles formarão um retângulo 13 u.c. \times 8 u.c.

7

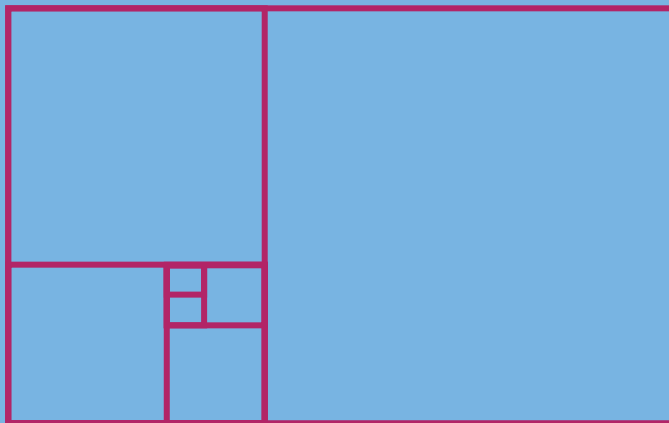
Continue a construção quanto desejar, seguindo a mesma regra.

Observando o comprimento dos lados dos quadrados desenhados, podemos notar que eles seguem a sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... conhecida como sequência de Fibonacci.

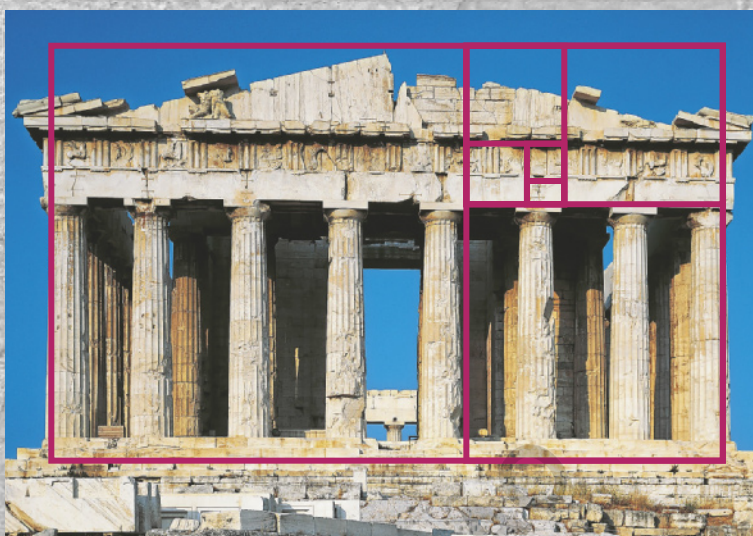
Esse retângulo pode ser observado, por exemplo, na fachada do Parthenon, construção grega em Atenas, Grécia.

6

Desenhe um quadrado com medida de lado 13 u.c. e que compartilhe um lado com o maior dos lados do retângulo formado no passo anterior.



Juntos, eles formarão um retângulo 21 u.c. \times 13 u.c.



Fachada do Parthenon, Atenas, Grécia. Foto de 1987.

Cada número subsequente é a soma dos dois anteriores, a partir do terceiro elemento.

Agora, pense e responda no caderno:

A sequência de Fibonacci é infinita, iniciada originalmente pelo número 1 (na versão moderna foi incluído o zero como primeiro elemento), e é dada pelos seguintes elementos, conhecidos como números de Fibonacci:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

- Qual é o padrão que essa sequência de Fibonacci segue?

- O número 144 faz parte da sequência de Fibonacci.

Qual é o número subsequente ao 144 nessa sequência?

O número subsequente ao 144 é 233, dado pela soma $89 + 144 = 233$.

13

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Abertura da Unidade

Esta Unidade retoma e amplia o trabalho com números naturais visto no ano anterior sob o enfoque de sequências numéricas, com uma breve revisão das quatro operações fundamentais. Explora com destaque as sequências de múltiplos e de divisores de um número natural e aborda mais profundamente a obtenção do máximo divisor comum e do mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais não nulos. Além disso, traz leitura e interpretação de gráficos de colunas e de barras envolvendo operações com números naturais.

Na abertura, para instigar os alunos a conhecer mais sobre os números naturais, é apresentada a sequência de Fibonacci, rica em aplicações e relações numéricas. Pode-se detalhar algumas de suas aplicações, se julgar oportuno.

AMPLIANDO

Link

Caso tenha disponibilizado, assistir com os alunos ao vídeo **Os caçadores de sons de Fibonacci**, produzido com o apoio da Unicamp. Ele apresenta uma situação que relaciona a sequência de Fibonacci à música. O vídeo está disponível em: <<http://livro.pro/uu86su>>. Acesso em: 9 out. 2018.

NO DIGITAL – 1º bimestre

- Ver o plano de desenvolvimento para as Unidades 1, 2 e 3.
- Desenvolver o projeto integrador sobre produção de Pêssankas – ovos pintados à mão, de origem ucraniana.
- Explorar as sequências didáticas do bimestre, que trabalham as habilidades EF07MA01, EF07MA03, EF07MA04, EF07MA19, EF07MA20 e EF07MA21.
- Acessar a proposta de acompanhamento da aprendizagem.

Os números naturais

Os números naturais fazem parte do nosso cotidiano e é impossível imaginar o nosso mundo atual sem o uso dos números. Nesta página os alunos são chamados a mobilizar os conhecimentos já construídos acerca de números naturais, visando consolidá-los e ampliá-los.

Sequência numérica

Observar padrões em sequências numéricas é uma forma muito rica para se conhecer características de um conjunto de números e as relações existentes entre seus elementos. Verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre sequência numérica para identificar possíveis pontos a serem desenvolvidos pode ser uma estratégia interessante para desenvolver o conteúdo.

Reta numérica

O uso da reta numérica como um instrumento auxiliar nesse contexto pode contribuir para o entendimento de uma determinada situação e dar significado ao aprendizado na medida em que proporciona um novo olhar para uma mesma situação, por exemplo, para compor uma sequência numérica, pode-se fazer uso da reta numérica ou não.

Se julgar necessário, retomar os conceitos de sucessor e antecessor de um número natural e trabalhar por meio de algumas atividades.

Além disso, pode-se explorar a comparação de números naturais por meio da reta numérica, com o objetivo de levar os alunos a perceber a ordenação desses números.



OS NÚMEROS NATURAIS

No nosso dia a dia e na Natureza os números são muito úteis, em especial para expressar registros de contagem. Por exemplo, um rebanho pode ter 20, 100 ou 3 000 animais, uma árvore pode ter 4 ou 8 galhos ou, ainda, em uma multidão pode haver mais de 500 pessoas. Os números ligados a uma contagem são os **números naturais**.

Sequência numérica

Todo grupo de números dispostos em uma determinada ordem é uma **sequência numérica**, em que podemos identificar o 1º elemento (ou termo), o 2º elemento etc.

As sequências numéricas podem ou não ter um **padrão** (uma regra) de formação.

Por exemplo, você já deve conhecer a **sequência dos números naturais**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...**

Ela é uma sequência numérica cujo padrão de formação é “cada número subsequente é obtido adicionando-se 1 unidade ao número anterior”.

Uma sequência pode ser finita ou infinita, por exemplo:

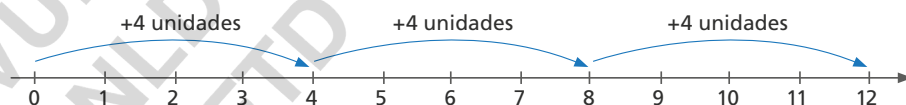
- a sequência dos números naturais pares: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... (sequência infinita);
- a sequência dos números naturais ímpares de 1 a 10: 1, 3, 5, 7, 9 (sequência finita).

Nessas duas sequências, cada número subsequente é obtido adicionando-se 2 unidades ao número anterior.

Reta numérica

Você também já viu que é possível associar números naturais a pontos de uma reta, nesse caso chamada de **reta numérica**. Nessa reta podemos, por exemplo, localizar o antecessor ou sucessor de um número natural não nulo na sequência dos números naturais.

Ainda usando a reta numérica, podemos construir sequências numéricas. Por exemplo, se quisermos formar uma sequência numérica de números naturais, iniciando do zero e sempre acrescentando 4 unidades, faremos:



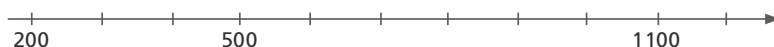
A sequência numérica obtida será: 0, 4, 8, 12, ...

Comparação de números naturais

Na sequência de números naturais, podemos comparar dois ou mais números naturais. Para isso, podemos também usar a reta numérica.

Na reta numérica, observamos que, quanto mais à direita fica a representação do número, maior ele é.

Vamos observar e comparar os números 200, 500 e 1100.



Pela posição na reta, podemos notar que 200 é menor que 500 ($200 < 500$) e 500 é menor que 1100 ($500 < 1100$). Logo, podemos escrever esses três números em ordem crescente (do menor para o maior):

$$200 < 500 < 1100$$

Ou na ordem decrescente (do maior para o menor):

$$1100 > 500 > 200$$

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 289

Responda às questões no caderno.

- Quais os primeiros 5 elementos da sequência de números naturais formada a partir do 1, sendo que cada número da sequência é formado pelo seu antecessor adicionado de 3 unidades?
1, 4, 7, 10, 13

- Escreva no caderno como é formada a sequência a seguir:

1, 6, 11, 16, 21, ...

- Identifique a seguir qual é a sequência composta pelos sucessores dos 5 primeiros números naturais pares.

- a) 0, 1, 2, 3, 4 d) 3, 5, 7, 9, 13
b) 1, 2, 3, 4, 5 e) 1, 3, 5, 7, 9
c) 0, 2, 4, 6, 8 **Alternativa e.**

- Escreva no caderno o sucessor dos números:

- a) 123 **124** d) 999 **1000**
b) 85 **86** e) 5209009 **5209010**
c) 99 **100** f) 1001 **1002**

2. A partir do 1, adiciona-se 5 a cada elemento para obter o número seguinte.

- Encontre de que números são antecessores os números abaixo.

- a) 321 **322** c) 1 **2** e) **10 000**
b) 10 **11** d) 1000 **1001** f) **47 001**
47 002

- Organize, no seu caderno, em ordem crescente os números a seguir.

101 150 700 207 200 197 555

101, 150, 197, 200, 207, 555, 700

- Identifique qual das alternativas mostra uma comparação falsa de números naturais. **Alternativa c.**

- a) $2 < 5 < 22 < 37 < 101$
b) $33 > 14 > 7 > 0$
c) $1 < 5 < 6 < 9 < 8 < 11$
d) $25 > 15$ e $15 < 35$
e) $35 < 53$ e $81 > 18$

DESAFIO

- A é maior que 8 e menor que 10, B é o sucessor de um número natural par maior que 6 e B também é menor que 10. Comparando os números A e B, o que se pode concluir? **A é igual a B.**

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo explorar sequências numéricas e comparação de números naturais.

É interessante encorajar os alunos a utilizar estratégias pessoais e a socializá-las com os colegas. Se necessário, solicitando a ajuda deles, explorar as situações apresentadas na lousa.

Desafio

No desafio proposto, deixar que os alunos leiam e discutam entre si. Depois, pedir-lhes que expliquem as informações apresentadas. Fazer um registro dos dados na lousa para que eles possam consultá-lo.

Resolução do desafio

- O número A está entre 8 e 10. Então, A só pode ser o número natural 9.
- O número B é o sucessor de um número natural par maior que 6, o que indica que B é ímpar e é maior que 7 (sucessor de 6). Além disso, sabemos que B é menor que 11. Então, B é um número ímpar entre 7 e 11. Mas como entre 7 e 11 há apenas os números naturais 8, 9 e 10, o único ímpar é o 9, ou seja, B = 9. Logo, concluímos que A = B.

Adição e subtração

As situações de adição e subtração apresentadas têm o intuito de mobilizar os conhecimentos já construídos e consolidar a compreensão dos significados associados a essas operações por parte dos alunos.

Explorar as situações com eles e pedir que expliquem as informações que podem ser verificadas em cada uma delas e que identifiquem as ideias envolvidas. Depois, propor as resoluções apresentadas na lousa, pedindo auxílio dos alunos em cada etapa, retomando os termos envolvidos e os algoritmos usuais dessas operações.

Para ampliar, é possível propor aos alunos realizar os cálculos por outras estratégias, socializando-as com os colegas.

Se achar conveniente, explorar as propriedades da adição, registrando-as em um cartaz a ser fixado em local de fácil visualização para posterior consulta dos alunos.

- Propriedade comutativa: A ordem das parcelas não altera a soma.

- Propriedade associativa: Em uma soma de várias parcelas, pode-se substituir duas ou mais parcelas pela sua soma (associação).

- Elemento neutro: O zero é o elemento neutro da adição, ou seja, qualquer número adicionado a zero resulta em si mesmo.



OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Adição e subtração

Vamos fazer uma breve retomada das operações de adição e subtração, lembrando que na adição temos as ideias de juntar e acrescentar, enquanto na subtração temos as de tirar, comparar e completar quanto falta.

Vamos observar as seguintes situações.

- 1 Paulo tem 357 reais na poupança e sua irmã Julieta tem 489 reais. Eles reuniram essas quantias para comprar um televisor. Quanto eles têm ao todo para comprar a TV?

$$\begin{array}{r} 357 \\ + 489 \\ \hline 846 \end{array}$$

→ parcela → parcela → soma

Ao todo, eles têm 846 reais para comprar a TV.

Ao **juntar** as duas quantias, efetuamos uma adição para calcular o total.

- 2 Uma biblioteca infantil está reorganizando seu acervo, que tem 15 020 livros.

- a) A biblioteca quer ampliar seu acervo para 16 000 livros. Quantos livros faltam para atingir essa quantidade?

$$16\,000 - 15\,020 = 980$$

Logo, faltam 980 livros.

- b) Do acervo atual, 209 livros foram enviados para restauração. Quantos livros restaram na biblioteca?

$$15\,020 - 209 = 14\,811$$

Logo, restaram 14 811 livros na biblioteca.

No item a, para **completar** o acervo e descobrir quantos livros faltam, fizemos uma subtração e, no item b, ao se **tirar** os livros e descobrir quantos ficam, também há uma subtração envolvida.

Lembre-se de que a adição e a subtração são operações inversas.

$$\begin{array}{l|l} \text{a) } 20 - 12 = 8 \rightarrow 8 + 12 = 20 & \text{b) } 15 + 7 = 22 \rightarrow 22 - 7 = 15 \\ \text{ou } 20 - 8 = 12 & \text{ou } 22 - 15 = 7 \end{array}$$

Multiplicação e divisão

As situações de multiplicação e divisão apresentadas visam mobilizar os alunos e consolidar a compreensão deles dos significados associados a essas operações. É uma oportunidade de eles compreenderem os algoritmos usuais dessas operações. É importante, também, que os alunos se lembrem dos nomes dos termos dessas operações, pois eles estarão presentes no estudo dos múltiplos e divisores, que farão mais adiante nesta Unidade.

Pode-se proceder de maneira análoga ao que foi feito com a adição e subtração. Explorar a relação fundamental da divisão, garantindo a sua compreensão pelos alunos, de modo que possam identificar quando aplicá-la.

Se achar conveniente, explorar também as propriedades da multiplicação, registrando-as em um cartaz que pode ficar em um local de fácil visualização para posterior consulta dos alunos.

- Propriedade comutativa: A ordem dos fatores não altera o produto.
- Propriedade associativa: Em um produto de vários fatores, pode-se substituir dois ou mais fatores pelo seu produto (associação).
- Elemento neutro: O número 1 é o elemento neutro da multiplicação, pois o produto de qualquer número por 1 é sempre igual a esse número.
- Propriedade distributiva da multiplicação: Multiplicar um número natural por uma adição (ou subtração) significa multiplicá-lo por cada uma das parcelas (ou por cada um dos termos da subtração) e, no final, adicionar (subtrair) os resultados de cada multiplicação.

Multiplicação e divisão

Agora, vamos retomar a multiplicação e a divisão, sempre lembrando que na multiplicação temos as ideias de adicionar parcelas iguais, determinar a quantidade de elementos em uma organização retangular, determinar a quantidade de combinações e de proporcionalidade. Já a divisão tem a ideia de dividir uma quantidade em partes iguais e a ideia de medida.

Vamos ver as seguintes situações:

- 1 Para ir ao trabalho, José tem de pegar um ônibus e um trem. Sabendo que ele tem 4 opções de linhas de ônibus e 3 opções de linhas de trem, de quantas maneiras diferentes José pode ir ao trabalho tomando um ônibus e um trem?

4 x 3 = 12
fatores produto

Então, José pode ir de 12 maneiras diferentes ao trabalho.
Para saber quantas **combinações** ele pode fazer, efetuamos uma multiplicação.

- 2 Uma balsa faz a travessia de um rio que liga duas cidades. Em cada viagem, a balsa consegue levar no máximo 25 carros. Se essa balsa deve transportar 380 carros, quantas viagens no mínimo ela terá de fazer?

dividendo ← 3 8 0 | 9 → divisor
- 2 5 1 5 → quociente
1 3 0
- 1 2 5 → resto
5

Assim, serão 15 viagens com a balsa cheia e 1 viagem para os últimos 5 carros, ou seja, no mínimo serão 16 viagens.
Nesse caso, precisamos saber quantas vezes 25 cabe em 380, ou seja, uma ideia de **medida**, o que também envolve uma divisão.
Observe que:

380 = 15 x 25 + 5

Essa é a relação fundamental da divisão:

dividendo = quociente x divisor + resto

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo explorar as operações estudadas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Na **atividade 5**, aproveitar para retomar expressões numéricas que envolvem adição e subtração. Pode-se sugerir aos alunos que realizem os cálculos iniciando pela subtração para depois fazer a adição; em seguida, pela adição para depois fazer a subtração. Pedir-lhes que expliquem oralmente o porquê de os valores serem diferentes e até mesmo de não se conseguir efetuar a subtração em alguns casos (como nos **itens c e d**). Depois, orientá-los a apresentar uma maneira de garantir que todos realizem a expressão e obtenham o mesmo resultado.

Na **atividade 9**, verificar se os alunos percebem que a imagem é importante para a resolução da questão. Aproveitar e discutir com eles a organização retangular e sua associação com a multiplicação.

Na **atividade 14**, o objetivo é gerar uma reflexão sobre o que significa o resto em uma divisão e a percepção da utilidade da relação fundamental da divisão. Nas divisões exatas (casos dos **itens a, b e c**), espera-se que os alunos percebam que se obtiveram um número natural no visor da calculadora é porque o resto da divisão é zero.

Na divisão que não é exata, espera-se que os alunos percebam que o quociente natural obtido é o número que aparece antes da vírgula no visor da calculadora. Sendo assim, eles podem usar a relação fundamental da divisão para determinar o resto. No **item d**, ao fazer a divisão de 593 por 100 na calculadora simples, aparecerá no visor 5,93, o que indica que o quociente natural é 5. Então, aplicando a relação fundamental, tem-se:

$$5 \times 100 + \text{resto} = 593$$

$$500 + \text{resto} = 593$$

Ou seja, os alunos devem perceber que o resto é quanto falta a 500 para atingir 593, ou

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 289

1. Calcule mentalmente:

- a) $7 + 3 + 5$ **15** d) $37 - 25$ **12**
b) $12 + 6 + 4$ **22** e) $45 - 18$ **27**
c) $15 + 5 + 2 + 8$ **30**

2. José vai jogar dois dados e precisa tirar 9 pontos ao todo para ganhar um jogo. Quais pares de números podem sair no dado para José ganhar? **3 e 6, 4 e 5.**

3. Cristina mora em Brasília e vai viajar até Palmas com um amigo. Para isso, eles vão percorrer 850 km, sem paradas. O hodômetro do carro registra 22 432 km rodados quando eles iniciam a viagem. Quanto o hodômetro vai registrar na chegada à Palmas? **23 282**

4. Efetue as subtrações no caderno.

- a) $207 - 130$ **77** c) $11\,121 - 1\,958$ **9\,163**
b) $909 - 617$ **292**

5. Em uma expressão numérica, efetuam-se as adições e subtrações na ordem em que aparecem. Assim, calcule:

- a) $14 + 37 - 12$ **39** c) $108 + 91 - 128$ **71**
b) $49 - 27 + 48$ **70** d) $123 + 456 - 543$ **36**

6. Joelma foi ao supermercado e gastou 35 reais em produtos de limpeza, 18 reais em sucos e 42 reais em mantimentos. No caixa, ela pagou suas compras com duas cédulas de 50 reais. Quanto Joelma recebeu de troco? **5 reais.**

7. Transforme as adições a seguir em multiplicações e obtenha os resultados.

- a) $11 + 11 + 11 + 11$ **$4 \times 11 = 44$**
b) $7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$ **$7 \times 7 = 49$**
c) $14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14$ **$7 \times 14 = 98$**

8. Efetue as multiplicações:

- a) $4 \times 8 \times 10$ **320** c) 81×12 **972**
b) $4 \times 80 \times 3$ **960** d) 14×307 **4\,298**

9. Solange fez 30 bandejas de biscoitos iguais à da imagem a seguir.



Quantos biscoitos Solange fez? **450 biscoitos.**

10. Carlos foi ao banco pagar sua conta de energia elétrica de 51 reais, e recebeu 19 reais de troco da caixa.

- a) Qual foi a quantia que Carlos deu para o caixa? **70 reais.**
b) Sabendo que Carlos deu duas cédulas do caixa, quais cédulas eram essas?

Eram uma cédula de 50 reais e uma de 20 reais.

11. Um teatro é composto de três setores. O setor A possui 20 fileiras com 15 cadeiras cada uma. Os setores B e C são compostos de 25 fileiras com 10 cadeiras cada. Qual é a lotação (quantidade máxima) de pessoas desse teatro? **800 pessoas.**

12. Efetue as divisões, obtendo quociente natural.

- a) $122 : 11$ **11 com resto 1.**
b) $628 : 25$ **25 com resto 3.**
c) $199 : 12$ **16 com resto 7.**

13. Numa pequena granja há 18 galinhas poedeiras, que produzem 90 ovos por semana. Quantos ovos, em média, cada galinha bota a cada semana? **5 ovos.**

14. Determine o resto de cada divisão, usando uma calculadora para os cálculos.

- a) $234 : 18$ **0** c) $888 : 24$ **0**
b) $308 : 22$ **0** d) $593 : 100$ **93**

seja, o resto é o resultado da subtração $593 - 500$. Logo, o resto é 93.

É importante incentivar os alunos a validar suas respostas.

Conheça Palmas

A cidade de Palmas, no estado do Tocantins, é a capital mais nova do Brasil. Ela completou 30 anos em 2019.

Palmas foi inaugurada em 20 de maio de 1989 e se localiza na exuberante paisagem do Cerrado, no coração do Brasil. Palmas é a última cidade brasileira planejada do século XX, dotada de um ecossistema de grande beleza cênica que contém parques urbanos, jardins e áreas verdes estrategicamente projetadas.

Localizada a 805 km de Brasília (DF), Palmas conta com uma arquitetura arrojada, com avenidas largas, dotadas de completo trabalho paisagístico e divisão urbanística caracterizada por grandes quadras comerciais e residenciais.

Ela tem sediado grandes eventos internacionais, como a primeira edição dos Jogos Mundiais dos Povos Indígenas (outubro de 2015), que contou com a participação de 1800 atletas de etnias brasileiras e de países como Nova Zelândia, Canadá, Rússia entre outros.

Informações obtidas em: PREFEITURA MUNICIPAL DE PALMAS. **Conheça Palmas**. Disponível em: <http://www.palmas.to.gov.br/conheca_palmas/>. Acesso em: 11 set. 2018.

1. Segundo o IBGE, a população de Palmas em 2010 era de 228 332 habitantes; além disso, o IBGE estimou que a população em 2018 seria de 291 855 habitantes. Outra projeção populacional para Palmas foi publicada pela UEG (Universidade Estadual de Goiás), indicando que em 2025 Palmas deve atingir 340 000 habitantes.

Informações obtidas em: IBGE. **Palmas**. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/to/palmas/panorama>>; RODRIGUES, W. Projeções populacionais a partir de cenários econômicos: o caso de Palmas – TO, 2010 a 2025.

Revista UEG. Disponível em: <<http://www.revista.ueg.br/index.php/economia/article/view/3455/2621>>.

Acessos em: 12 set. 2018.

2010/2018: 63 523 habitantes e 2018/2025: 48 145 habitantes; subtração.

Releia o texto e, em duplas, resolvam no caderno os itens a seguir.

- a) Reproduza a tabela e complete-a com os dados do texto.

População da cidade de Palmas (TO)

Ano	Habitantes em 2010	Habitantes em 2018	Habitantes em 2025
População	228 332	291 855	340 000

- b) Calcule o crescimento populacional de 2010 para 2018 (aumento da população em 8 anos), e de 2018 para 2025 (aumento da população em 7 anos). Qual operação matemática foi necessária para calcular esses aumentos?
- c) A densidade demográfica de uma região é calculada dividindo-se a população pela área dessa região (em hab./km²). Sabendo que a área do município de Palmas é de aproximadamente 2 219 km², calcule a densidade demográfica estimada para 2025 e compare com a densidade de 2010, que é de aproximadamente 103 hab./km².

Aproximadamente 153 hab./km²; a densidade demográfica de 2025 será maior que a de 2010.

Palmas, TO.
Foto de 2018.

© OSCAR NIEMEYER/ALTIVIS BRASIL
2018/ANDRE DIBPULSAR IMAGENS

Por toda parte

Aproveitar esta seção para desenvolver um trabalho interdisciplinar com Geografia, explorando, por exemplo, a localização de Palmas e do estado de Tocantins no mapa do Brasil. Pode-se explorar dados sobre o relevo da região e sua população.

A busca e a interpretação de dados estatísticos em um texto também podem ser exploradas. Os alunos podem pesquisar a capital do estado em que moram e montar uma tabela semelhante a que é apresentada no **item a**. Podem também montar coletivamente um cartaz com imagens que destaquem as principais características dessa capital.

As questões propostas podem ser feitas com o auxílio de uma calculadora. No **item b**, espera-se que os alunos percebam que a taxa ser menor no período de 2017-2025 indica que o crescimento populacional a cada ano foi menor do que no período anterior. No **item b**, espera-se que eles concluam que com o aumento da população, tem-se mais habitantes por km², o que resulta em uma densidade demográfica maior.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. João está fazendo aniversário hoje; ele e seu irmão Pedro fazem aniversário no mesmo dia. A idade de Pedro hoje é igual ao quociente da divisão da idade de João por 2 acrescido de 5. Se João fez 11 anos

no ano passado, quantos anos Pedro está completando hoje?

Resposta: Pedro faz 11 anos.

2. Dados dois números em que o número que é o antecessor de um deles é o sucessor do outro. Dividindo o maior dos números dados por 2, obtemos como quociente exato um número que é 5 uni-

dades menor que o outro. Que números são esses?

Resposta: 12 e 14.

3. Determine o próximo número dessa sequência: 3, 7, 16, 35, 74, ...

Resposta: 17.

Divisores e múltiplos de um número natural

Nesta página, tem-se o objetivo de retomar os conceitos de múltiplos e divisores de um número natural e de número primo.

Permitir, nesse momento, a leitura individual das situações apresentadas e pedir aos alunos que debatam suas conclusões. Espera-se que eles percebam a ligação da ideia de múltiplo de um número com os resultados das listas de multiplicações efetuadas com esse número e a ligação da ideia de divisor de um número natural com a divisão exata em que esse número figura como divisor. Ressaltar a diferença entre essas duas nomenclaturas iguais, mas de significados distintos.

- Divisor (número não nulo) como o termo da divisão que figura dentro da chave. Notar que isso é válido tanto para divisões exatas quanto não exatas.
- Divisor de um número natural N é aquele número (não nulo) cuja divisão de N por ele resulta em um quociente exato. Nesse caso, para ser chamado de divisor do número N , obrigatoriamente devemos ter divisão exata.

Pedir aos alunos que durante a leitura elaborem exemplos que servirão para expor o que entenderam sobre múltiplos e divisores.



DIVISORES E MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO NATURAL

Divisores

Vamos relembrar o conceito de divisores observando a seguinte situação.

Taís comprou um pacote com 48 balas e tentou repartir igualmente em saquinhos com 5 balas cada um, mas sobraram 3 balas. Então ela tentou repartir em saquinhos com 6 balas cada e conseguiu montar 8 saquinhos, sem sobras.

Isso foi possível porque a divisão $48 : 6 = 8$ é exata, ou seja, 6 é divisor de 48. Já a divisão $48 : 5 = 9$ não é exata, pois tem resto 3.

Um número natural não nulo a é **divisor** de outro número natural b quando a divisão de b por a é exata.

Quando um número a é divisor de b , dizemos que b é **divisível** por a .

Múltiplos

Paulo e Rogério colecionam figurinhas. Dessa vez eles estão formando um álbum de carros esportivos. Cada envelope de figurinha que eles compram vem com 3 figurinhas diferentes.

Esta semana Paulo comprou 5 envelopes de figurinhas e Rogério comprou 3 envelopes.

Quantas figurinhas cada um deles comprou? Vamos montar um quadro com a quantidade de figurinhas de acordo com o número de envelopes:

Quantidade de envelopes	Quantidade de figurinhas
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

Nessa situação, estão envolvidas multiplicações; veja:

- $1 \times 3 = 3$
- $2 \times 3 = 6$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 3 = 12$
- $5 \times 3 = 15$

Os números 3, 6, 9, 12 e 15 são exemplos de números múltiplos de 3.

Então, Paulo comprou 15 figurinhas e Rogério, 9.

Um número natural a será múltiplo de um número natural b diferente de zero, quando a for divisível por b ou b for divisor de a .

Números primos

Para explorar os números primos, pode-se construir com os alunos um cartaz, em uma cartolina, com os números de 1 a 100, destacando nele os números que são primos. Esse quadro deve ficar exposto de modo que os alunos possam consultá-lo quando estiverem trabalhando com a decomposição em fatores primos. Para a resolução das atividades, o cartaz pode ser retirado da exposição, mas deixá-lo na mesa do professor, caso algum aluno ainda precise consultá-lo.

Decomposição em fatores primos

Para utilizar a escrita de potência no desenvolvimento da decomposição em fatores primos, retomamos a potenciação para expoentes naturais maiores do que 1. Se julgar conveniente e necessário, aprofundar essa revisão.

Incentivar os alunos a fatorar os números de várias maneiras, obtendo expressões distintas para compor o mesmo número por meio de multiplicações. Por exemplo:

$$\begin{aligned} 180 &= 2 \times 90 \text{ ou} \\ 180 &= 3 \times 10 \times 6 \text{ ou} \\ 180 &= 5 \times 6 \times 6 \text{ ou} \\ 180 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

Eles devem compreender que todas essas maneiras indicam fatorações do número 180; no entanto, apenas uma delas determina sua **forma fatorada completa**, que é aquela em que todos os fatores são números primos.

Números primos

Vamos relembrar o conceito de número primo:

Um número que possui apenas dois divisores naturais distintos (o número 1 e ele mesmo) é denominado **número primo**.

Os números naturais que possuem mais de dois divisores distintos são chamados **números compostos**.

Assim:

- O número 1 não é primo nem composto.
- Os números 2, 3, 5, 7, 11 e 13 são alguns exemplos de números naturais primos.
- Os números 4, 6, 8, 9 e 10 são alguns exemplos de números naturais compostos.
- O único número primo par é o 2, já que todos os demais números pares são divisíveis por 2.

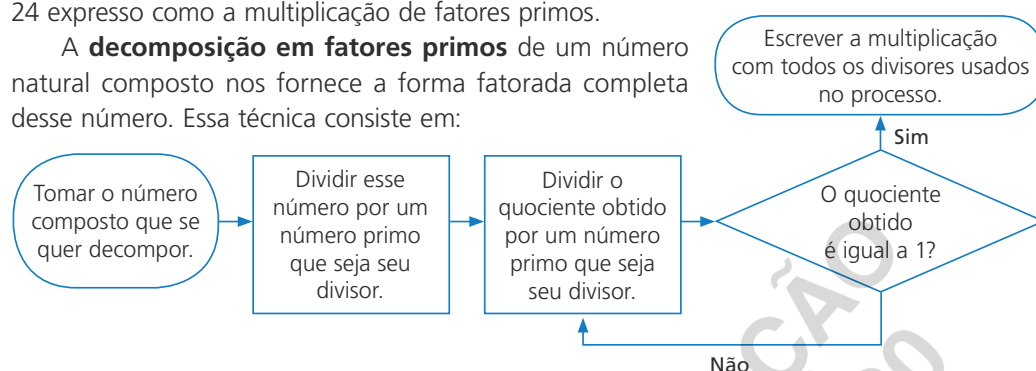
Decomposição em fatores primos

Vimos que todo número natural maior do que 1 que não é primo é chamado de número composto, pois ele pode ser expresso como uma multiplicação de dois ou mais fatores, em particular uma multiplicação de fatores primos. Observe o número 24, que é um número composto:

$$24 = 2 \times 12 = 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

Assim, $2 \times 2 \times 2 \times 3$ é a **forma fatorada completa** do número 24, ou seja, é o número 24 expresso como a multiplicação de fatores primos.

A **decomposição em fatores primos** de um número natural composto nos fornece a forma fatorada completa desse número. Essa técnica consiste em:



Veja como decompor os números 72, 116 e 231 em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\bullet 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\begin{array}{r|l} 116 & 2 \\ 58 & 2 \\ 29 & 29 \\ 1 & \end{array}$$

$$\bullet 116 = 2 \times 2 \times 29$$

$$\begin{array}{r|l} 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\bullet 231 = 3 \times 7 \times 11$$

AMPLIANDO

Atividade complementar

A questão a seguir leva os alunos a interpretar as informações apresentadas, mobilizar os conhecimentos acerca do assunto tratado. É interessante estimulá-los os alunos a compartilhar os conhecimentos, levantar hipóteses e buscar estra-

tégias próprias para a resolução da situação apresentada.

1. Simone escolheu uma senha numérica para sua conta bancária. O número de algarismos dessa senha é igual ao produto dos dois primeiros números naturais primos. Os dois primeiros algarismos da senha (da esquerda para a direita) formam o antecessor do maior

número primo menor que 100. Os dois últimos algarismos são iguais aos dois primeiros, em ordem inversa. Os algarismos do meio formam o menor número possível dado pelo produto de dois números primos distintos. Qual é a senha que Simone escolheu?

Resposta: 9 6 1 0 6 9.

Máximo divisor comum (m.d.c.)

As explorações têm como objetivo conceituar e obter o m.d.c. de dois ou mais números naturais, usando a sequência dos divisores e a decomposição em fatores primos. Explicar aos alunos o significado de m.d.c.:

- máximo – o maior número encontrado entre os números procurados;
- divisor – número pelo qual se divide outro, chamado dividendo, por meio de uma divisão exata;
- comum – que pertence a todos os números considerados.

Dois números naturais sempre têm ao menos um divisor comum: o número 1.

Se julgar conveniente, pode-se apresentar o conceito de **números primos entre si**, aqueles cujo m.d.c. é igual a 1, ou seja, são números que têm apenas o 1 como divisor comum.

AMPLIANDO

Atividade complementar

Ler com os alunos a situação a seguir.

Em uma escolinha de futebol, há 48 alunos na turma dos meninos e 42 alunas na turma das meninas. O professor de Educação Física quer organizar os treinos com todos os alunos dessas duas turmas, mas ele está com um problema. Ele quer formar grupos com o mesmo número de alunos e colocar o maior número possível de alunos em cada grupo, mas ele não pode misturar uma turma com a outra. Quantos alunos ele deve colocar em cada grupo?

Pedir a eles que tentem resolvê-la sem utilizar o cálculo do m.d.c. Verificar se eles conseguiram chegar à resposta correta e quais estratégias foram utilizadas.

Depois, resolver a situação na lousa, utilizando o cálculo do m.d.c.

Segue sugestão de resolução:

Máximo divisor comum (m.d.c.)

Acompanhe a situação a seguir.

- 1 Preciso saber quais são os divisores comuns dos números naturais 40 e 60 e, dentre esses, qual é o maior.
- Veja como podemos fazer:
- Primeiro, determinamos os divisores de 40 e os divisores de 60:
D (40) → 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
D (60) → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60
 - Observando esses divisores, percebemos que os divisores comuns de 40 e 60 são: 1, 2, 4, 5, 10 e 20

SAIBA QUE

Divisor comum de dois ou mais números é aquele que é divisor de cada um desses números simultaneamente.

Por exemplo: 7 é divisor comum de 21 e de 70, porque 7 é divisor de 21 e também de 70.

- O maior dos divisores em comum é 20. Então, **20** é o **máximo divisor comum** de **40 e 60**.
Indicamos: m.d.c. (40, 60) = 20

Dados dois ou mais números naturais, não simultaneamente nulos, denomina-se **máximo divisor comum** desses números o maior dos seus divisores comuns.

Outra forma de encontrar o máximo divisor comum (m.d.c.) é fazer a decomposição em fatores primos dos números e considerar apenas os fatores primos comuns de 40 e 60. Veja:

40, 60	2	→ fator comum
20, 30	2	→ fator comum
10, 15	2	→ não é fator comum porque não divide o 15
5, 15	3	→ não é fator comum porque não divide o 5
5, 5	5	→ fator comum
1, 1		

O produto desses fatores comuns será o m.d.c. de 40 e 60:
m.d.c. (40, 60) = 2 × 2 × 5 = 20

Para saber quantos serão os alunos em cada grupo, o professor precisa determinar o m.d.c. (48, 42).

Assim:

- D(42) → 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42
- D(48) → 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Observando os divisores, percebemos que o maior divisor comum de 42 e 48 é 6, ou seja: m.d.c. (48, 42) = 6.

Logo, o professor deve colocar 6 alunos em cada grupo. Assim, serão formados 8 grupos com os meninos e 7 grupos com as meninas.

Mínimo múltiplo comum (m.m.c.)

O objetivo é que os alunos compreendam e determinem o m.m.c. de dois ou mais números naturais usando a sequência dos múltiplos e a decomposição simultânea em fatores primos. Eles devem concluir que, para determinar o mínimo múltiplo comum, é necessário encontrar os múltiplos do número. Fazer com eles a mesma análise feita com o m.d.c.

- mínimo – o menor número encontrado entre os números procurados;
- múltiplo – valor que é divisível pelos números considerados;
- comum – que pertence a todos os números considerados.

Mínimo múltiplo comum (m.m.c.)

Acompanhe a situação a seguir.

- 1 Um número natural N , diferente de zero, é o menor múltiplo de 12, 15 e 20 ao mesmo tempo. Qual é o número N ?

Para resolver esse problema, inicialmente escrevemos os múltiplos de 12, 15 e 20:

- $M(12) \rightarrow 0, 12, 24, 36, 48, \mathbf{60}, 72, 84, 96, 108, \dots$
- $M(15) \rightarrow 0, 15, 30, 45, \mathbf{60}, 75, 90, 105, \dots$
- $M(20) \rightarrow 0, 20, 40, \mathbf{60}, 80, 100, 120, \dots$

Observando esses múltiplos, verificamos que o menor número natural, diferente de zero, múltiplo simultaneamente de 12, 15 e 20 é **60**.

O número **60** é chamado de **mínimo múltiplo comum** (m.m.c.) de **12, 15 e 20**.

Indicamos: $m.m.c.(12, 15, 20) = 60$

O número N procurado é 60

Dados dois ou mais números naturais não nulos, denomina-se **mínimo múltiplo comum** desses números o menor de seus múltiplos comuns que seja diferente de zero.

Outra forma de encontrar o mínimo múltiplo comum é fazer a decomposição simultânea e considerar todos os fatores primos usados nas divisões dos três números dados. Veja:

12, 15, 20	2	
6, 15, 10	2	
3, 15, 5	3	$m.m.c.(12, 15, 20) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$
1, 5, 5	5	
1, 1, 1		

- 2 Dois navios fazem viagens entre dois portos: o primeiro navio viaja a cada 24 dias, e o segundo, a cada 30 dias. Se esses navios, em determinado dia, partirem juntos, depois de quantos dias voltarão a sair juntos?

Para resolver esse problema, é necessário encontrar o número que representa o menor múltiplo comum dos números dados, ou seja, o m.m.c. (24, 30).

24, 30	2	
12, 15	2	
6, 15	2	$m.m.c.(24, 30) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$
3, 15	3	
1, 5	5	
1, 1		

Os dois navios voltarão a sair juntos depois de 120 dias.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. Em certo país, as eleições para presidente ocorrem a cada 6 anos, para deputados, de 4 em 4 anos e para senadores, a cada 8 anos. Em 2000, as 3 eleições coincidiram. Quando

ocorrerá novamente a eleição simultânea para presidente, deputados e senadores?

Resolução

Temos de encontrar o menor múltiplo comum entre 6, 4 e 8, ou seja, o m.m.c. (6, 4, 8).

4, 6, 8	2
2, 3, 4	2
1, 3, 2	2
1, 3, 1	3
1, 1, 1	

Assim: $m.m.c.(4, 6, 8) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

A eleição simultânea para presidente, deputados e senadores ocorrerá novamente em 2024.

Atividades

Nas atividades propostas, nesta e na próxima página, são explorados os conceitos de múltiplos, divisores, números primos, forma fatorada e decomposição em fatores primos e situações que envolvem o m.d.c. e o m.m.c.

A situação apresentada na **atividade 10** pode ser resolvida na sala de aula para que os alunos percebam na prática o que calcularam utilizando o m.m.c.

Propor uma brincadeira com lanternas para que possam observá-las acendendo em intervalos diferenciados e em quais momentos elas acenderão juntas. Para isso, serão necessários três lanternas e quatro relógios que tenham ponteiros de segundos.

Pedir a três alunos que separem, cada um, uma lanterna e um relógio, e o quarto aluno, apenas um relógio. Colocar os quatro alunos um ao lado do outro, de frente para a sala de aula. O 1º aluno acenderá a lanterna a cada 20 segundos. O 2º aluno acenderá a lanterna a cada 24 segundos. O 3º aluno acenderá a lanterna a cada 30 segundos. O 4º aluno contará quanto tempo levará para que as três lanternas acendam ao mesmo tempo.

Se possível, apagar a luz para facilitar a visualização das lanternas acesas. A classe irá observar e indicar em que momento as lanternas acendem ao mesmo tempo. Evidenciar que o resultado da atividade com as lanternas será idêntico ao resultado obtido por meio dos cálculos com o m.m.c. (20, 24, 30).

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 289

Responda às questões no caderno.

- 1. Verifique quais dos números a seguir são divisores de 24. Alternativas a, c, e.
a) 4 c) 6 e) 8
b) 5 d) 7
- 2. Quais dos números a seguir são múltiplos de 8? Alternativas b, d, e.
a) 15 c) 22 e) 344
b) 16 d) 24
- 3. Qual é o maior divisor de 246 que é menor que 20? 6
- 4. Qual é o menor múltiplo de 14 que é maior que 100? 112
- 5. Qual é o menor múltiplo de 2 maior que 300? 302
- 6. Determine um múltiplo de 2 e 5, que seja maior que 50 e menor que 70? 60
- 7. Qual é o maior resto possível de uma divisão por 10? 9
- 8. Quais são os primeiros 15 números naturais primos? 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.
- 9. Qual dos números a seguir é primo?
a) 121 c) 227 e) 543
b) 171 d) 1 323 Alternativa c.
- 10. Entre os números naturais de 50 a 70, quantos são primos? E quais são eles? Quatro números: 53, 59, 61 e 67.
- 11. Decomponha, no caderno, em fatores primos cada número.
a) 18 c) 84 2 × 11 × 11
b) 70 d) 100 e) 242
2 × 3 × 3 2 × 2 × 3 × 7
2 × 5 × 7 2 × 2 × 5 × 5
- 12. Que número natural maior que 50 e menor que 100 é um produto de apenas fatores primos iguais a 3? 81

- 13. Determine a forma fatorada completa do número 1 260. 2 × 2 × 3 × 3 × 5 × 7
- 14. Duas pessoas, fazendo exercícios diários, partem simultaneamente de um mesmo ponto e, andando, contornam uma pista oval que circunda um jardim. Uma dessas pessoas dá uma volta completa na pista em 12 minutos. A outra, andando mais devagar, leva 20 minutos para completar a volta. Depois de quantos minutos essas duas pessoas voltarão a se encontrar no ponto de partida? 60 minutos.
- 15. Três luminosos acendem em intervalos regulares. O primeiro a cada 20 segundos, o segundo a cada 24 segundos e o terceiro a cada 30 segundos. Se, em um dado instante, os três acenderem ao mesmo tempo, depois de quantos segundos os luminosos voltarão a acender simultaneamente? 120 segundos.
- 16. (Unesp-SP) A tabela mostra aproximadamente a duração do ano (uma volta completa em torno do Sol) de alguns planetas do sistema solar em relação ao ano terrestre.

Planeta	Duração do ano
Júpiter	12 anos terrestres
Saturno	30 anos terrestres
Urano	84 anos terrestres

Se, em uma noite, os planetas Júpiter, Saturno e Urano são observados alinhados, de um determinado local na Terra, determine, após essa ocasião, quantos anos terrestres se passarão para que o próximo alinhamento desses planetas possa ser observado do mesmo local. 420 anos terrestres.

17. De um aeroporto partem, todos os dias, três aviões que fazem rotas internacionais. O primeiro avião faz a rota de ida e volta em 4 dias; o segundo, em 5 dias; e o terceiro, em 10 dias. Se, certo dia, os três aviões partirem simultaneamente, depois de quantos dias esses aviões partirão novamente no mesmo dia? **20 dias.**

18. Uma pista de corrida tem a forma de uma curva circular fechada.

Um ciclista é capaz de fazer o percurso completo em 24 minutos, enquanto um corredor o faz em 40 minutos. Supondo que o ciclista e o corredor partem do mesmo ponto *P* da pista no mesmo instante, deslocando-se no mesmo sentido e mantendo velocidades constantes ao longo de todo o percurso, qual é o tempo mínimo, em minutos, para que ambos voltem a se encontrar no ponto *P*? **120 minutos.**

19. Sabe-se que o planeta Júpiter leva, aproximadamente, 12 anos para dar uma volta completa em torno do Sol, enquanto os planetas Saturno e Urano levam cerca de 30 e de 80 anos, respectivamente, para dar essa mesma volta. Suponha que, em dado instante, os três planetas estejam alinhados. Após quanto tempo os três planetas voltarão a ocupar, novamente, essas posições? **240 anos.**

20. Duas tábuas devem ser cortadas em pedaços de mesmo comprimento, sendo esse comprimento o maior possível. Se uma tábua tem 90 centímetros e a outra tem 126 centímetros, qual deve ser o comprimento de cada pedaço, se toda a madeira deve ser aproveitada? **18 centímetros.**

21. A estação rodoviária de uma cidade é o ponto de partida das viagens intermunicipais. De uma plataforma da

estação, a cada 15 minutos, partem os ônibus da Viação Sol, com destino à cidade Paraíso. Os ônibus da Viação Lua partem da plataforma vizinha a cada 18 minutos, com destino à cidade Porta do Céu.



Se, às 8 horas, os dois ônibus partirem simultaneamente, a que horas os dois ônibus partirão juntos novamente? **9 horas e 30 minutos.**

22. Gabriela coleciona moedas e em sua coleção há 165 moedas de ouro, 220 moedas de prata e 275 moedas de bronze. Ela deseja organizar essa coleção em caixas que tenham o mesmo número de moedas e de tal modo que cada caixa contenha o maior número possível de moedas de um só tipo. Nessas condições, quantas moedas Gabriela deve colocar em cada caixa? **55 moedas.**

23. Um relógio A bate a cada 15 minutos, outro relógio B bate a cada 25 minutos, e um terceiro relógio C bate a cada 40 minutos. Qual é, em horas, o menor intervalo de tempo decorrido entre duas batidas simultâneas dos três relógios? **10 horas.**

24. Ao separar o total de suas figurinhas, em grupos de 12, de 15 e de 24, Caio observou que sobravam sempre 7 figurinhas fora dos grupos. Se o total das figurinhas for compreendido entre 200 e 300, qual será a soma dos algarismos do número de figurinhas de Caio? **13**

Organizar os alunos em grupos e pedir-lhes que, entre as **atividades 18 e 24**, escolham uma e elaborem um experimento para determinar a resposta da atividade escolhida, de modo semelhante ao processo adotado para a **atividade 10**.

Solicitar que façam os cálculos e verifiquem se o experimento funciona corretamente. Em seguida, pedir que apresentem os dois trabalhos para os demais colegas.

É importante notar que alguns experimentos serão impossíveis de ser realizados, como o da **atividade 19**, mas eles poderão ser simulados. Esse trabalho de experimentação e simulação pode ser um bom momento para a utilização de planilhas eletrônicas. Se possível, levar os alunos ao laboratório de informática e solicitar um arquivo com os cálculos e um relatório de como fizeram uso da planilha.

Tratamento da informação

Se julgar conveniente, inicialmente explicar aos alunos que a Estatística é uma ciência que cuida da coleta de dados, organizados, estudados e então utilizados para um determinado objetivo. Um exemplo do uso da Estatística pode ser observado no trabalho feito pelo IBGE, em que ela é importante para informar a realidade do Brasil por meio de números. Os alunos já viram um exemplo disso na seção **Por toda parte** da [página 19](#).

Ler o texto introdutório com os alunos. Perguntar se eles já foram a algum terminal rodoviário e pedir que relatem o que viram.

Analisar o gráfico de colunas apresentado, explorando seus elementos com os alunos. Ao longo dos anos anteriores, eles já devem ter trabalhado bastante com gráficos de colunas simples. Se julgar necessário, pode-se apresentar, separadamente, esse mesmo gráfico para cada terminal, para que compreendam o significado do gráfico de colunas triplas, indicado para uma análise comparativa.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Resoluções na p. 290

Gráficos de colunas triplas e de barras triplas

São Paulo é o município com mais habitantes do Brasil; com seus mais de 12 milhões de habitantes, os desafios são enormes. Desde o abastecimento de água, passando pelo de comida, número de escolas, entre outras coisas, todos os números são impressionantes. Um dos desafios em São Paulo é o transporte, tanto dentro da cidade como para outros locais.

A forma de transporte coletivo mais utilizada é o rodoviário, e, como não seria diferente, a cidade conta com três grandes terminais rodoviários: o do Tietê, o Barra Funda e o Jabaquara.

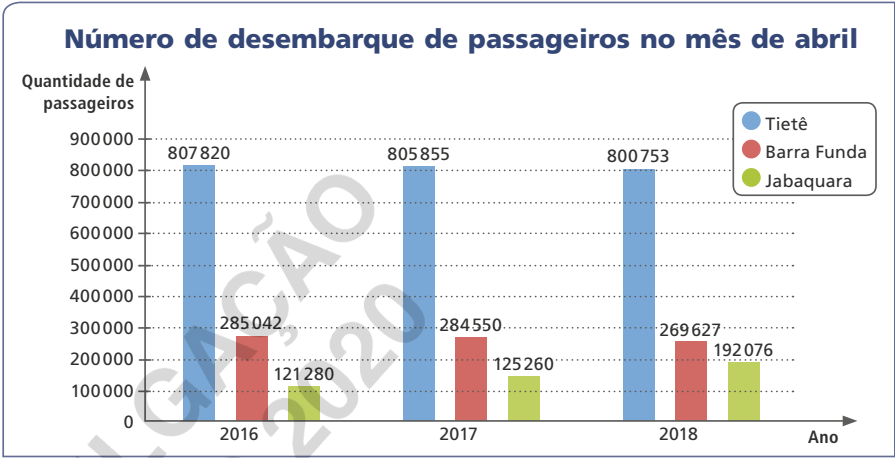


Terminal Rodoviário do Tietê, São Paulo. Foto de dezembro de 2017.



Terminal Rodoviário Jabaquara, São Paulo. Foto de dezembro de 2017.

O gráfico a seguir traz informações sobre esses terminais.

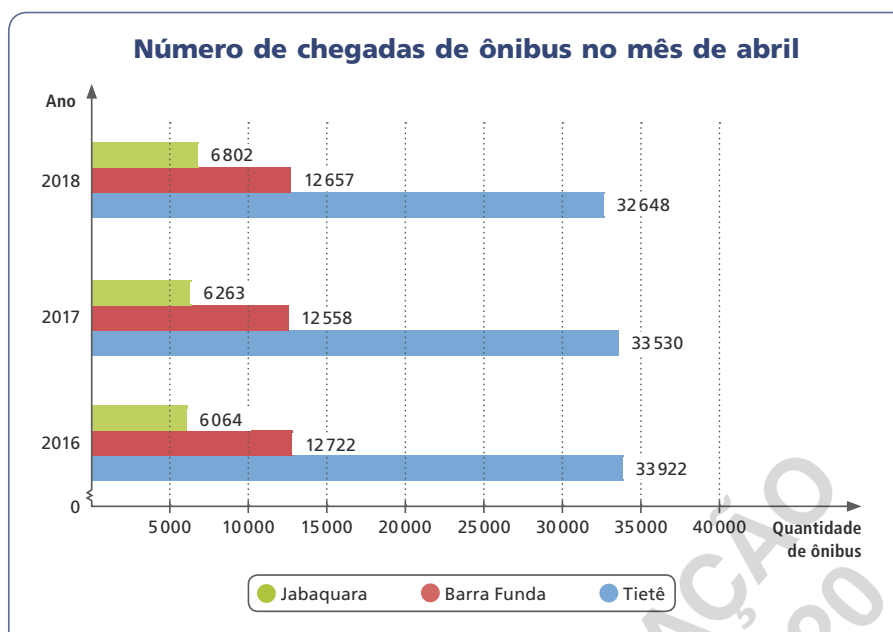


Fonte: OBSERVATÓRIO DO TURISMO E EVENTOS. Disponível em: <http://www.observatoriodoturismo.com.br/pdf/rodoviaras_agosto_2018.pdf>. Acesso em: 6 out. 2018.

Esse é um **gráfico de colunas triplas**. Cada cor representa um terminal rodoviário da cidade de São Paulo e cada grupo de três colunas coloridas refere-se ao número de desembarque de passageiros no mês de abril de 2016, 2017 e 2018.

Responda às questões no caderno.

1. Descreva o que esse gráfico representa. *Ele mostra quantas pessoas desembarcaram no mês de abril de 2016, 2017 e 2018 em cada um dos três terminais rodoviários da cidade de São Paulo.*
2. Ao todo, quantos passageiros desembarcaram nos três terminais em abril de 2018? *1262 456*
3. Ao longo desses três anos, o que ocorreu com o número de desembarques de passageiros no mês de abril no terminal rodoviário do Tietê?
O número de desembarques diminuiu ano a ano.
4. Pode-se dizer que a conclusão obtida para o terminal do Tietê é válida para os outros dois terminais também? Por quê? *Para o terminal Barra Funda sim, mas para o terminal Jabaquara não, pois, para este terminal, o número de desembarques foi aumentando ano a ano.*
5. Em qual terminal ocorreu a maior diminuição no número de desembarques no mês de abril, entre 2016 e 2018? Qual foi essa diminuição? *Terminal Barra Funda; 15 415.*
6. Pesquise os dados de desembarques nesses terminais até o ano atual. Organize os dados de 2016 até os dias de hoje em um gráfico. Você pode utilizar uma planilha eletrônica para fazer o novo gráfico. *Resposta pessoal.*
7. Observe agora este gráfico de barras triplas e responda às questões seguintes.



- Fonte: OBSERVATÓRIO DO TURISMO E EVENTOS. Disponível em: <http://www.observatoriodoturismo.com.br/pdf/rodoviaras_maio_2018.pdf>. Acesso em: 12 set. 2018.
- Ele mostra o número de chegadas de ônibus no mês de abril de 2016, 2017 e 2018 em cada um dos três terminais rodoviários da cidade de São Paulo.*
- a) Do que trata esse gráfico?
 - b) Quantos ônibus chegaram ao todo nesses três terminais em abril de 2018? *52 107*
 - c) Em qual terminal ocorreu o maior aumento no número de chegadas de ônibus no mês de abril, entre 2016 e 2018? De quanto foi esse aumento? *Terminal Jabaquara; 738.*
 - d) Converse com um colega sobre o que está ocorrendo com o número chegadas de ônibus ano a ano em cada um dos terminais. *Nota-se que, no terminal rodoviário do Tietê, o número de chegadas de ônibus vem diminuindo ano a ano no mês de abril. No terminal rodoviário Barra Funda, esse número diminuiu de 2016 para 2017 e aumentou de 2017 para 2018. Já no terminal Jabaquara, esse número vem sempre aumentando.*

Os alunos podem resolver as **questões** de 1 a 5 individualmente. Em seguida, fazer uma correção coletiva, antes de propor as **questões** 6 e 7, que podem ser feitas em duplas.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. Pedir aos alunos que pesquisem os números de chegadas de ônibus relativos aos terminais rodoviários de São Paulo até o ano em vigência e refaçam o gráfico da **questão 7**, completando-o com as informações pesquisadas. Se possível, propor o uso de planilhas eletrônicas para esta atividade.

Os alunos podem fazer essa atividade organizados em duplas. Ao final, cada dupla deve apresentar o gráfico que construíram, se possível imprimindo-o.

Retomando o que aprendeu

O objetivo das atividades desta seção é propiciar aos alunos que retomem os conteúdos estudados na Unidade e, caso necessário, possam sanar as dúvidas que surgir.

Se achar conveniente, antes de iniciar as atividades, propor aos alunos que façam um fluxograma dos conteúdos trabalhados no decorrer desta Unidade, com o objetivo de retomar, organizar e sistematizar as ideias e definições.

Os alunos podem fazer esse bloco de questões como uma autoavaliação; por isso, eles devem respondê-las individualmente. É interessante sugerir que resolvam essas atividades em sala de aula, assim poderão discutir eventuais dúvidas com os colegas, por exemplo. Orientá-los a consultar o livro para tirar dúvidas e buscar informações.

Enfatizar a necessidade de resolverem os exercícios individualmente, buscando informações de forma autônoma e escolhendo suas fontes para chegar aos resultados. Conversar com os alunos sobre seus acertos e erros, indicando a correção com intervenções pontuadas, isto é, dando pistas de quais caminhos eles poderão buscar para encontrar o resultado esperado.

Será valioso para o desenvolvimento da autonomia intelectual dos alunos que percebam seus processos de aprendizagem, suas dificuldades e a busca de informações.

Se ainda persistirem dúvidas, orientá-los a trocar ideias com os colegas e a buscar no livro os conceitos que precisarem lembrar.

Dar oportunidade para os alunos mostrarem como pensaram para resolver as questões, tirando as dúvidas dos colegas.

RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções
na p. 290

Responda às questões no caderno.

1. A distância da Terra até o Sol é cerca de 149 598 000 km; essa distância é chamada de unidade astronômica (UA). Netuno, o último planeta do Sistema Solar, está a uma distância média da Terra de aproximadamente 29 UA. Qual é, aproximadamente, a distância média da Terra a Netuno em quilômetros? **4 338 342 000 km**
2. Quando o produto de dois números distintos a e b , com $b > a$, resultará em um número primo?
Quando $a = 1$ e b é um número primo.
3. Responda:
 - a) Qual é o maior múltiplo de 6 com três algarismos? **996**
 - b) Qual é o menor divisor de 1 728 maior que 9? **12**
 - c) Quais são os 11 primeiros múltiplos de 19?
0, 19, 38, 57, 76, 95, 114, 133, 152, 171, 190
 - d) Quais são os divisores de 1 155?
1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 33, 35, 55, 77, 105, 165, 231, 385, 1 155
4. Determine o maior múltiplo comum dos números 4 e 6 menor que 190.
180
5. Os números 54 e 72 têm divisores comuns. Qual é o maior deles? **18**
6. Determine o m.d.c. dos números:
 - a) 112 e 70 **14**
 - b) 90 e 225 **45**
 - c) 504 e 588 **84**
 - d) 39, 65 e 91 **13**
 - e) 144, 216 e 288 **72**
7. Calcule o m.m.c. dos números:
 - a) 180 e 84 **1 260**
 - b) 375 e 225 **1 125**
 - c) 96, 144 e 240 **1 440**
8. Dados os números x e y tais que $x = 64 \times n \times 11$, $y = 16 \times n \times 13$ e o m.d.c. $(x, y) = 432$, qual é o fator que se deve colocar no lugar de n ? **27**
9. São dados os números a , b , c , tais que $a = 2^7$, $b = 2^{10}$ e $c = 2^8$. Qual é o valor do m.m.c. (a, b, c) ? **1 024**
10. Minha avó foi viajar com a turma da Melhor Idade do bairro. Quantos idosos havia na viagem, sabendo que eram menos de 60 e que podemos contá-los de 8 em 8 ou de 10 em 10? **40**
11. (Unicid-SP) Dois ônibus, A e B , que fazem itinerários diferentes, partem simultaneamente de um mesmo terminal. O ônibus A retorna ao terminal a cada 40 minutos e o ônibus B retorna a cada 1 hora e 10 minutos. Então, o período de tempo com que os dois ônibus se encontrarão nesse terminal é a cada: **Alternativa b.**
 - a) 240 minutos.
 - b) 280 minutos.
 - c) 310 minutos.
 - d) 320 minutos.
 - e) 400 minutos.
12. Uma fábrica de copos precisa embalar para despachar um lote de copos de sua produção. Esse lote é composto por um número de copos que tem três algarismos e é maior que 900. Dois tipos de embalagem conseguem acomodar esse lote completo com todas as caixas cheias: a do tipo A , que acomoda 15 copos em cada caixa, e a do tipo B , que acomoda 12 copos em cada caixa. Quantos copos foram fabricados nesse lote? **960 copos.**

13. Considere a sequência numérica a, b, c, d, e , na qual a (valor inicial da sequência) corresponde ao m.m.c. (12, 20), e, a partir de b , cada termo da sequência corresponde ao termo antecedente mais 21. Escreva no caderno os números a, b, c, d, e . 60, 81, 102, 123, 144

14. (Unir-RO) Uma empresa tem em seu quadro de funcionários gerentes, supervisores e fiscais. Cada um desses cargos é preenchido por meio de eleições entre os funcionários dos vários setores da empresa. Admita que os gerentes sejam eleitos para o mandato de 8 anos, os supervisores para o mandato de 6 anos e os fiscais para o mandato de 4 anos, e que, em 2009, houve eleições simultâneas para todos esses cargos. A partir dessas informações, é correto afirmar: Alternativa b .

- a) Em 2020, serão realizadas eleições simultâneas para os cargos de gerente e supervisor.
- b) Em 2033, serão realizadas eleições simultâneas para todos os cargos.
- c) Em 2020, serão realizadas eleições simultâneas para os cargos de gerente e fiscal.

- d) Em 2017, serão realizadas eleições simultâneas para os cargos de supervisor e fiscal.
- e) Em 2033, será realizada eleição somente para o cargo de gerente.

15. (OBM) A festa de aniversário de André tem menos do que 120 convidados. Para o jantar, ele pode dividir os convidados em mesas completas de 6 pessoas ou em mesas completas de 7 pessoas. Nos dois casos são necessárias mais do que 10 mesas e todos os convidados ficam em alguma mesa. Quantos são os convidados? 84

16. Três ciclistas percorrem um circuito. Suponha que todos saíram ao mesmo tempo, do mesmo ponto e com o mesmo sentido. O primeiro faz o percurso em 40 s; o segundo, em 36 s; e o terceiro, em 30 s. Com base nessas informações, responda:

- a) Depois de quantos minutos os três ciclistas se reencontrarão no ponto de partida, pela primeira vez? 6 minutos.
- b) Quantas voltas completas terá dado o primeiro ciclista nesse tempo? 9 voltas completas.

UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, retomamos conhecimentos sobre os números naturais e estudamos sequências, como a sequência de Fibonacci, na abertura, as sequências dos múltiplos e dos divisores de um número natural e a sequência dos números primos.

No Tratamento da Informação, vimos os gráficos de barras triplas e de colunas triplas ao analisarmos o movimento em terminais rodoviários.

Vamos retomar as aprendizagens da Unidade 1 e refletir sobre elas:

- Conseguiu perceber alguma relação entre múltiplos e divisores? Qual?
- Como você explicaria o que é um número primo para um colega?
- Que estratégias você utilizaria para descobrir o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais?

Respostas pessoais.

Um novo olhar

Os questionamentos existentes no encerramento desta Unidade poderão permitir, além da retomada dos conteúdos apresentados, diferentes reflexões e sistematizações. É importante que os alunos respondam individualmente a cada uma das questões para que possam perceber as próprias conquistas e possíveis dúvidas sobre cada conteúdo estudado na Unidade.

Na primeira pergunta, os alunos são levados a inferir sobre a importante relação existente entre múltiplos e divisores. Esta é uma boa oportunidade para que eles reflitam sobre a operação inversa (um número natural a será múltiplo de um número natural b diferente de zero, quando a for divisível por b ou b for divisor de a). Aproveitar para salientar a importância do vocabulário matemático.

A segunda questão retoma o conceito de número primo.

Na terceira questão, solicitar que compartilhem as estratégias que levantaram para descobrir m.d.c. e m.m.c.

GERAIS

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

ESPECÍFICAS

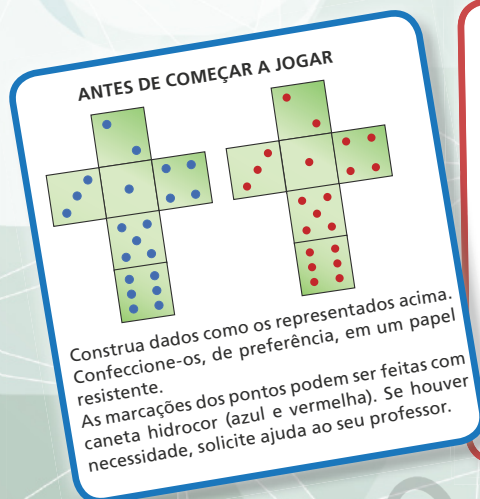
1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

2 O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Leia as regras do jogo, confeccione os dados e convide um colega para jogar.



OBJETIVO DO JOGO

Vence a partida o participante que conseguir chegar até a casa **Chegada** ou ficar sozinho no tabuleiro.

REGRAS

- 1 - Coloquem seus marcadores na casa **Início**. Os marcadores podem ser moedas, sementes ou pequenos objetos.
- 2 - Um participante de cada vez lança simultaneamente os dois dados.
Na mesma jogada, o número sorteado no dado com pontos azuis indica o número de casas que o marcador deverá andar no sentido da casa **Chegada**. O número sorteado no dado com pontos vermelhos indica a quantidade de casas que o marcador deverá andar no sentido da casa **Saída** na mesma jogada.
- 3 - O participante que "sair" do tabuleiro (casa **Saída**) será eliminado. O participante terá que usar o resultado dos dois dados para movimentar o marcador; dessa forma, o jogador só sai do tabuleiro depois de fazer a jogada andando o número de casas correspondente aos dois dados.



- Joguem três partidas e reflitam sobre a seguinte questão: durante o jogo, vocês identificaram algumas operações matemáticas sendo efetuadas? Caso a resposta seja positiva, quais foram essas operações? **Respostas pessoais.**
- No início do jogo, na primeira jogada, um jogador obteve 5 no dado com pontos vermelhos e 3 no dado com pontos azuis. Ele registrou a pontuação da seguinte maneira: -5 e $+3$. Em que casa o marcador desse jogador deverá ser colocado nessa jogada? **Na casa 2, vermelha.**
- Para que na próxima rodada o marcador desse jogador caia na casa 3, azul, qual deverá ser a pontuação obtida nos dados? **$+6$ e -1 (6 no dado com pontos azuis e 1 no dado com pontos vermelhos).**

HABILIDADES p. XIX e XX

Números

- EF07MA03 • EF07MA04
- EF07MA05

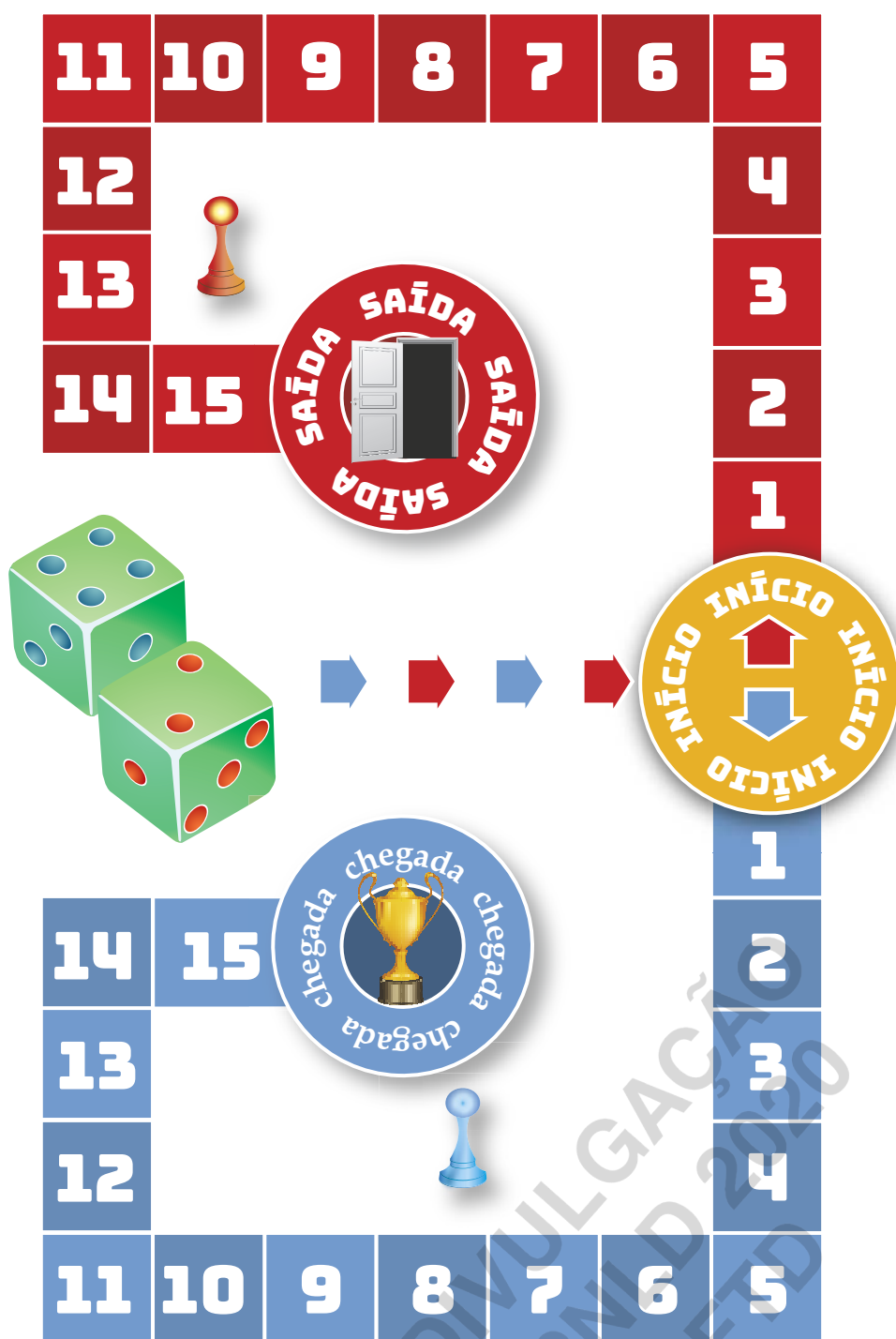
Probabilidade e Estatística

- EF07MA34 • EF07MA36

Abertura da Unidade

Ao iniciar a Unidade, perguntar aos alunos se conhecem o jogo descrito e incentivá-los a ler atentamente as regras apresentadas e a confeccionar os dados. Caso necessário, ajude-os na construção. Uma sugestão é que os alunos joguem em duplas e que a atividade seja realizada em duas aulas para que eles possam vivenciar o jogo, refletir sobre as aprendizagens envolvidas no processo e sistematizá-las.

São propostas três partidas para que os alunos se apropriem das regras do jogo enquanto conjecturam as primeiras hipóteses, ainda que de maneira intuitiva. Orientá-los a perceber que há uma operação envolvida no jogo; no caso, a adição algébrica. Em seguida, propor que realizem o registro de cada operação. Nesse momento, será importante mediar e acompanhar as escolhas deles, sempre que julgar oportuno, solicitar que justifiquem as suas escolhas. Esse registro servirá de base para a segunda conclusão da dupla, que deve se aproximar das regras operatórias para o conjunto dos números inteiros. É interessante que as duplas registrem as conclusões de forma textual; se achar interessante, é possível propor que a conclusão seja individual e, em seguida, socializada entre a própria dupla e entre as duplas vizinhas.



ALEX SILVA

AMPLIANDO

Link

Para ampliar esse estudo, acessar o site a seguir: <<http://livro.pro/u36vnf>>. Acesso em: 19 out. 2018.

A ideia de números inteiros

As situações apresentadas ilustram a utilização de números positivos e números negativos e têm o intuito de ampliar a noção de número que os alunos já têm construído.

Ampliando o trabalho iniciado na abertura, exploramos nestas páginas o aparecimento e uso dos números negativos.

É o momento adequado para investigar os conhecimentos prévios dos alunos a respeito do novo tema a ser trabalhado. Fazer perguntas sobre os números negativos e em que situações eles podem ser utilizados. Em seguida, ler com a turma o texto sobre a ideia de números inteiros que visa explicar aos alunos como surgiram os números negativos e, se achar conveniente, propor-lhes que pesquisem mais sobre a origem desses números.

Pense e responda

Sugere-se que a atividade desta seção seja feita coletivamente. A seção apresenta informações sobre o Campeonato Brasileiro de Futebol de 2018 (24ª rodada).

Apesar de esse esporte ser bastante popular, existem outros que também despertam a curiosidade e o interesse dos alunos; portanto, essa atividade pode ser ampliada com a escolha de outra modalidade esportiva para que possam coletar e organizar dados.

Discutir com os alunos o que é saldo de gols. Há tabelas de classificação em que aparecem “gp” e “gc”. Explicar o significado dessas “siglas” na mídia: gp é usada para gols pró, que indica o número de gols que o time fez, e gc, para gols contra, que indica a quantidade de gols que o time sofreu.

Para ampliar, propor aos alunos que pesquisem sobre o campeonato brasileiro atual e façam, em uma folha separada, uma tabela como a apresentada, de modo que apareçam ti-

mes que tenham saldo de gols positivos, nulos e negativos. Em seguida, eles devem escrever duas questões que possam ser respondidas com a análise da tabela. Depois, devem trocar as tabelas entre si de modo que um aluno possa responder às questões de outro.



A IDEIA DE NÚMEROS INTEIROS

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 292

Responda às questões no caderno.

1. Veja, na tabela seguinte, o desempenho de alguns clubes após a 24ª rodada do Campeonato Brasileiro de Futebol, série A – Brasileirão 2018.

Campeonato Brasileiro de Futebol (24ª rodada/2018)

Classificação	Time	Pontos	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
1ª	Internacional	49	31	13	+18
9ª	Fluminense	31	23	27	-4
10ª	Corinthians	30	25	21	+4
11ª	América-MG	30	24	28	-4
13ª	Bahia	28	24	29	-5
18ª	Ceará	24	15	25	-10

S.C. INTERNACIONAL, PORTO ALEGRE-RS; FLUMINENSE, RIO DE JANEIRO-RJ; CORINTHIANS, PAULOISTA, AMÉRICA-MG; ESPORTE CLUBE, BAHIA, SALVADOR-BA; CEARÁ-CE

Fonte: CONFEDERAÇÃO BRASILEIRA DE FUTEBOL. Campeonato Brasileiro de Futebol. Disponível em: <<https://www.cbf.com.br/futebol-brasileiro/competicoes/campeonato-brasileiro-serie-a/2018>>. Acesso em: 17 set. 2018.

Chama-se **saldo de gols** a diferença entre o número de gols marcados e o número de gols sofridos por uma equipe em um torneio de futebol. Quando o número de gols marcados é maior que o de gols sofridos, dizemos que a equipe apresenta um **saldo de gols positivo**. Se o número de gols marcados for menor que o número de gols sofridos, dizemos que a equipe apresenta um **saldo de gols negativo**.

De acordo com as informações do texto e da tabela, responda às questões no caderno: **c) Os saldos positivos foram indicados com o sinal “+”, e os saldos negativos, com o “-”.**

- a) Quais clubes apresentaram um saldo de gols positivo? **Internacional e Corinthians.**
b) E quais apresentaram um saldo de gols negativo? **Fluminense, América-MG, Bahia e Ceará.**
c) Como foram representados os saldos positivos e os saldos negativos de gols?
d) Como foi representado o saldo de gols do Ceará? **-10**

Entendendo os números negativos

Explorar cada situação com os alunos e pedir que expliquem as informações que podem ser verificadas em cada uma delas. Se julgar conveniente, ampliar com novas situações: movimentação em extratos bancários, painéis em elevadores etc.

Essas explorações levam os alunos a reconhecer a existência dos números positivos e dos números negativos usados na representação de situações reais.

Entendendo os números negativos

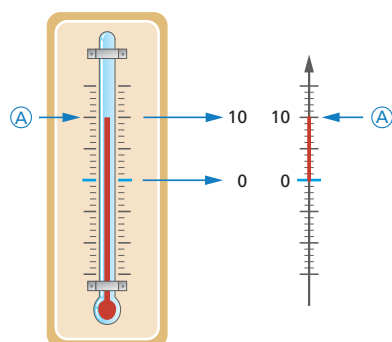
Os números naturais têm servido para expressar o resultado de contagens ou de algumas medidas.



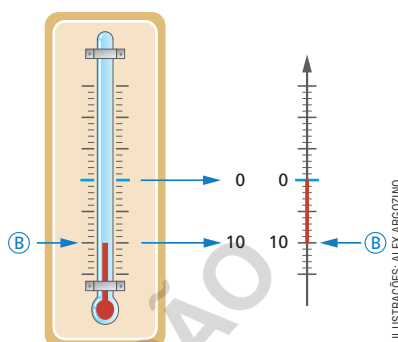
Todas essas afirmações não deixam dúvidas quanto ao significado, pois os números naturais envolvidos definem perfeitamente a quantidade que expressam.

Consideremos, agora, a seguinte situação:

Um termômetro marca uma temperatura de 10 graus Celsius (10°C) afastados do zero. Podemos representar essa situação, em um termômetro, de duas maneiras:



- O ponto A do termômetro está distante 10 graduações do ponto de origem 0.



- O ponto B do termômetro está distante 10 graduações do ponto de origem 0.

Nas figuras, vemos que há dois pontos (A e B) do termômetro que podem ser tomados como a posição da coluna de mercúrio em relação ao ponto de origem 0 (zero). Isso mostra que o número natural 10 não foi suficiente para expressar, de modo que não deixasse dúvidas, o afastamento da coluna de mercúrio em relação ao ponto de origem 0.

Para eliminarmos a possível confusão, convencionamos a seguinte leitura:

- O ponto A está 10°C **acima de zero**.
- O ponto B está 10°C **abaixo de zero**.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para ampliar, propor aos alunos que dramatizem uma situação de operação bancária, realizando concretamente a ação de depositar e retirar os valores de uma conta corrente. Por meio da análise da dramatização, será possível esclarecer dúvidas que os alunos tenham sobre números negativos.

Utilizar uma caixa para representar a conta corrente dos alunos e outra para representar o banco. Propor-lhes alguns valores para retiradas e depósitos.

Ajudá-los a perceber que, quando colocam o dinheiro na sua caixa, estão depositando-o na conta corrente e que, ao sacar determinado valor, o banco vai realizar a retirada desse dinheiro, mesmo que o dono da conta não possua o valor que está sendo retirado. Nesse caso, cria-se a situação de saldo negativo; portanto, o cliente ficará devendo dinheiro ao banco.

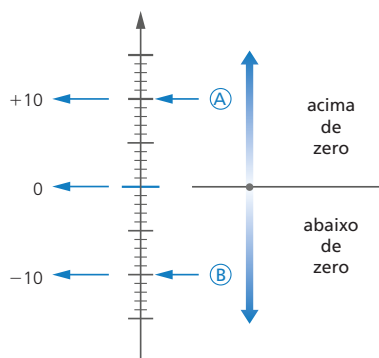
Utilizar a escala numérica para que os alunos percebam que o zero é a referência entre os números positivos e os números negativos.

Simbolicamente, eliminamos a confusão antepondo o sinal + (mais) às medidas acima de 0 °C e o sinal - (menos) às medidas abaixo de 0 °C.

Assim:

- ponto A $\rightarrow +10$ °C

- ponto B $\rightarrow -10$ °C



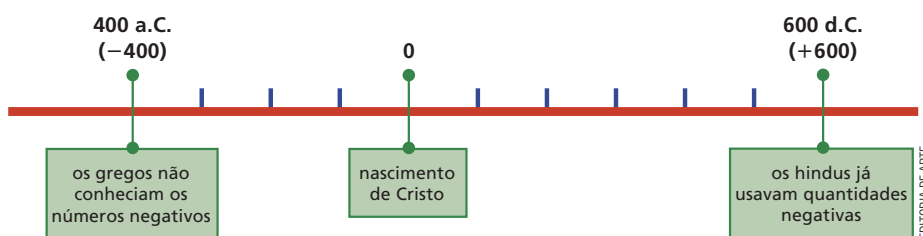
A temperatura de 10 graus acima de zero é indicada por **+10**. Dizemos que +10 é um **número inteiro positivo**.

A temperatura de 10 graus abaixo de zero é indicada por **-10**. Dizemos que -10 é um **número inteiro negativo**.

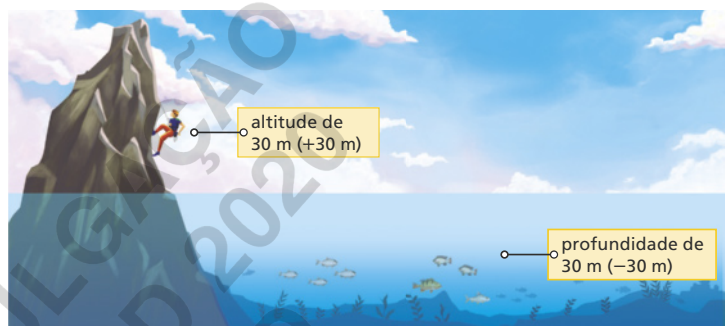
Há situações em que não escrevemos o sinal + ao usarmos números inteiros positivos.

Os números positivos e os números negativos aparecem em muitas situações, como por exemplo:

- Na indicação de um período, antes e depois de uma data determinada...



- Na indicação de altitudes ou profundidades em relação ao nível do mar...

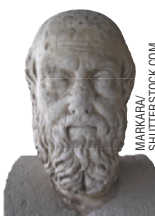


Note que, em todas as situações apresentadas, há um **referencial**, que tomamos como **origem**: a temperatura nula (0 °C) no termômetro, o ano zero na linha do tempo e o nível do mar (0 m) na altitude ou na profundidade.

Responda às questões no caderno.

1. Em cada caso, escreva o número inteiro (positivo ou negativo) correspondente.
 - a) uma temperatura de 25 °C acima de zero. **+25**
 - b) um saldo negativo de 15 gols. **-15**
 - c) uma profundidade de 2 500 metros. **-2 500**
 - d) 10 pontos perdidos por uma equipe em um torneio. **-10**
 - e) um crédito de 1 600 reais. **+1 600**
 - f) 4 andares acima do térreo. **+4**
 - g) uma temperatura de 5 °C abaixo de zero. **-5**
 - h) um débito de 600 reais na conta bancária. **-600**

2. Heródoto, historiador grego, considerado o pai da História, nasceu no ano 484 antes de Cristo. Usando números inteiros (positivos ou negativos), indique o ano em que ele nasceu. **-484**



Busto de Heródoto.

3. Cláudio é dentista e seu consultório fica em um prédio com 10 andares de salas comerciais e 4 andares de garagem no subsolo.



Observe o painel do elevador do prédio.

- a) Que número indica o andar térreo? **0 (zero).**
- b) Quais botões do painel indicam números de andares acima do térreo? **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.**
- c) E quais indicam os andares abaixo do térreo (subsolo)? **-1, -2, -3 e -4.**
- d) Procure lembrar-se de outras situações em que você pode identificar o uso de números com os sinais + ou -. **Resposta pessoal.**

4. O Mar Morto, localizado em um vale cercado pela Cisjordânia, Jordânia e por Israel, está cerca de 400 metros abaixo do nível do mar. O nome Mar Morto é por causa da alta concentração de sal em suas águas, cerca de 10 vezes maior que em outros mares, impossibilitando qualquer vida animal ou vegetal.

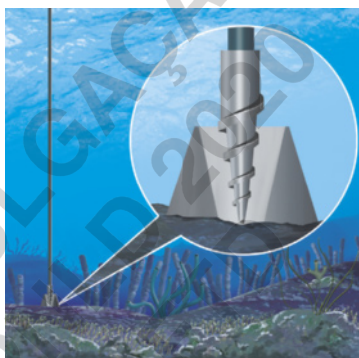
Como você indicaria essa depressão? Usando um número inteiro positivo ou negativo? **-400; negativo.**

5. Registre com números inteiros positivos ou negativos para indicar os valores expressos nas informações:

- a) Ana verificou seu extrato bancário. **-50 reais**



- b) Uma empresa que explora o fundo do mar lança uma base-guia a 1 700 metros de profundidade, no formato de funil, por onde as sondas e as brocas passam e perfuram o solo. **-1 700**



Atividades

Ao realizar as atividades propostas, os alunos terão a oportunidade de reconhecer a existência de números inteiros positivos e de números inteiros negativos em situações reais e como é possível representá-los fazendo uso dos símbolos positivo e negativo.

Sugere-se que na **atividade 5** os alunos desenhem uma escala numérica para facilitar a compreensão da representação dos números positivos e dos números negativos em relação ao número zero. Perguntar a eles qual é a referência tomada em cada caso para fazerem as indicações. Espera-se que percebam que, no **item a**, a referência é o saldo zero; e, no **item b**, é tomado como referência o nível do mar.

O conjunto dos números inteiros

Para que os alunos possam vivenciar uma situação de localização e disposição dos números inteiros em uma reta numérica, é interessante propor algumas explorações. Por exemplo: criar alguns cartões contendo números positivos, negativos e o zero, e colocá-los em um saquinho. Prender as pontas de um pedaço de barbante em algum local da sala em que os alunos possam pendurar esses cartões. Em seguida, cada aluno deverá pegar um desses cartões e pendurá-lo no barbante observando sempre se o número é maior ou menor que os números que já foram pendurados.

A ideia é que, no decorrer da atividade, eles percebam que alguns números talvez precisem ser afastados para “caber” outro ao lado, seguindo o critério de localização observado no livro.

Se julgar necessário, reproduzir os exemplos na lousa, de modo que os alunos participem da localização dos números.



O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Os números **+1, +2, +3, +4, ..., +10, ..., +25, ..., +100, ...** são chamados **números inteiros positivos**.

Os números **-1, -2, -3, -4, -5, ..., -25, ..., -100, ...** são chamados **números inteiros negativos**.

O conjunto formado pelos inteiros positivos, pelos inteiros negativos e pelo zero é chamado **conjunto dos números inteiros** e é representado pela letra \mathbb{Z} .

$$\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

O conjunto dos números inteiros não nulos é representado por \mathbb{Z}^* .

A reta numérica

Um dos recursos usados para a localização dos números é a **reta numérica**.

1



2



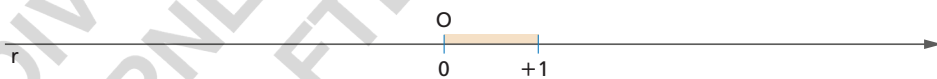
A fita métrica **1** e a trena **2** são exemplos que lembram uma reta numérica.

Vejamos, a seguir, como construir uma reta numérica.

1º passo: Desenhamos uma reta r e escolhemos um ponto O qualquer da reta, ao qual associamos o número 0 (zero), denominado **origem**.



2º passo: Escolhemos um ponto dessa reta, à direita do ponto O , e a esse ponto associamos o número $+1$. Determinamos, assim, uma **unidade de comprimento** e o **sentido positivo** da reta (eixo é uma reta orientada).



Reta numérica

Pedir aos alunos que construam variadas linhas do tempo: com acontecimentos históricos que possam pesquisar, escolhendo um marco importante para ser associado ao valor zero. Esse ponto pode ser algum acontecimento da própria vida deles, como o nascimento, por exemplo.

Aproveitar esse momento para trabalhar com a disciplina de História.

Propiciar oportunidade para que eles socializem as linhas do tempo que criaram.

A apresentação da reta numérica vertical tem fundamental importância na compreensão, mais tarde, do plano cartesiano.

3º passo: Partindo de O (associado ao zero), colocamos essa unidade de comprimento repetidas vezes, da esquerda para a direita, ao longo da reta, determinando, assim, a localização dos pontos associados aos números positivos $+2$, $+3$, $+4$, $+5$, ...

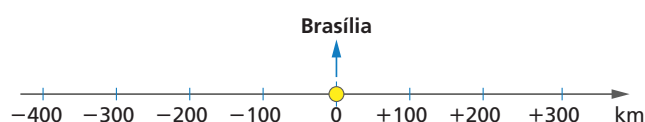


4º passo: Usando a mesma unidade de comprimento, medimos distâncias à esquerda do zero e localizamos o número -1 , o número -2 , e assim por diante, determinando o **sentido negativo** da reta.

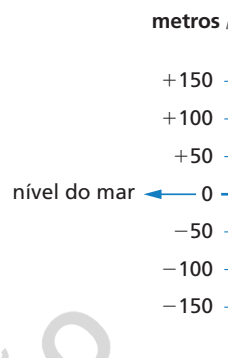


Veja, a seguir, algumas aplicações da reta numérica.

- A reta numérica seguinte indica posições de um avião em relação à cidade de Brasília. O avião voou na rota oeste-leste. Os números positivos são usados para indicar distâncias a leste, e os números negativos, para designar distâncias a oeste de Brasília. Veja:



- A reta numérica ao lado representa altitudes e profundidades em relação ao nível do mar. Os números positivos são usados para indicar as altitudes, e os números negativos, para indicar as profundidades. A reta numérica não precisa, necessariamente, estar na posição horizontal.



Agora observe a reta numérica em que os pontos A e P estão em destaque:



Em uma reta numérica:

- cada ponto destacado é chamado **imagem geométrica** do número inteiro. Assim:
O ponto **A** é a imagem geométrica do número **+2**.
O ponto **P** é a imagem geométrica do número **-4**.
- cada número inteiro é chamado **abscissa** do ponto correspondente. Assim:
O número **+2** é a abscissa do ponto **A**.
O número **-4** é a abscissa do ponto **P**.

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo explorar e consolidar os conceitos de números positivos e negativos e a localização de cada um deles na reta numérica. Esclarecer que os números negativos ficam à esquerda do zero e os positivos, à direita. O intuito é que os alunos reconheçam o conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

É interessante que eles realizem as atividades em duplas. Isso favorece a troca de informações entre eles e, ao mesmo tempo, propicia um meio para sanar dúvidas.

Reforçar a ideia de que há sempre um referencial. No caso da reta numérica, esse referencial é o ponto que corresponde ao zero.

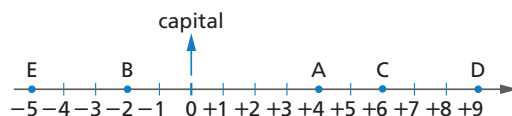
Para ampliar a atividade 7, perguntar quais os números que estão associados às demais letras (r e s). Espera-se que os alunos reconheçam que r indica o número $+1$ e s o número $+2$.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 292

Responda às questões no caderno.

- Suponha que a figura seguinte represente uma rodovia ligando várias cidades de um mesmo estado e cada intervalo seja uma unidade para medir distâncias.



Usando um número inteiro e considerando sempre a capital como referencial, dê a posição:

- da cidade A. $+4$
- da cidade B. -2
- da cidade C. $+6$
- da cidade D. $+9$
- da cidade E. -5

- De acordo com a atividade anterior, se cada intervalo corresponde a 100 km, dê a posição das cidades B e C em relação à capital. Cidade B: -200 km; Cidade C: $+600$ km.

- Ainda de acordo com a atividade 1 e considerando que cada intervalo corresponde a 100 km, determine a distância entre as cidades:

- A e C. 200 km
- A e D. 500 km
- B e A. 600 km
- E e B. 300 km
- B e D. $1\ 100$ km
- E e A. 900 km

- A reta numérica a seguir indica as posições de dois aviões, A e B, em relação à cidade de São Paulo. Sabendo que cada intervalo corresponde a 50 km, expresse essas posições usando números inteiros positivos ou negativos.

Avião A: -50 km; avião B: $+150$ km.



- Observe a reta numérica.



Responda:

- Qual a imagem geométrica do número -1 ? **0 ponto S.**
- Qual a imagem geométrica do número $+4$? **0 ponto Q.**

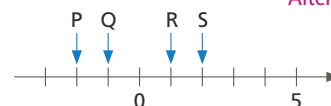
- Usando intervalos de 1 cm, faça o desenho de uma reta numérica e localize os pontos:



- A, de abscissa $+3$.
- R, de abscissa -2 .
- B, de abscissa -6 .
- S, de abscissa $+7$.

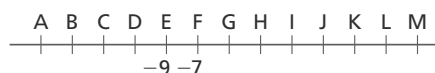
- (Saresp-SP) Os números -2 e -1 ocupam na reta numérica as posições indicadas respectivamente pelas letras:

Alternativa a.



- P, Q
- Q, P
- R, S
- S, R

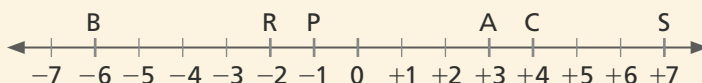
- (Prova Brasil) A figura a seguir é uma representação da localização das principais cidades ao longo de uma estrada, onde está indicada por letras a posição dessas cidades e por números as temperaturas registradas em $^{\circ}\text{C}$.



Com base na figura e mantendo-se a variação de temperatura entre as cidades, o ponto correspondente a 0°C estará localizado:

- sobre o ponto M.
- entre os pontos L e M.
- entre os pontos I e J.
- sobre o ponto J.

Uma possível resposta à atividade 6 é a reta numérica abaixo:

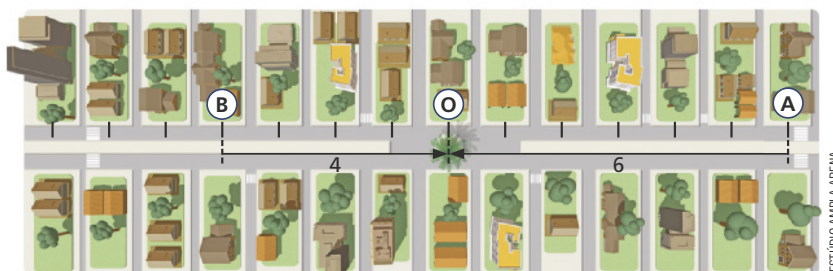


CAPÍTULO 3

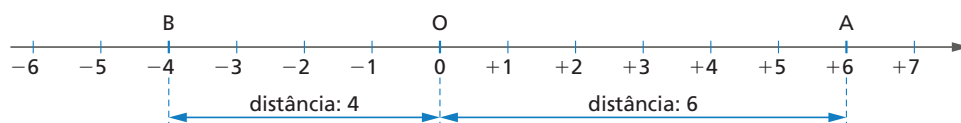
MÓDULO DE UM NÚMERO INTEIRO

Clodoaldo e João são amigos e moram na mesma avenida. Todos os dias eles se encontram no Clube do Bairro para praticar atividade física.

No esquema a seguir, as marcações destacadas em preto foram feitas à mesma distância uma da outra. O ponto O indica a localização do Clube do Bairro, o ponto A , a localização da casa de Clodoaldo e o ponto B , a da casa de João.



Considere a menor distância entre duas marcas como unidade e o Clube do Bairro como o ponto de origem. Podemos associar os números positivos às marcas à direita de O e os números negativos às marcas à esquerda de O .



A distância entre a casa de Clodoaldo e o clube é de 4 unidades. Dizemos, então, que a distância do ponto A em relação ao ponto O é dada pelo número 6.

A distância entre a casa de João e o clube é de 4 unidades. Dizemos, então, que a distância do ponto B em relação ao ponto O é dada pelo número 4.

Chama-se **módulo** (ou **valor absoluto**) de um número inteiro a distância ou o afastamento desse número até o zero, na reta numérica. O módulo é representado por: $| |$.

- O módulo de 0 é 0, e indica-se: $|0| = 0$.
- O módulo de +6 é 6, e indica-se: $|+6| = 6$.
- O módulo de -4 é 4, e indica-se: $|-4| = 4$.

O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Módulo de um número inteiro

Nesta página, os alunos entrarão em contato com mais um importante conceito e sua representação: o **módulo** de um número inteiro.

Solicitar a eles que elaborem coletivamente um cartaz, que deverá ficar exposto na sala de aula e poderá ser completado ao longo do ano com informações e exemplos de conceitos e conteúdos que julgarem pertinentes, iniciando com o conceito de módulo. Pedir a eles que elaborem um pequeno lembrete informativo contendo a definição e os exemplos.

Números inteiros opostos ou simétricos

O objetivo é proporcionar situações em que os alunos possam identificar, na reta numérica, o módulo de um número inteiro, como a distância do ponto de abscissa zero ao ponto cuja abscissa é esse número, obter o módulo de um número inteiro e identificar números opostos ou simétricos.

O conceito de números opostos ou simétricos pode ser incorporado ao cartaz sugerido anteriormente.

Atividades

Para a **atividade 6**, espera-se que os alunos mobilizem seus conhecimentos sobre expressão numérica com números naturais, desenvolvidos em anos anteriores. Se julgar necessário, apresentar na lousa exemplos e pedir que alguns alunos venham auxiliar nas resoluções. Uma resolução possível para esta atividade segue abaixo.

Resolução da atividade 6

Resolução da expressão numérica, lembrando que primeiro se resolve a divisão e, depois, a subtração:

$$\begin{aligned} 128 : 4 - 30 &= \\ = 32 - 30 &= \\ = 2 \end{aligned}$$

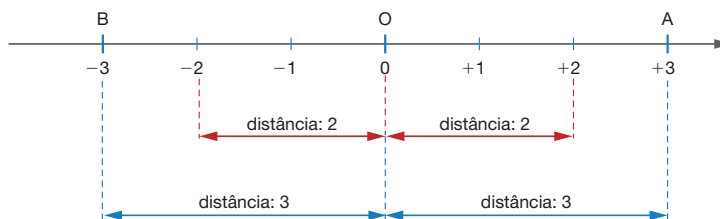
Determinação do oposto do valor obtido:

O oposto de 2 é -2 .

Espera-se que os alunos resolvam a **atividade 7** com o auxílio da reta numérica, no entanto é importante valorizar as estratégias próprias e a socialização delas com a turma.

Números inteiros opostos ou simétricos

Observe a reta numérica:



Note que os números $+3$ e -3 estão associados a pontos que se encontram à mesma distância do zero (eles possuem módulos iguais), mas situados em lados opostos na reta. O mesmo ocorre com os números $+2$ e -2 .

Dois números inteiros que estão nessa condição são chamados **números inteiros opostos** ou **simétricos**.

Exemplos:

- $+9$ e -9 são números opostos ou simétricos: $+9$ é o oposto ou simétrico de -9 e vice-versa.
- $+100$ e -100 são números opostos ou simétricos: $+100$ é o oposto ou simétrico de -100 e vice-versa.

DESCUBRA MAIS

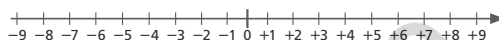
Os exploradores, (coleção O contador de histórias e outras histórias da Matemática), de Egidio Trambaiolli Neto. Editora FTD, 1999. Nesse livro, você fará uma viagem a Atlântida e decifrárá enigmas com a ajuda da Matemática.

ATIVIDADES

Resoluções na p. 292

Responda às questões no caderno.

1. Observe a reta numérica a seguir.



Dê a distância de:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| a) $+5$ a 0 . 5 | e) -2 a $+5$. 7 |
| b) -8 a 0 . 8 | f) -9 a -1 . 8 |
| c) -3 a 0 . 3 | g) $+2$ a $+7$. 5 |
| d) $+7$ a 0 . 7 | h) -4 a $+4$. 8 |

2. Escreva o módulo dos números:

- a) $+25$ **$|+25| = 25$**
 b) -40 **$|-40| = 40$**

3. Dois números inteiros diferentes têm o mesmo módulo: 20. Quais são esses números? **$+20$ e -20 .**

4. Quais são os números inteiros que têm módulo menor que $|-3|$? **$-2, -1, 0, +1$ e $+2$.**

5. Sabe-se que $N = -36$. Qual é o oposto ou simétrico do número N ? **$+36$**

6. Um número inteiro é expresso por $128 : 4 - 30$. Qual é o oposto ou simétrico desse número? **-2**

7. Supondo uma reta numérica, responda:

- a) Quantos quilômetros há entre 90 km a oeste e 50 km a leste de um ponto, em linha reta? **140 quilômetros.**
 b) Quantos graus há entre 3°C abaixo de zero e 12°C acima de zero? **15 graus Celsius.**
 c) Quantos metros há entre 80 m abaixo do nível do mar e 30 m acima do nível do mar? **110 metros.**



COMPARAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Acompanhe nesta reta numérica as três afirmações a seguir.



- +4 está à direita de 0; por isso dizemos que $+4 > 0$;
- 0 está à direita de -3; por isso dizemos que $0 > -3$;
- -1 está à direita de -4; por isso dizemos que $-1 > -4$.

De modo geral, temos:

Considerando dois números inteiros quaisquer, o maior desses números é aquele que está à direita na reta numérica.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Comparação de números inteiros

O objetivo nestas páginas é que os alunos mobilizem e transponham os seus conhecimentos acerca da comparação de números naturais na reta numérica para os números positivos e os números negativos.

Pense e responda

As questões desta seção visam introduzir os alunos na comparação de números inteiros e levá-los a mobilizar seus conhecimentos acerca do assunto a partir da interpretação das informações apresentadas. Sugere-se estimular os alunos a mostrar o que sabem, a levantar hipóteses e a buscar estratégias próprias para a resolução das questões.

A tabela apresenta a temperatura média em diferentes cidades do mundo em um mesmo dia. Relacionar as temperaturas dadas na tabela com a representação de números inteiros positivos e negativos e dizer aos alunos que esses números podem ser utilizados para simplificar as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” como, por exemplo, mostrando que $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ representa $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ abaixo de zero e que $+22\text{ }^{\circ}\text{C}$ representa $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ acima de zero. No caso de graus positivos, o uso do sinal + é optativo.

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 292

Cinco estudantes de diferentes países, em intercâmbio, registraram as temperaturas médias em um mesmo dia de fevereiro em suas cidades de origem:

Temperatura média

Cidade	Temperatura
Tóquio (Japão)	$0\text{ }^{\circ}\text{C}$
Montevideu (Uruguai)	$+22\text{ }^{\circ}\text{C}$
Londres (Inglaterra)	$-3\text{ }^{\circ}\text{C}$
Oslo (Noruega)	$-10\text{ }^{\circ}\text{C}$
Rio de Janeiro (Brasil)	$+30\text{ }^{\circ}\text{C}$

Fonte: Estudantes do intercâmbio.

Responda no caderno.

1. Nesse dia, estava mais quente em:

- a) Montevideu ou no Rio de Janeiro? **Rio de Janeiro.**
- b) Montevideu ou Tóquio? **Montevideu.**
- c) Tóquio ou Londres? **Tóquio.**

- d) Oslo ou Londres? **Londres.**
 - e) Oslo ou Montevideu? **Montevideu.**
 - f) Londres ou no Rio de Janeiro? **Rio de Janeiro.**
2. Em qual dessas capitais fez mais frio nesse dia? **Oslo (Noruega).**

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para explorar a comparação de números inteiros, utilizar situações cotidianas como ponto de partida para a introdução de novos conceitos. Por exemplo:

- Extrato de conta bancária, com variações de saldo positivo e saldo devedor.
- Registro de fatos ou datas históricas.
- Variações de temperatura, acima e abaixo de zero, apresentando-as como são divulgadas nos meios de comunicação.

As variações de temperatura podem ser exploradas no trabalho de comparação e ordenação dos números inteiros. Por exemplo:

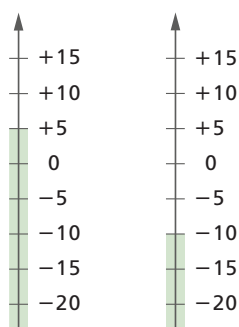
- Esta noite a temperatura foi de 2 °C abaixo de zero. Ontem à noite foi de 6 °C abaixo de zero. Qual das noites foi a mais fria? Por quê?

A partir do momento em que os alunos chegam à conclusão de que 2 °C abaixo de zero é uma temperatura mais alta que 6 °C abaixo de zero, eles estarão intuitivamente construindo o conceito de ordenação para o conjunto dos números inteiros.

Ressaltar também a importância da ordem dos números inteiros em uma situação. Por exemplo: -9 é menor que -4; assim, 9 °C abaixo de zero é uma temperatura mais fria que 4 °C abaixo de zero.

Considere agora as seguintes afirmações:

- 1** Uma temperatura de 5 °C acima de zero é maior que uma temperatura de 10 °C abaixo de zero. Essa afirmação significa comparar os números inteiros +5 e -10:



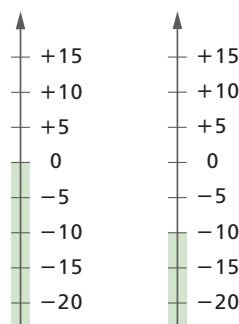
$$+5 > -10$$

ou

$$-10 < +5$$

Qualquer número inteiro positivo é maior que qualquer número inteiro negativo.

- 2** Uma temperatura de 0 °C é maior que uma temperatura de 10 °C abaixo de zero. Essa afirmação significa comparar os números inteiros 0 e -10:



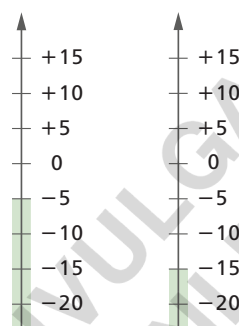
$$0 > -10$$

ou

$$-10 < 0$$

Qualquer número inteiro negativo é menor que zero.

- 3** Uma temperatura de 5 °C abaixo de zero é maior que uma temperatura de 15 °C abaixo de zero. Essa afirmação significa comparar os números inteiros -5 e -15:



$$-5 > -15$$

ou

$$-15 < -5$$

Entre dois números inteiros negativos, o maior é aquele que está a uma distância menor do zero, ou seja, o maior é aquele que tem menor módulo.

Responda às questões no caderno.

1. Observe os números inteiros a , b , c , d assinalados na reta numérica abaixo:



Usando o símbolo $>$ ou $<$, compare:

- a) a e 0 . $a > 0$ f) a e c . $a > c$
b) b e 0 . $b < 0$ g) d e a . $d < a$
c) c e 0 . $c > 0$ h) b e c . $b < c$
d) 0 e d . $0 > d$ i) b e d . $b > d$
e) a e b . $a > b$

2. Usando o símbolo $>$ ou $<$, compare os pares de números inteiros:

- a) 0 e $+9$. $0 < +9$ f) -25 e $+9$. $-25 < +9$
b) $+13$ e 0 . $+13 > 0$ g) $+11$ e $+30$. $+11 < +30$
c) 0 e -7 . $0 > -7$ h) -11 e -30 . $-11 > -30$
d) -20 e 0 . $-20 < 0$ i) -20 e $+4$. $-20 < +4$
e) $+1$ e -10 . $+1 > -10$ j) $+20$ e -4 . $+20 > -4$

3. Em um torneio, os times de futebol Alegre e Bonito terminaram empatados na classificação. De acordo com o regulamento, prosseguirá na fase seguinte do torneio a equipe com melhor saldo de gols.

- Alegre: Saldo de gols = -7
- Bonito: Saldo de gols = -5

Qual dos dois times passará para a fase seguinte do torneio? **Bonito.**

4. Escreva os números inteiros $+1$, -160 , -500 , $+7$, -100 , $+12$, -300 na ordem decrescente. $+12$, $+7$, $+1$, -100 , -160 , -300 , -500

5. Observe o quadro.

-21	+47	+54	-96	+62
+75	-81	-63	+28	-35

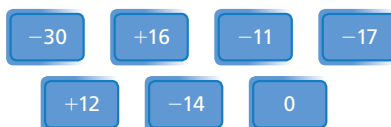
Identifique:

- a) o menor número inteiro positivo. **$+28$**
b) o maior número inteiro negativo. **-21**
c) o maior número inteiro. **$+75$**
d) o menor número inteiro. **-96**

6. Considerando os números -70 , $+20$, 0 , -10 , $+90$, -100 , qual é:

- a) o maior dos números? **$+90$**
b) o menor dos números? **-100**

7. Observe os números inteiros destas fichas:



Quais deles podem substituir a letra x para que se obtenha:

- a) $x > -15$? **-14 , -11 , 0 , $+12$, $+16$** b) $x \leq 0$? **0 , -11 , -14 , -17 , -30**

8. Escreva cada conjunto enumerando seus elementos:

- a) o conjunto A dos números inteiros maiores que -20 . **$A = \{-19, -18, -17, -16, -15, -14, \dots\}$**
b) o conjunto B dos números inteiros menores que -7 . **$B = \{\dots, -13, -12, -11, -10, -9, -8\}$**
c) o conjunto C dos números inteiros maiores do que ou iguais a -5 e menores que $+3$. **$C = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2\}$**

DESAFIO

9. Considere os elementos de A para responder às questões.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -8 < x < +4\}$$

- a) Quantos números inteiros positivos há nesse conjunto? **Três.**
b) Quantos números inteiros não negativos há no conjunto A ? **Quatro.**

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo levar os alunos a compreender que, ao comparar dois números inteiros, se deve expressar essa relação por meio dos sinais $<$, $>$, ou $=$. Esses sinais contribuem também para colocar números inteiros em ordem crescente ou decrescente.

Na **atividade 1**, estimular os alunos a perceber que, apesar de não existirem números envolvidos na reta numérica, já que os valores estão representados pelas letras a , b , c e d , pode ser tomada como base a posição dessas letras na reta numérica para dizer se são maiores ou menores entre si. Espera-se que os alunos concluam que o valor numérico da letra que está à direita é sempre maior que o valor numérico da letra que está à esquerda: $a > c > 0 > b > d$ ou $d < b < 0 < c < a$.

Em alguns momentos da unidade representamos genericamente números inteiros por meio de letras, usando a noção de variável, com o objetivo de contribuir para o desenvolvimento da **habilidade EF07MA13** que será trabalhada posteriormente. É importante que o aluno revise esse conceito em vários momentos, até que o consolide em estudos posteriores, pela relevância que tem no desenvolvimento do raciocínio algébrico e como instrumental matemático em diversas áreas do conhecimento.

Desafio

No desafio, orientar os alunos na compreensão da forma simbólica de apresentar um conjunto, observando que os símbolos definem se o número de referência será ou não incluído no conjunto.

Se houver necessidade, enfatizar que os sinais $<$ e $>$ indicam que o número não está incluído no conjunto. No caso, o -8 e o $+4$ não estão incluídos em A . Já os sinais \leq e \geq indicam que o número está incluído. Por exemplo, em $x \leq -5$, devemos incluir o -5 como um possível valor de x .

Por toda parte

Aqui são apresentadas informações sobre algumas cidades com o objetivo de evidenciar os contrastes de nosso país em relação à temperatura.

Sugere-se que as questões sejam respondidas em duplas, para que os alunos, na discussão com os colegas, ampliem seu repertório de estratégias e enriqueçam seu aprendizado. É possível que eles utilizem a reta numérica, no entanto, é importante encorajá-los a desenvolver estratégias próprias para obter as respostas.

POR TODA PARTE

Resoluções na p. 293

Temperaturas pelo Brasil

Muito já se falou sobre o Brasil ser uma terra de contrastes. Um exemplo disso é a temperatura: no inverno, é possível encontrar temperaturas negativas nos pontos mais altos dos estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina; enquanto no Nordeste, mesmo no inverno, a temperatura pode ultrapassar os 25 °C.



ALVARÉLIO KUROSSU/AGÊNCIA RBS/FOLHA PRESS

• Situada a 1 360 m de altitude, São Joaquim (SC) é uma das cidades mais frias do Brasil. Nessa cidade, o clima é temperado, com baixas temperaturas no inverno, quando os termômetros marcam temperaturas negativas, e altas temperaturas no verão. Em 24 de maio de 2018, atingiu temperatura próxima a -3°C , contrastando com os 30°C já alcançados em 6 de fevereiro de 2014. Foto de 2018.

• Em 24 de maio de 2018, de acordo com a Central NSC de Meteorologia, a cidade de Urupema (SC), localizada na serra catarinense, atingiu temperatura mínima de cerca de $6,6^{\circ}\text{C}$ negativos, superando pela segunda vez no ano a menor temperatura registrada no país até aquele momento. No inverno, as pequenas cachoeiras e vegetação rasteira transformam-se em cristais de gelo. Foto de 2018.



MARILIA SUTIL/FUTURA PRESS

Informações obtidas em: Super Interessante. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/mundo-estranho/qual-e-o-recorde-de-frio-no-brasil-e-de-calor/>>. G1. Disponível em: <<http://g1.globo.com/sc/santa-catarina/noticia/2014/02/alta-temperatura-bate-recorde-em-sao-joaquim-na-serra-catarinense.html>>; G1. Disponível em: <<https://g1.globo.com/sc/santa-catarina/noticia/com-61c-urupema-volta-a-ter-o-dia-mais-frio-do-pais-em-2018.ghtml>>. Acessos em: 17 set. 2018.

De acordo com os textos, responda no caderno.

1. Escreva, em ordem crescente, as temperaturas que aparecem nos textos anteriores. $-6,6^{\circ}\text{C} < -3^{\circ}\text{C} < 25^{\circ}\text{C} < 30^{\circ}\text{C}$
2. De acordo com o Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), a temperatura mais baixa já registrada no Brasil foi de aproximadamente -11°C , em Xanxerê, Santa Catarina, em 1953. Já de acordo com a Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (Epagri), a temperatura mais baixa já registrada foi na cidade de Caçador, Santa Catarina, em 1952: -14°C . Utilizando os sinais $<$ e $>$, compare os números negativos apresentados no enunciado. $-14^{\circ}\text{C} < -11^{\circ}\text{C}$; $-11^{\circ}\text{C} > -14^{\circ}\text{C}$.

DESCUBRA MAIS

Números negativos (coleção Pra que serve Matemática?), de Imenes; Lellis e Jakubo, Editora Atual, 2009. Esse livro aborda situações cotidianas, como medir a temperatura, entender um saldo bancário, calcular um fuso horário, entre outros, para explorar a noção de número negativo.



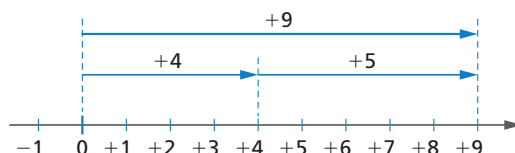
ADIÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Vamos analisar as seguintes situações:

- 1 Ao disputar um torneio de handebol, a equipe da Escola do Bairro obteve 4 pontos no primeiro turno e 5 pontos no segundo turno. Quantos pontos a equipe obteve ao todo nesse torneio?

Nessa situação, devemos calcular $(+4) + (+5)$, o que pode ser feito mentalmente. Mas vamos primeiro representar esse cálculo na reta numérica:

- A partir do ponto associado ao 0, fazemos um deslocamento de 4 unidades no sentido positivo.
- A partir do ponto associado ao +4, fazemos um novo deslocamento de 5 unidades no sentido positivo.



O deslocamento total foi de 9 unidades no sentido positivo.

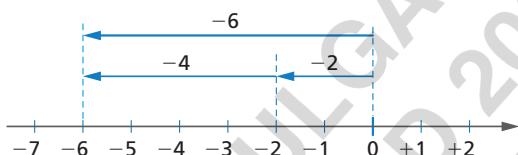
Então: $(+4) + (+5) = +9$

A equipe obteve ao todo 9 pontos.

- 2 Nesse mesmo torneio, a equipe da Escola Fundamental perdeu 2 pontos no primeiro turno e 4 pontos no segundo turno. Quantos pontos a equipe perdeu ao todo nesse torneio?

Vamos calcular $(-2) + (-4)$.

- A partir do ponto associado ao 0, fazemos um deslocamento de 2 unidades no sentido negativo.
- A partir do ponto associado ao -2, fazemos um novo deslocamento de 4 unidades no sentido negativo.



O deslocamento total foi de 6 unidades no sentido negativo.

Então: $(-2) + (-4) = -6$

Essa equipe perdeu ao todo 6 pontos.

efetuar adições de números positivos e de números negativos com o objetivo de sempre trazer significado para as ideias estudadas.

Na lousa, propor diferentes situações do cotidiano em que os números positivos e os negativos são utilizados (altura, profundidades abaixo do nível do mar, lucro e prejuízo etc.). Pedir aos alunos que, em grupos, elaborem problemas que envolvam a comparação e a adição de números inteiros. Para resolvê-los, proponha a troca dos problemas entre os grupos.

Para ampliar, solicitar aos alunos que levem reportagens com dados parecidos com os que foram apresentados. Caso seja possível, compartilhar essas informações com professores de outras áreas do conhecimento para que juntos possam estabelecer relações interdisciplinares. Por exemplo: em Educação Física, pode-se trabalhar com pontos ganhos e pontos perdidos em um campeonato esportivo.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Adição de números inteiros

Um dos objetivos aqui é levar os alunos a compreender as ideias que envolvem a adição com números positivos e números negativos. É interessante que realizem a leitura e a discussão do texto apresentado.

As situações mostradas proporcionam aos alunos a oportunidade de ampliar os procedimentos de cálculo para a adição de números inteiros (positivos e negativos), observando a representação dos números de diferentes sinais na reta numérica.

Por meio da análise e da discussão coletivas, os alunos poderão interpretar o signifi-

cado da operação adição com números inteiros. É importante observar que o uso da reta numérica, utilizando a ideia de deslocamento facilita a compreensão dessa operação. Estimular os alunos a fazer o registro utilizando os símbolos numéricos e operatórios. Depois, explorar outras situações do cotidiano em que precisamos

Pense e responda

Os alunos entrarão em contato com informações sobre as condições climáticas do mundo e sobre as mudanças climáticas que ocorreram nas últimas décadas.

Pode-se ampliar o conteúdo estabelecendo relações com as áreas de conhecimento, como Ciências e Geografia, abordando temas como o aumento do nível do mar em consequência do derretimento das geleiras e o superaquecimento de algumas áreas do planeta, entre outros.

Sobre a adição de números inteiros, podemos afirmar que:

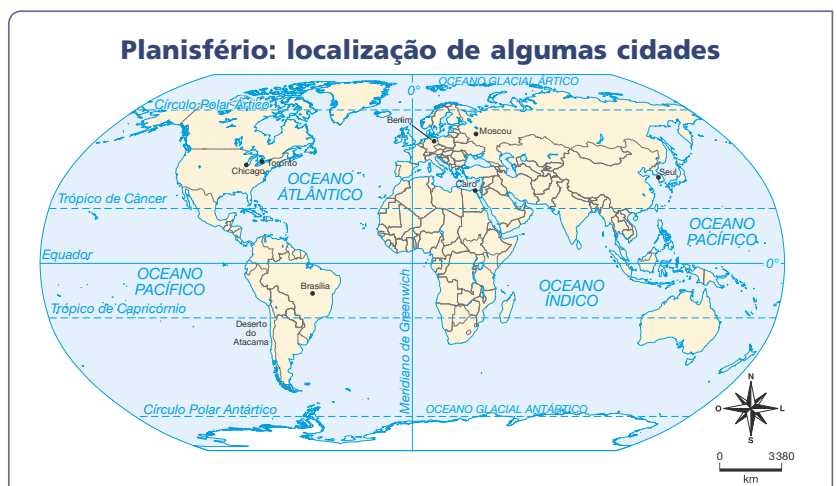
Quando adicionamos números inteiros com mesmo sinal, a soma é obtida adicionando seus módulos e mantendo o sinal.

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 293

Cada vez mais o ser humano se preocupa com as mudanças climáticas que vêm ocorrendo em nosso planeta. Um meio de monitorar essas mudanças é o estudo permanente da temperatura nos diversos pontos da Terra.

As situações seguintes estão relacionadas às temperaturas de algumas cidades, medidas em um mesmo dia.



Fonte: IBGE. Atlas geográfico escolar. 7. ed. Rio de Janeiro, 2016. p. 32.

Responda às questões no caderno.

1. Em Brasília, capital do Brasil, a temperatura mínima foi de 20°C . Como a temperatura nesse dia subiu 8°C , qual foi a temperatura máxima registrada em Brasília nesse dia? 28°C
2. Em Toronto, no Canadá, às 6 horas da manhã, os termômetros registravam -1°C . Ao meio-dia, a temperatura tinha aumentado 6°C . Qual foi a temperatura ao meio-dia? 5°C
3. Já em Chicago, nos Estados Unidos da América, a temperatura medida à meia-noite foi de -8°C . Ao meio-dia, a temperatura havia subido 7°C . Qual foi a temperatura medida em Chicago ao meio-dia? -1°C
4. No deserto do Atacama, no Chile, deserto mais alto e árido do mundo, ao meio-dia foi registrada a temperatura mais alta do dia. Em menos de 24 horas a temperatura caiu 40°C , chegando a -2°C (temperatura mínima). Qual foi a temperatura máxima nesse dia no deserto do Atacama? 38°C

Vamos analisar outras situações:

- 1** Jonas entrou no elevador no andar térreo. Desceu, inicialmente, 2 andares e, em seguida, subiu 6 andares.

Em qual andar o elevador parou?

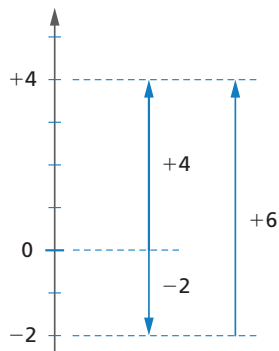
Vamos calcular $(-2) + (+6)$.

- A partir do ponto associado ao 0, deslocamos 2 unidades no sentido negativo.
- A partir do ponto associado ao -2 , deslocamos 6 unidades no sentido positivo.

O deslocamento total foi de 4 unidades no sentido positivo.

Então: $(-2) + (+6) = +4$

O elevador parou no 4º andar.



NÓS

O uso de elevadores

Comuns em edifícios públicos e privados, os elevadores social e de serviço geram muitas dúvidas com relação ao seu uso. A função do elevador de serviço é o transporte de cargas, a fim de evitar danos ao elevador social.

Dessa forma, o elevador social deve ter seu uso livre aos condôminos e funcionários do condomínio que não estejam portando cargas. Já o uso exclusivo do elevador de serviço por banhistas ou pessoas portando animais, por exemplo, pode ser deliberado em assembleia com os condôminos e deve constar no regulamento interno.

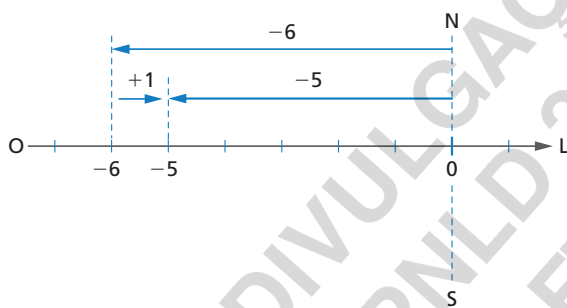
Vale lembrar que diversas leis (federais, estaduais e municipais) vetam qualquer forma de discriminação em virtude de raça, sexo, cor, origem, condição social, idade, porte ou presença de deficiência e doença não contagiosa por contato social no acesso aos elevadores.

- Você acha importante haver leis que vetam condutas discriminatórias?
- Pesquise outras leis que atendem ao mesmo propósito do apresentado no texto.

- 2** A turma de um acampamento andou 6 km a oeste, em uma trilha; e voltou 1 km para leste para pegar uma bússola, esquecida em uma área de descanso. Qual é a posição dessa turma em relação ao início da caminhada?

Observe a representação dos 4 pontos cardeais e a reta numérica no eixo oeste/leste.

Vamos calcular $(-6) + (+1)$.



É interessante continuar explorando situações que contemplem a reta numérica horizontalmente assim como verticalmente. O aluno precisa se acostumar com essa variação de registros. É possível apresentar outros exemplos na lousa, que contemplem contextos ligados a essas duas representações da reta numérica, e pedir que alguns alunos façam tais representações. É mais uma maneira de avaliar a habilidade que já desenvolveram em relação a esses registros.

Propriedades da adição

Explorar cada propriedade com os alunos, na lousa, de modo que eles possam verificar, por meio de cálculos, que as propriedades estruturais da adição, válidas em \mathbb{N} , também são válidas em \mathbb{Z} . Além disso, é apresentada a propriedade do *elemento oposto* em que o resultado sempre é o zero.

Perguntar aos alunos se essas propriedades serão válidas para quaisquer números inteiros, levando-os a concluir que sim por meio da análise de outros exemplos, sem fazer uma demonstração formal dessas propriedades.

Mostrar aos alunos que a notação simplificada de uma adição de números inteiros facilita o registro e a leitura dessa operação.

Segue uma sugestão de uma situação que pode ser desenvolvida em sala de aula.

Uma loja de calçados tem quatro departamentos. Com base no quadro a seguir que mostra a venda de cada departamento no mês de março, em relação ao mês anterior, determine o resultado da loja no mês de março, em relação a fevereiro.

Departamento de calçados	Vendas de março em relação a fevereiro
Masculinos	60 pares a mais $\rightarrow (+60)$
Femininos	45 pares a menos $\rightarrow (-45)$
Infantis	18 pares a menos $\rightarrow (-18)$
Esportivos	30 pares a mais $\rightarrow (+30)$

- A partir do ponto associado ao 0, deslocamos 6 unidades no sentido negativo.
- A partir do ponto associado ao -6 , deslocamos 1 unidade no sentido positivo. O deslocamento total foi de 5 unidades no sentido negativo. Então: $(-6) + (+1) = -5$
A posição da turma era de 5 km a oeste do ponto inicial da caminhada. De modo geral:

Quando adicionamos dois números inteiros de sinais diferentes, a soma é obtida efetuando-se a diferença entre seus módulos e mantendo o sinal do número que está mais distante da origem.

Assim:

- $(-16) + (+20) = +4$
diferença entre os módulos dos números
sinal positivo, pois $+20$ está mais distante do 0 do que -16
- $(-100) + (+42) = -58$
diferença entre os módulos dos números
sinal negativo, pois -100 está mais distante do 0 do que $+42$

Propriedades da adição

1ª propriedade: A soma de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

- $(+3) + (+5) = +8$, e $+8 \in \mathbb{Z}$ (dizemos que $+8$ pertence ao conjunto dos inteiros).
- $(-7) + (-3) = -10$, e $-10 \in \mathbb{Z}$.
- $(+11) + (-8) = +3$, e $+3 \in \mathbb{Z}$.
- $(+7) + (-13) = -6$, e $-6 \in \mathbb{Z}$.

2ª propriedade: A ordem das parcelas em uma adição não altera a soma.

$(+11) + (-9) = +2$
ou $(-9) + (+11) = +2$
ou $(+11) + (-9) = (-9) + (+11)$

Essa é a propriedade **comutativa**.

3ª propriedade: Associando-se as parcelas de maneiras diferentes, obtém-se a mesma soma.

- $(-8) + (-2) + (+7) = (-10) + (+7) = -3$
- $(-8) + (-2) + (+7) = (-8) + (+5) = -3$

Essa é a propriedade **associativa**.

Uma sugestão é os alunos comecem fazendo uma leitura individual e atenta para depois socializarem o que entenderam. Nesse momento, há oportunidade para verificar se compreenderam as informações apresentadas.

Para a resolução, os alunos podem formar duplas, fazer o registro da operação envolvida: $(+60) + (-45) + (-18) + (+30)$, e aplicar as propriedades estudadas para efetuar a soma. Incentivá-los a utilizar a notação simplificada também.

4ª propriedade: O número 0 é o elemento neutro da adição em \mathbb{Z} .

- $(+8) + 0 = 0 + (+8) = +8$
- $(-7) + 0 = 0 + (-7) = -7$

Essa é a propriedade da existência do elemento neutro.

Observação: Além dessas propriedades da adição, que também são válidas para o conjunto \mathbb{N} , o conjunto \mathbb{Z} apresenta uma nova propriedade: existência do **elemento oposto**.

- $(-8) + (+8) = 0 \rightarrow -8$ é o elemento oposto ou simétrico de $+8$ e vice-versa.
- $(+13) + (-13) = 0 \rightarrow +13$ é o elemento oposto ou simétrico de -13 e vice-versa.

Vamos analisar a seguinte situação:

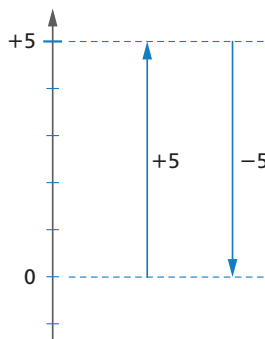
- 1** Em um torneio de futebol, uma equipe marcou 5 gols e sofreu 5 gols.

Qual foi o saldo de gols dessa equipe? Vamos calcular $(+5) + (-5)$.

Pelo esquema a seguir, você observa que o deslocamento total foi zero, pois partimos do 0 e voltamos para o 0.

Então: $(+5) + (-5) = 0$

O saldo da equipe foi 0.



A soma de dois números opostos é igual a 0 (zero).

Notação simplificada de uma adição de números inteiros

Os números inteiros positivos são também números naturais. Podemos, por exemplo, escrever $+4$ ou simplesmente 4.

A expressão $(+9) + (+11)$ tem o mesmo significado que $9 + 11$.

Observe também que:

- $(+10) + (-15)$ tem o mesmo significado que $+10 - 15$ ou, simplesmente, $10 - 15$.
- $(-8) + (+10)$ tem o mesmo significado que $-8 + 10$.
- $(-6) + (-15)$ tem o mesmo significado que $-6 - 15$.

A essa forma simplificada de escrever uma sentença com números inteiros aplicamos as mesmas propriedades operatórias já estudadas:

- $+13 - 19 = 13 - 19 = -6$

$$\begin{aligned} 23 - 9 - 18 + 15 &= \boxed{23 + 15} - 9 - 18 = 38 - 27 = 11 \\ -18 + 35 + 62 - 47 - 31 &= \boxed{35 + 62} - 18 - 47 - 31 = 97 - 96 = 1 \end{aligned}$$

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo criar situações em que os alunos aprendam a adicionar números inteiros; utilizar as propriedades da adição em \mathbb{Z} e efetuar adições de números inteiros usando a notação simplificada.

Na **atividade 7**, é interessante representar os andares com um desenho, de modo que a classe consiga visualizar os dados. Os alunos poderão fazer esse desenho no tamanho de uma folha de papel sulfite e utilizar um objeto qualquer, como uma borracha, por exemplo, para representar o elevador.

Atendendo às orientações, eles poderão representar os comandos \uparrow ou \downarrow partindo inicialmente do térreo. Por exemplo, para o **item a**, temos:

- $\uparrow 3$ indica que os alunos movimentarão a borracha três vezes para cima, chegando ao 3º andar;

- $\uparrow 5$ indica que os alunos movimentarão a borracha cinco vezes para cima, partindo de onde estavam anteriormente, chegando assim ao 8º andar;

- $\downarrow 6$ indica que os alunos movimentarão a borracha, de onde estavam, seis vezes para baixo, chegando ao 2º andar.

Tomando o térreo como o andar zero, explicar aos alunos que o subsolo é um andar abaixo do térreo, isto é, o subsolo é o primeiro andar negativo ou -1 .

Incentivar os alunos a perceber que:

- subir três andares equivale a $+3$;
- subir cinco andares equivale a $+5$;
- descer seis andares equivale a -6 .

Resolução da atividade 7

No **item a**, a adição pode ser representada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} & (+3) + (+5) + (-6) = \\ & = (+8) + (-6) = \\ & = +2 \end{aligned}$$

Ou de maneira simplificada:

$$\begin{aligned} & +3 + 5 - 6 = +8 - 6 = \\ & = +2 \text{ (2º andar)} \end{aligned}$$

Possíveis resoluções para os demais itens da **atividade 7** são:

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 293

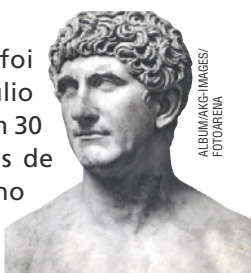
Responda às questões no caderno.

1. O senhor João é vendedor de balões de gás no parque da cidade. No sábado desse fim de semana, por causa da chuva, ele teve um prejuízo de 75 reais. No domingo fez sol, e ele teve um lucro de 125 reais. Esse fim de semana deu lucro ou prejuízo ao Sr. João? De quanto?

Lucro de 50 reais.

2. Os números a e b são números inteiros opostos ou simétricos. Qual é o valor de $a + b$? Zero.

3. Marco Antônio foi o sucessor de Júlio César e morreu em 30 a.C., com 52 anos de idade. Em que ano Marco Antônio nasceu?



Busto de Marco Antônio.

Fonte: EDITORA ABRIL. Almanaque Abril, 2011. São Paulo: Abril, 2010.

Em -82 ou em 82 a.C.

4. Sabendo que a e b são números inteiros negativos, é correto afirmar que $a + b$ é um número inteiro positivo? Não.
5. Dê o resultado das seguintes adições:

- a) $(+27) + (+13) + (-28)$ $+12$
- b) $(-50) + (-30) + (-12)$ -92
- c) $(+90) + (-75) + (-47)$ -32
- d) $(-11) + (+20) + (+35) + (-27)$ $+17$
- e) $(+32) + (-68) + (-22) + (+48)$ -10
- f) $(+99) + (-100) + (-100) + (+98) + (-10)$ -13
- g) $(-73) + (-22) + (-45) + (-92) + (+250)$ $+18$

6. Sabendo que $a = -82$, $b = +65$, $c = +100$ e $d = -91$, calcule o valor de:

- a) $a + b$ -17
- b) $c + d$ $+9$
- c) $a + c$ $+18$
- d) $b + d$ -26
- e) $a + d$ -173
- f) $a + b + c + d$ -8

50

7. Gustavo trabalha como ascensorista. O serviço de manutenção dos elevadores, por problemas técnicos, pediu a Gustavo para anotar o movimento do elevador nos andares em um determinado intervalo de tempo. Veja a seguir como ele anotou o movimento, indicando \uparrow para "sobe" e \downarrow para "desce". Use a adição de números inteiros e diga em que andar o elevador parou, por último, em cada caso.

- a) térreo $\uparrow 3 \uparrow 5 \downarrow 6$ 2º andar.
- b) térreo $\downarrow 2 \downarrow 1 \uparrow 4$ 1º andar.
- c) térreo $\downarrow 3 \uparrow 5 \downarrow 3 \uparrow 1$ Térreo.
- d) térreo $\downarrow 2 \uparrow 8 \downarrow 5 \uparrow 2$ 3º andar.

8. Escreva na forma simplificada e calcule o valor de cada adição:

- a) $(+31) + (-27)$ $31 - 27 = 4$
- b) $(-50) + (+45)$ $-50 + 45 = -5$
- c) $(-20) + (-11)$ $-20 - 11 = -31$
- d) $(+47) + (+23)$ $47 + 23 = 70$
- e) $(-21) + (+55) + (-29)$ $-21 + 55 - 29 = 5$

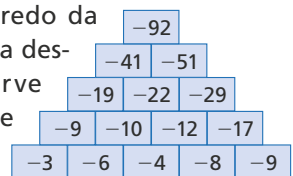
9. As expressões a seguir estão escritas na forma simplificada. Calcule o valor de cada uma.

- a) $7 + 17$ 24
- b) $-8 - 2$ -10
- c) $-9 + 14$ 5
- d) $-4 - 4$ -8
- e) $19 - 23$ -4
- f) $-40 - 11$ -51
- g) $32 + 14$ 46
- h) $-1 + 30$ 29
- i) $40 - 63$ -23
- j) $91 - 57$ 34

10. Qual é o segredo da pirâmide? Para descobrir, observe

o número de um bloco e os números dos blocos que o apoiam.

O número que aparece em cada bloco corresponde à soma dos números dos blocos que o apoiam.



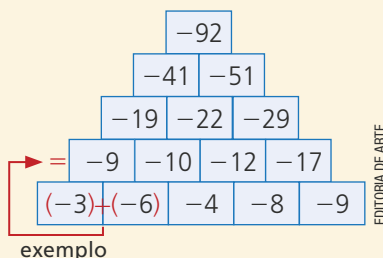
EDITORIA DE ARTE

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & -2 - 1 + 4 = -3 + 4 = \\ & = +1 \text{ (1º andar)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & -3 + 5 - 3 + 1 = \\ & = -3 - 3 + 5 + 1 = -6 + 6 = \\ & = 0 \text{ (térreo)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & -2 + 8 - 5 + 2 = -7 + \\ & + 10 = +3 \text{ (3º andar)} \end{aligned}$$

Na **atividade 10**, os alunos devem perceber que:



EDITORIA DE ARTE

Resolução da atividade 14

Uma possível resolução é:
 $400 + 600 + 1300 =$
 $= 1000 + 1300 = 2300$
 $1900 - 2300 = -400$ (saldo negativo)

Logo, Caio deve depositar pelo menos 400 reais.

11. Calcule o valor de:

- a) $7 + 20 - 4$ **+23**
- b) $-17 + 14 + 3$ **Zero.**
- c) $27 - 16 - 10$ **+1**
- d) $-25 - 21 - 40$ **-86**
- e) $35 + 18 + 62$ **+115**
- f) $-75 + 70 + 50 - 61$ **-16**
- g) $84 - 79 - 81 + 86$ **+10**
- h) $-64 - 96 - 77 + 200$ **-37**

- 12. (Prova Brasil)** Cíntia conduzia um carrinho de brinquedo por controle remoto em linha reta. Ela anotou em um quadro os metros que o carrinho andava cada vez que ela acionava o controle. Escreveu valores positivos para as idas e negativos para as vindas.

Vez	Metros
Primeira	+17
Segunda	-8
Terceira	+13
Quarta	+4
Quinta	-22
Sexta	+7

Após Cíntia acionar o controle pela sexta vez, a distância entre ela e o carrinho era de: **Alternativa b.**

- a) -11 m b) 11 m c) -27 m d) 27 m

- 13.** No dia 1º de agosto o saldo bancário da empresa de Cláudio era R\$ 8400,00. No período de 2 a 8 de agosto, o extrato da empresa mostrava a seguinte movimentação:

Data	Movimento	Valor (em reais)
2/8	crédito	10200
4/8	débito	15000
5/8	débito	9500
8/8	crédito	8000

Usando a adição de números inteiros, responda:

- a) Qual é o saldo bancário da empresa de Cláudio no dia 8? **+2100 reais.**
- b) Com o saldo do dia 8, Cláudio vai pagar o aluguel no valor de 3000 reais. Qual será o saldo da empresa, após esse pagamento? **-900 reais.**

- 14.** Caio tirou o extrato bancário de sua conta corrente e verificou que havia R\$ 1900,00. Ele pagou contas com três cheques: um de R\$ 400,00 para o supermercado, outro de R\$ 600,00 para a prestação do carro e outro de R\$ 1300,00 para o aluguel.

Qual é o valor que Caio deve depositar na conta para, após os descontos, não ficar com saldo negativo?

Caio deve depositar pelo menos 400 reais.

- 15.** Na figura a seguir, qual é o número inteiro que se deve colocar no lugar da letra A? E da B? E da C?

-37, -22 e +19, respectivamente.

-7	+	-30	=	A
=				+
-26				+15
+				=
C	=	+41	+	B

EDITORIA DE ARTE

- 16.** Determine o número inteiro que se deve colocar no lugar de x para que sejam verdadeiras as igualdades:

- a) $x + (+10) = +16$ **+6**
- b) $x + (-2) = -10$ **-8**
- c) $x + (+20) = 0$ **-20**
- d) $x + (-9) = +9$ **+18**
- e) $(-15) + x = -1$ **+14**

- 17.** Sabe-se que, na atmosfera, a temperatura diminui cerca de 1 °C a cada 200 metros de afastamento da superfície terrestre. Quando a temperatura na superfície é +25 °C, qual será a temperatura na atmosfera a uma altura de 11 km? **-30 °C**

Subtração de números inteiros

Aqui os alunos irão determinar a diferença entre dois números inteiros quaisquer usando a ideia do número oposto e reconhecendo as relações entre as operações adição e subtração. Poderão verificar que em \mathbb{Z} a subtração entre dois números inteiros sempre é possível e a diferença também é um número inteiro.

Propõe-se a leitura coletiva e cuidadosa do texto para que os alunos identifiquem as ideias da subtração de números inteiros e concluam que subtrair um número inteiro é o mesmo que adicionar seu número oposto.



SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Para determinar a variação de temperatura em um local, em um determinado período de tempo, vamos fazer:

(temperatura máxima) menos (temperatura mínima)

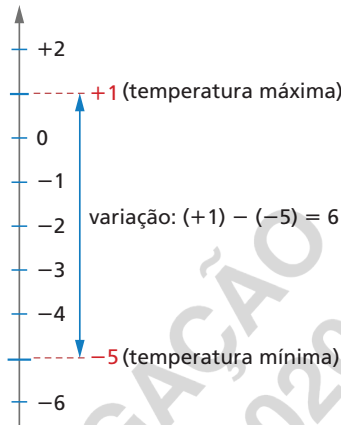
Observe o quadro com a temperatura máxima e a temperatura mínima de três cidades (A, B e C) em um mesmo dia:

Cidade	Temperatura mínima	Temperatura máxima
A	-5	+1
B	+2	+7
C	-6	-2

A partir do quadro, vamos descobrir a variação de temperatura em cada cidade.

- Para a cidade A, temos:

Mínima: -5 Máxima: +1

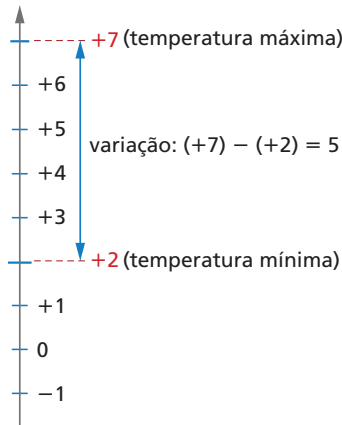


Considerando que $(+1) - (-5) = 6$ e $(+1) + (+5) = 6$, podemos escrever que:

$(+1) - (-5) = (+1) + (+5) = 6$
oposto de -5

- Para a cidade B, temos:

Mínima: +2 Máxima: +7



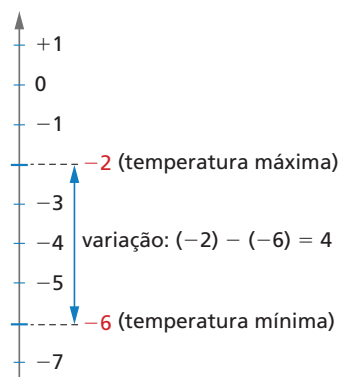
Considerando que $(+7) - (+2) = 5$ e $(+7) + (-2) = 5$, podemos escrever:

$(+7) - (+2) = (+7) + (-2) = 5$
oposto de +2

- Para a cidade C, temos:

Máxima: -2

Mínima: -6



Considerando que $(-2) - (-6) = 4$ e $(-2) + (+6) = 4$, podemos escrever:

$$(-2) - (-6) = (-2) + (+6) = 4$$

Sabemos que, no conjunto \mathbb{N} , não é possível efetuar a subtração quando o primeiro número (minuendo) é menor que o segundo número (subtraendo).

$3 - 10$ não é possível em \mathbb{N}

No conjunto \mathbb{Z} é possível efetuar a subtração, pois a diferença entre dois números inteiros é sempre um número inteiro.

$$3 - 10 = (+3) - (+10) = (+3) + (-10) = -7$$

ou

$$3 - 10 = -7$$

Assim:

- $(+13) - (+2) = (+13) + (-2) = +11$
- $(+7) - (+15) = (+7) + (-15) = -8$

Vejamos outros exemplos de subtrações não possíveis no conjunto dos naturais e possíveis com os números inteiros:

- $40 - 50 = -10$
- $12 - 20 = -8$
- $1 - 100 = -99$

Pelas situações apresentadas, de modo geral:

Subtrair dois números inteiros é o mesmo que adicionar o primeiro com o oposto do segundo.

Todas as propriedades do conjunto dos números naturais são válidas para o conjunto dos números inteiros.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para a melhor compreensão dos alunos, é interessante mostrar outras situações do dia a dia em que se utiliza a operação subtração de números inteiros, como em transações bancárias, nas quais estão presentes as ideias de débito e crédito, ou em pontuações de jogos, com a ideia de perda e ganho. Eses poderão compreender que retirar uma quantia é o mesmo que adicionar seu oposto.

Por exemplo:

Retirar 200 reais é o mesmo que adicionar 200 reais negativos, ou seja:

$$-(+200) = +(-200)$$

Ressaltar a noção de que os números inteiros são uma ampliação do conjunto dos números naturais e o que esse fato implica, como o fechamento da subtração e a existência do elemento oposto.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. Mostrar que:

$$[(-15) - (+9)] - (-21) \neq (-15) - [(+9) - (-21)]$$

Resolução

- $[(-15) - (+9)] - (-21) = [(-15) + (-9)] - (-21) = [-24] - (-21) = [-24] + (+21) = -3$
- $(-15) - [(+9) - (-21)] = (-15) - [(+9) + (+21)] = (-15) - [+30] = (-15) + [-30] = -45$

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo levar os alunos a determinar a diferença entre dois números inteiros quaisquer usando a noção de oposto, ou seja, toda subtração pode ser substituída por uma adição com o oposto do subtraendo. Nessas atividades, eles também vão verificar que a diferença entre dois números inteiros é sempre um número inteiro.

Na **atividade 1**, estimular os alunos a realizar os cálculos adicionando o primeiro número inteiro ao oposto do segundo número inteiro. Nos **itens a e b**, lembre-os de que zero é o elemento neutro da adição e, assim, o resultado é a outra parcela, ou seja, a diferença procurada é -25 , para o **item a**, e $+15$, para o **item b**.

Resolução da atividade 5

Os alunos devem entender que, no caso de Amélia, a quantidade de pontos negativa significa que, na verdade, ela perdeu 130 pontos.

Para determinar quantos pontos Carmem fez a mais, deve-se efetuar a subtração:

(pontos de Carmem) - (pontos de Amélia)

Assim, temos:
 $310 - (-130) = 310 + (+130) = 440$

Logo, Carmem fez 440 pontos a mais do que Amélia.

ATIVIDADES

Resoluções na p. 293

Responda às questões no caderno.

- 1. Calcule o resultado de cada subtração a seguir:
a) $0 - (+25) = -25$ f) $(+72) - (+60) = +12$
b) $0 - (-15) = +15$ g) $(-9) - (+28) = -37$
c) $(-11) - (+32) = -43$ h) $(+40) - (+80) = -40$
d) $(+40) - (+47) = -7$ i) $(+31) - (-73) = +104$
e) $(-1) - (-64) = +63$ j) $(-105) - (-119) = +14$
- 2. Sabe-se que $A = (-11) - (-27)$ e $B = (-27) - (-11)$. Usando o sinal $=$ ou \neq , compare os números A e B. $A \neq B$
- 3. No restaurante em que Cláudia trabalha, a temperatura no interior do freezer é -9°C e a temperatura fora do freezer é 22°C . Qual é a diferença entre a temperatura interna e a externa do freezer? 31°C
- 4. Observe na figura o instante em que estão alinhados verticalmente um helicóptero, voando a uma altitude de 14 m em relação ao nível do mar (+14 m); e um submarino, que navega a 63 m de profundidade em relação ao nível do mar (-63 m). Qual é a distância entre o helicóptero e o submarino nesse instante? 77 m



- 5. Carmem e Amélia adoram jogar cartas. No jogo de ontem, Carmem fez 310 pontos e Amélia, -130 pontos. Quantos pontos Carmem fez a mais que Amélia? 440 pontos.
- 6. Observe o quadro com as temperaturas mínimas e máximas registradas em algumas cidades, no dia 2 de dezembro.

Cidade	Mínima	Máxima
Nova York	-8	+11
Toronto	-12	-7
Moscou	-7	-2
Montreal	-13	-6
Madri	+7	+17

Qual foi a variação de temperatura nesse dia, em graus Celsius, na cidade de:

- a) Nova York? 19°C d) Montreal? 7°C
b) Toronto? 5°C e) Madri? 10°C
c) Moscou? 5°C
- 7. Pitágoras, grande filósofo e matemático grego, nasceu em -570 (570 a.C.). Foi o fundador da Escola Pitagórica, centro de estudos religiosos, científicos e filosóficos. Várias descobertas matemáticas são atribuídas a Pitágoras, além da famosa demonstração do teorema que leva seu nome. Morreu no ano -496 (496 a.C.).
- 8. No Campeonato Brasileiro de Futebol Série A (Brasileirão) de 2018, a equipe do Vitória-BA havia marcado 19 gols e sofrido 27 gols, e a equipe do Santos-SP havia marcado 16 gols e sofrido 18. Qual era o saldo de gols da equipe do:
a) Vitória? -8 b) Santos? -2

Informações obtidas em: Matemática Interativa na Internet. Disponível em: <www.matematica.br/historia/pitagoras.html>. Acesso em: 18 set. 2018.

Quantos anos Pitágoras viveu? 74 anos.



ADIÇÃO ALGÉBRICA

Vamos considerar:

- a adição em \mathbb{Z} : $(-7) + (+4) = -3$
- a subtração em \mathbb{Z} : $(-7) - (+4) = (-7) + (-4) = -11$

Como toda subtração em \mathbb{Z} pode ser transformada em adição, dizemos que a adição e a subtração de números inteiros podem ser consideradas uma única operação, chamada **adição algébrica**, cujo resultado é denominado **soma algébrica**.

Expressões como estas, a seguir, são consideradas adições algébricas.

$$8 - 10 \quad -1 - 11 \quad 2 + 7 - 6 \quad -13 + 2 + 6 \quad -8 + 7 + 22 - 20$$

Toda expressão numérica que contém somente as operações de adição, ou subtração, ou ambas, representa uma adição algébrica.

- Vamos calcular a adição algébrica $-17 + 40 + 21 - 16 - 33$.

$$-17 + 40 + 21 - 16 - 33 = 61 - 66 = -5$$

Os exemplos a seguir contêm parênteses precedidos do sinal $+$. Observe:

- $10 + (-6) = 10 - 6 = 4$
- $-7 + (-5 + 4) = -7 - 5 + 4 = -12 + 4 = -8$

Quando uma adição algébrica contém parênteses precedidos do sinal $+$, podemos eliminar esses parênteses, bem como o sinal que os precede, escrevendo cada número que está no interior dos parênteses **com o seu próprio sinal**.

Os exemplos a seguir contêm parênteses precedidos do sinal $-$. Observe:

- $10 - (-6) =$
 $= 10 + (+6) = 10 + 6 = 16$
- $-7 - (-5 + 4) =$
 $-7 + (+5 - 4) = -7 + 5 - 4 =$
 $5 - 11 = -6$

Quando uma adição algébrica contém parênteses precedidos do sinal $-$, podemos eliminar esses parênteses, bem como o sinal que os precede, escrevendo cada número que está no interior dos parênteses **com o sinal trocado**.

As mesmas regras valem para as adições algébricas em que aparecem colchetes e chaves, além dos parênteses.

Adição algébrica

O objetivo aqui é levar os alunos a reconhecer que se toda subtração pode ser transformada em adição, então toda expressão numérica que contém adições e subtrações, na qual as subtrações podem ser transformadas em adições, é chamada de *adição algébrica*.

Além disso, os alunos serão levados a compreender que a eliminação dos parênteses é uma forma simplificada de escrever a mesma expressão. Para isso, sugere-se propor a leitura coletiva do texto e, depois, apresentar outros exemplos para que os alunos determinem a soma algébrica fazendo os respectivos registros.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Aqui são apresentados outros exemplos de adições algébricas resolvidas de dois modos diferentes. Explorar esses exemplos com os alunos e, se julgar necessário, propor outras situações na lousa.

É importante verificar se os alunos compreenderam as situações apresentadas e fazer retomadas que os ajudem nesse processo de compreensão do conteúdo abordado.

Acompanhe:

- 1 Calcular a soma algébrica $20 + (-9 + 12) - (-15 + 20)$.

Vamos fazer esse cálculo de dois modos diferentes:

1º modo:

$$\begin{array}{l} \text{mantêm-se os sinais} \qquad \text{trocam-se os sinais} \\ 20 + (-9 + 12) - (-15 + 20) = \\ = 20 - 9 + 12 + 15 - 20 = \rightarrow \text{eliminamos os parênteses} \\ = 47 - 29 = +18 \end{array}$$

2º modo:

$$\begin{array}{l} 20 + (-9 + 12) - (-15 + 20) = \\ = 20 + (+3) - (+5) = \rightarrow \text{efetuamos as operações no interior dos parênteses} \\ = 20 + 3 - 5 = \rightarrow \text{eliminamos os parênteses} \\ = 23 - 5 = +18 \end{array}$$

- 2 Calcular a soma algébrica $2 - \{-11 + [17 - (-12 + 10) - 3]\}$.

Vamos fazer esse cálculo de dois modos diferentes:

1º modo:

$$\begin{array}{l} \text{trocam-se os sinais} \\ 2 - \{-11 + [17 - (-12 + 10) - 3]\} = \\ \text{mantêm-se os sinais} \\ = 2 - \{-11 + [17 + 12 - 10 - 3]\} = \rightarrow \text{eliminamos os parênteses} \\ \text{trocam-se os sinais} \\ = 2 - \{-11 + 17 + 12 - 10 - 3\} = \rightarrow \text{eliminamos os colchetes} \\ = 2 + 11 - 17 - 12 + 10 + 3 = \rightarrow \text{eliminamos as chaves} \\ = 26 - 29 = -3 \end{array}$$

2º modo:

$$\begin{array}{l} 2 - \{-11 + [17 - (-12 + 10) - 3]\} = \\ = 2 - \{-11 + [17 - (-2) - 3]\} = \rightarrow \text{efetuamos as operações no interior dos parênteses} \\ = 2 - \{-11 + [17 + 2 - 3]\} = \\ = 2 - \{-11 + [+16]\} = \rightarrow \text{efetuamos as operações no interior dos colchetes} \\ = 2 - \{-11 + 16\} = \\ = 2 - \{+5\} = \rightarrow \text{efetuamos as operações no interior das chaves} \\ = 2 - 5 = -3 \end{array}$$

Responda às questões no caderno.

1. Escreva cada uma das expressões seguintes, eliminando os parênteses:

- a) $-(+9)$ -9 f) $-(-1 + 10)$
b) $-(-11)$ $+11$ g) $7 + (6 - 3)$
c) $+(-13)$ -13 h) $1 - (-1 + 5)$
d) $+(+21)$ $+21$ i) $9 + (-4 - 2)$
e) $3 - (-2)$ $3 + 2$ j) $-(1 + 1 - 4)$

2. Determine o valor de cada soma algébrica:

- a) $8 - (-6 + 10)$ $+4$
b) $-10 + (6 - 4)$ -8
c) $2 + (2 + 5 - 7)$ $+2$
d) $-5 + (2 - 4) - (7 - 1)$ -13
e) $(-5 + 3) - (5 - 9) + (8 - 1) - 11$ -2

3. Efetue as operações:

- a) $-20 + (+43)$ $+23$ c) $-37 - (-29)$ -8
b) $52 - (-11)$ $+63$ d) $+33 + (-51)$ -18

4. João adora jogar figurinhas. Em cada rodada desta semana, ele registrou, com um número positivo, quantas figurinhas ganhou e, com um número negativo, quantas perdeu. Domingo, João foi passear e não jogou.

Segunda-feira: $-17 + 43 + 14 + 23 - 45$
Terça-feira: $24 - 7 - 8 - 10 - 4 + 31 - 19$
Quarta-feira: $19 - 21 + 36 - 100 - 35 + 100$
Quinta-feira: $-23 + 24 - 25 + 26 - 27 + 28$
Sexta-feira: $210 + 60 - 126 + 63 - 208 + 117$
Sábado: $-99 + 85 - 121 - 310 + 420 + 115$

Responda:

- a) Em qual dia João ganhou mais figurinhas?
Na sexta-feira (+116).
b) Em qual dia João ganhou menos figurinhas?
Na quinta-feira (+3).
c) Nessa semana, João aumentou ou diminuiu a quantidade de figurinhas que tinha?
Quanto? Aumentou; 233.

5. No fim de semana, Armando e Bia foram a casa de amigos jogar cartas. Com mais dois amigos formaram duas duplas: a do Armando (A) e a da Bia (B). Após 4 rodadas os amigos pararam para lanche. Veja os resultados das primeiras rodadas:

Rodada	Dupla A	Dupla B
1ª	-150	230
2ª	300	-60
3ª	-120	280
4ª	220	-70

- a) Quantos pontos fez a dupla de Armando?
+250 pontos.
b) Quantos pontos fez a dupla de Bia?
+380 pontos.
c) Qual das duplas estava vencendo o jogo após as 4 rodadas? A dupla de Bia.
d) Por quantos pontos de diferença?
130 pontos.

6. Theo mostrou a seguinte cartela para dois amigos:

-32	0	+60	-27
+50	-25	+90	-19
-40	-36	+27	+32

Da cartela, Theo escolheu seis números que os amigos deveriam descobrir. Para cada número escolhido, ele deu uma dica:

- o maior dos números escritos;
 - o resultado de $-20 - 7$;
 - o menor dos números escritos;
 - o resultado de $-25 + 25$;
 - o oposto do número -32;
 - o resultado de $10 - 35$.
- a) Quais foram os números que Theo escolheu? +90, -27, -40, 0, +32 e -25
b) Quais os números que ele não escolheu? -32, +60, +50, -19, -36 e +27

Ler com os alunos as atividades 5 e 6 para se certificar de que eles entenderam os enunciados.

Resolução da atividade 6

Observando a cartela e as dicas de Theo sobre os números que escolheu, vamos identificar os números da cartela que podem ser associados a cada dica:

- o maior número da cartela é +90;
- o resultado de $-20 - 7$ é -27;
- o menor número da cartela é -40;
- o resultado de $-25 + 25$ é zero;
- o oposto do número -32 é +32;
- o resultado de $10 - 35$ é -25.

Assim, temos:

-32	0	+60	-27
+50	-25	+90	-19
-40	-36	+27	+32

a) Os números escolhidos por Theo foram +90, -27, -40, 0, +32 e -25.

b) Os números da cartela que ele não escolheu são os demais, ou seja, -32, +60, +50, -19, -36 e +27.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo favorecer a aprendizagem da adição algébrica de números inteiros, eliminando corretamente parênteses, colchetes e chaves, além de incentivar os alunos

a utilizar os procedimentos apresentados.

Orientá-los a sempre consultar o livro quando surgir alguma dificuldade, criando procedimentos de busca de informações e incentivando o desenvolvimento de autonomia.

Na atividade 4, antes de responderem às questões, os

alunos podem comparar suas respostas para cada expressão com as respostas obtidas por dois outros colegas e, assim, revisar as expressões que tiveram respostas divergentes. De segunda-feira a sábado, respectivamente, os alunos devem encontrar estes resultados: +18, +7, -1, +3, +116 e +90.

Atividades

Na **atividade 8**, organizar os alunos em duplas para favorecer a troca de informações entre eles. Cada aluno pode corrigir a atividade de seu colega, anotando as dicas das correções.

Se desejar, apresentar a primeira adição algébrica na lousa, resolvendo-a com a participação de todos os alunos; dar oportunidade para que eles apresentem as dúvidas que tiverem e para poder esclarecê-las.

A seguir, apresentamos um exemplo de procedimento para o **item a**.

$35 + [-21 - (-12 + 15)]$

- Eliminar os parênteses
Como eles estão precedidos de sinal negativo, escrevemos o oposto de cada número que está em seu interior:

$35 + [-21 + 12 - 15]$

- Eliminar os colchetes
Como eles estão precedidos de sinal positivo, escrevemos os mesmos números que estão em seu interior:

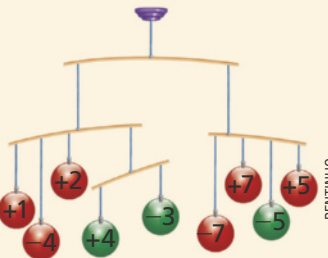
$35 - 21 + 12 - 15$

- Obter a soma algébrica
Adicionamos os valores positivos, obtendo soma positiva, e adicionamos os valores negativos, obtendo soma negativa, para depois adicionar essas somas.

$+47 - 36 = +11 = 11$

Desafio

Sugere-se que o desafio seja feito em dupla. Incentivar os alunos a buscar soluções simples, como a soma zero. Apresentamos a seguir uma possível configuração para soma zero:



7. No extrato bancário da empresa de Caio há as seguintes movimentações:

	Valor em reais	
	DÉBITO	CRÉDITO
Saldo anterior		7 200
Depósito em dinheiro		2 500
Pagamento da conta de luz	230	
Depósito em cheques		1 600
Cheque compensado	1 100	

Qual será o saldo de Caio, após as operações indicadas no extrato? **+9970**

8. Elimine os parênteses e os colchetes e calcule o valor de:

- a) $35 + [-21 - (-12 + 15)]$ **+11**
- b) $-20 - [21 + (-20 - 16) + 11]$ **-16**
- c) $20 - (16 + 17) - [15 - (18 - 23)]$ **-33**
- d) $-(-30) - [37 + (35 - 31 - 34) - 36]$ **+59**

9. Obtenha o resultado de:

- a) $-300 + 300$ **Zero.**
- b) $-1 - 1 + 1 - 1$ **-2**
- c) $-25 + 3 + 25$ **+3**
- d) $-2 + 10 + 2 - 10$ **Zero.**

10. Lucas está fazendo uma pesquisa escolar sobre variação de temperatura ambiente.

Na internet, ele reuniu informações sobre as temperaturas em uma região muito fria na América do Sul, no período da manhã. Veja as anotações de Lucas:

Horário	8 h	10 h	12 h
Temperatura	-10 °C	-8 °C	-2 °C



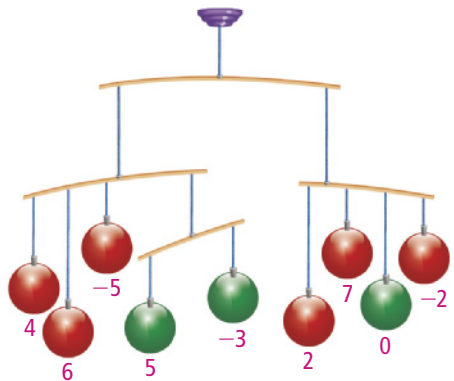
• Mochileiro no Parque Nacional Los Glaciares, Argentina. Janeiro de 2015.

Para fazer um gráfico dessa variação de temperatura, a professora pediu a Lucas que colocasse os dados por hora. Para calcular as temperaturas intermediárias, ele fez a média dos valores vizinhos conhecidos, isto é, a metade da soma desses valores. Qual a média encontrada para a temperatura nos seguintes horários:

- a) 9 horas? **-9 °C**
- b) 11 horas? **-5 °C**

DESAFIO

11. O passatempo preferido de Ari é construir delicados móveis. Veja o último que ele fez: **Uma resposta possível:**



Reproduzam o móbil no caderno e coloquem em cada bolinha um número inteiro entre -6 e +7, de modo que a soma dos números da parte esquerda seja igual à soma dos números da parte direita do móbil. Cada número desse intervalo pode ser usado apenas uma vez.

SAIBA QUE

Móbil é uma escultura móvel, feita de material leve, suspensa no espaço por fios, que se equilibra harmoniosamente. Ao mais leve movimento do ar, as pequenas peças respondem, mudando de posição.

CAPÍTULO 8

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Apesar de a ideia de número negativo ser largamente utilizada desde o século XVII, ela só foi plenamente aceita a partir do século XIX.

A multiplicação com números negativos foi mais difícil de ser aceita e compreendida naquela época. Passou-se um longo tempo para que os matemáticos pudessem dar um resultado para a multiplicação de dois números negativos.

Para multiplicar números inteiros, acompanhe os casos a seguir.

1º caso: Os dois fatores são números inteiros positivos.

Considerando a multiplicação dos números naturais, temos:

$$\bullet (+6) \cdot (+4) = 6 \cdot 4 = 24$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{+4 = 4} \\ \xrightarrow{+6 = 6} \end{array}$$

$$\bullet (+8) \cdot (+15) = 8 \cdot 15 = 120$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{+15 = 15} \\ \xrightarrow{+8 = 8} \end{array}$$

A multiplicação de dois números inteiros positivos dá um número inteiro positivo.

2º caso: Um fator é número inteiro positivo e o outro é número inteiro negativo.

$$\bullet (+6) \cdot (-4) = 6 \cdot (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -24$$

Consideremos, agora, a multiplicação:

$$\bullet (-6) \cdot (+4) = -(+6) \cdot (+4) = -(+24) = -24$$

$$\xrightarrow{\quad \quad \quad}$$

$$\text{Então: } (+6) \cdot (-4) = -24 \quad \text{e} \quad (-6) \cdot (+4) = -24$$

A multiplicação de um número inteiro positivo por um número inteiro negativo, em qualquer ordem, resulta em um número inteiro negativo.

3º caso: Os dois fatores são números inteiros negativos.

Consideremos o quadro de multiplicação:

\times	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2
-6	?	?	?	?	?	?	?

$$\text{Sabemos que: } (-6) \cdot 0 = 0$$

$$(-6) \cdot (+1) = -6$$

$$(-6) \cdot (+2) = -12$$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Multiplicação de números inteiros

Nesta página, é interessante realizar a leitura do texto e a discussão coletiva para levar os alunos à compreensão das ideias que envolvem a multiplicação de números inteiros.

Se o cartaz sugerido anteriormente nestas orientações para o professor tiver sido confeccionado, solicitar à turma que faça o registro dessas ideias e mantenha o cartaz em um local de fácil acesso para que todos possam consultá-lo, sempre que julgarem necessário.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para o caso da multiplicação de dois fatores, ressaltar o fato de que:

- se os dois fatores têm mesmo sinal, o produto é positivo;
- se os dois fatores têm sinais contrários, o produto é negativo.

Mostrar que esses casos recaem na situação exposta sobre a quantidade de fatores negativos, pois, se os dois fatores são negativos (têm mesmo sinal), temos um produto com um número par de fatores negativos, o que resulta em produto positivo. Já no caso de termos um fator positivo e outro negativo (têm sinais contrários), temos um produto com um número ímpar de fatores negativos, o que resulta em produto negativo.

Colocando esses resultados no quadro, temos:

×	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2
-6	?	?	?	?	0	-6	-12

Observando a linha dos resultados, notamos que cada resultado à sua esquerda tem 6 unidades a mais que o resultado anterior. Mantendo esse padrão, preenchemos o restante do quadro:

×	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2
-6	+24	+18	+12	+6	0	-6	-12

A multiplicação de dois números inteiros negativos resulta em um número inteiro positivo.

Observação: Usando o oposto de um número inteiro, podemos chegar ao mesmo resultado. Veja os exemplos:

• $(-6) \cdot (-2) = -(+6) \cdot (-2) = -(-12) = +12$

• $(-6) \cdot (-4) = -(+6) \cdot (-4) = -(-24) = +24$

Para determinar o produto de dois ou mais números inteiros (diferentes de zero), calculamos o produto dos módulos dos fatores e:

- se a quantidade de fatores negativos é par, o produto é um número positivo;
- se a quantidade de fatores negativos é ímpar, o produto é um número negativo.

Exemplos:

• $(+9) \cdot (+2) = +18$ (nenhum fator negativo) • $(-13) \cdot (+6) = -78$ (um fator negativo) • $(-20) \cdot (-2) = +40$ (dois fatores negativos)

Agora veja como multiplicar três ou mais números inteiros de dois modos diferentes:

• $(-7) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-14) \cdot (-5) = +70$ ou $(-7) \cdot (+2) \cdot (-5) = +(7 \cdot 2 \cdot 5) = +70$
(2 fatores negativos → produto positivo)

• $(+2) \cdot (-15) \cdot (-3) \cdot (-6) = (-30) \cdot (-18) = +540$ ou $(+2) \cdot (-15) \cdot (-3) \cdot (-6) =$
 $= -(2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 6) = -(90 \cdot 6) =$
 $= -540$
(3 fatores negativos → produto negativo)

Propriedades da multiplicação

1ª propriedade: O produto de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

- $(+7) \cdot (+9) = +63$, e $+63 \in \mathbb{Z}$.
- $0 \cdot (-41) = 0$, e $0 \in \mathbb{Z}$.
- $(-2) \cdot (+16) = -32$, e $-32 \in \mathbb{Z}$.
- $(-7) \cdot (-11) = +77$, e $+77 \in \mathbb{Z}$.

2ª propriedade: A ordem dos fatores não altera o produto.

$$\begin{array}{l} (-9) \cdot (+12) = -108 \\ (+12) \cdot (-9) = -108 \end{array} \rightarrow (-9) \cdot (+12) = (+12) \cdot (-9)$$

Essa é a propriedade **comutativa**.

3ª propriedade: Associando-se os fatores de maneiras diferentes, obtém-se o mesmo produto.

$$(-10) \cdot (+8) \cdot (+5) = (-80) \cdot (+5) = -400$$

$$(-10) \cdot (+8) \cdot (+5) = (-10) \cdot (+40) = -400$$

Então:

$$[(-10) \cdot (+8)] \cdot (+5) = (-10) \cdot [(+8) \cdot (+5)]$$

Essa é a propriedade **associativa**.

4ª propriedade: O número $+1$ é o elemento neutro da multiplicação de números inteiros.

- $(+8) \cdot (+1) = (+1) \cdot (+8) = +8$
- $(-10) \cdot (+1) = (+1) \cdot (-10) = -10$
- $1 \cdot (-400) = (-400) \cdot 1 = -400$
- $(+25) \cdot 1 = 1 \cdot (+25) = +25$

Essa é a propriedade da existência do **elemento neutro**.

5ª propriedade: Para multiplicar um número inteiro por uma soma algébrica, podemos multiplicar cada parcela pelo número e adicionar, a seguir, os resultados obtidos.

$$(+6) \cdot [(+3) + (-5)] = (+6) \cdot (+3) + (+6) \cdot (-5) = (+18) + (-30) = 18 - 30 = -12$$

$$(-9) \cdot (-3 + 7) = (-9) \cdot (-3) + (-9) \cdot (+7) = (+27) + (-63) = +27 - 63 = -36$$

Essa é a propriedade **distributiva** em relação à adição algébrica.

Propriedades da multiplicação

Aproveitar os exemplos apresentados para explorar as propriedades da multiplicação e pedir aos alunos que expliquem oralmente o entendimento que tiveram sobre cada uma delas. Peça a eles que se organizem em duplas e criem novos exemplos utilizando as propriedades estudadas.

Explorar cada propriedade com os alunos, na lousa, de modo que eles possam verificar, por meio de cálculos, que as propriedades estruturais da multiplicação, válidas em \mathbb{N} , também são válidas em \mathbb{Z} .

Se julgar conveniente, solicitar que as registrem no cartaz proposto anteriormente. Também é sugerido estimular os alunos a fazer comparações entre as propriedades exploradas em estudos anteriores.

Para quem quer mais

O **jogo dos produtos** tem como objetivo calcular o produto de números inteiros de modo descontraído.

Cada competidor escolhe um dos três tabuleiros. O objetivo do jogo é completar uma linha, uma coluna ou uma diagonal. Ganha quem for o primeiro a fazer isso.

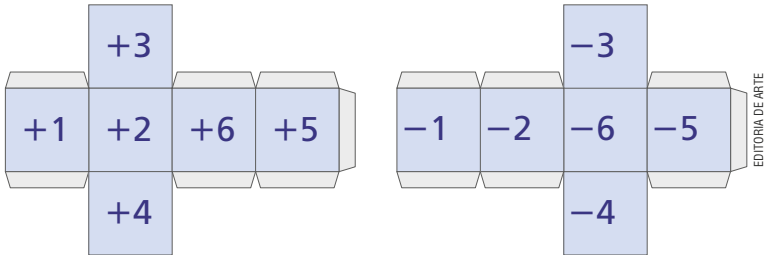
A primeira linha e a primeira coluna servem apenas para facilitar a multiplicação (indica os números que podem ser obtidos nos dados). Por exemplo: o jogador com o tabuleiro I vai usar dois dados com números positivos.

Supondo que tirou +3 e +2 nos dados, ele procura na 1ª coluna o número +3 e na 1ª linha o número +2. O cruzamento delas é a quadrícula com o produto (+6), que deve ser riscado com a caneta. Cada competidor faz o mesmo na sua vez até alguém completar uma linha, uma coluna ou uma diagonal e ganhar o jogo.

PARA QUEM QUER MAIS

O jogo dos produtos

Você e dois colegas vão se divertir com o “jogo dos produtos”. Primeiro, vocês devem reproduzir duas vezes cada um destes dados e, depois, montá-los.



Agora, reproduzam os tabuleiros I, II e III em papel quadriculado, sem pintá-los.

Tabuleiro I

×	+1	+2	+3	+4	+5	+6
+1	+1	+2	+3	+4	+5	+6
+2	+2	+4	+6	+8	+10	+12
+3	+3	+6	+9	+12	+15	+18
+4	+4	+8	+12	+16	+20	+24
+5	+5	+10	+15	+20	+25	+30
+6	+6	+12	+18	+24	+30	+36

Tabuleiro II

×	-1	-2	-3	-4	-5	-6
+1	-1	-2	-3	-4	-5	-6
+2	-2	-4	-6	-8	-10	-12
+3	-3	-6	-9	-12	-15	-18
+4	-4	-8	-12	-16	-20	-24
+5	-5	-10	-15	-20	-25	-30
+6	-6	-12	-18	-24	-30	-36

Regras do jogo:

- Os jogadores tiram par ou ímpar para ver quem primeiro vai escolher o tabuleiro.
- Os jogadores escolhem uma cor diferente de lápis e dois dados:
 - para o tabuleiro I, usem os dados com números positivos.
 - para o tabuleiro II, usem um dado com números positivos e outro com números negativos.
 - para o tabuleiro III, usem os dados com números negativos.
- Cada jogador, na sua vez, lança os dados, calcula o produto dos números das faces superiores e pinta o quadriculado do tabuleiro que tem o resultado obtido.

Tabuleiro III

×	-1	-2	-3	-4	-5	-6
-1	+1	+2	+3	+4	+5	+6
-2	+2	+4	+6	+8	+10	+12
-3	+3	+6	+9	+12	+15	+18
-4	+4	+8	+12	+16	+20	+24
-5	+5	+10	+15	+20	+25	+30
-6	+6	+12	+18	+24	+30	+36

- Ganha o jogo o competidor que conseguir pintar primeiro uma linha, uma coluna ou uma diagonal em algum desses tabuleiros.

Responda às questões no caderno.

1. Efetue as seguintes multiplicações:

- a) $(+7) \cdot (-5)$ **-35** d) $(+9) \cdot (-11)$ **-99**
b) $(-9) \cdot (-8)$ **+72** e) $(-7) \cdot (+6)$ **-42**
c) $(+10) \cdot (+3)$ **+30** f) $(+6) \cdot (+11)$ **+66**

2. Descubra o número inteiro que deve substituir a letra x , em cada item, para que a igualdade seja verdadeira:

- a) $x \cdot (+6) = -12$ **-2** c) $(+9) \cdot x = +27$ **+3**
b) $x \cdot (-10) = +50$ **-5** d) $(-4) \cdot x = -16$ **+4**

3. Dê o resultado de cada multiplicação:

- a) $(-9) \cdot (+12) \cdot (-2)$ **+216**
b) $(-7) \cdot (-10) \cdot (-5)$ **-350**
c) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-1) \cdot (-5)$ **+245**
d) $(-20) \cdot (-2) \cdot (+6) \cdot (+4) \cdot (-1)$ **-960**

4. Calcule de duas maneiras diferentes o valor da expressão: **+18**

$$-9 \cdot (-7 + 5)$$

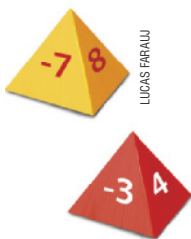
5. Sabe-se que $x = (-10) \cdot [(+9) \cdot (-2)]$ e $y = [(-10) \cdot (+9)] \cdot (-2)$. Usando os sinais = ou \neq , compare os números x e y .

$$x = y$$

6. Duas peças de um jogo de tabuleiro têm a forma de uma pirâmide de base triangular. As faces dessas peças são numeradas da seguinte maneira:

- Na 1ª peça: 1, -2, -3, 4.
- Na 2ª peça: -7, 8, 9, -10.

Na regra do jogo, a face sorteada é a que fica escondida, virada para baixo. Veja no quadro os resultados que os jogadores alcançaram.

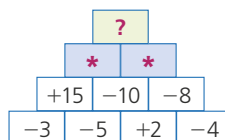


	-7	8	9	-10
1	(1, -7)	(1, 8)	(1, 9)	(1, -10)
-2	(-2, -7)	(-2, 8)	(-2, 9)	(-2, -10)
-3	(-3, -7)	(-3, 8)	(-3, 9)	(-3, -10)
4	(4, -7)	(4, 8)	(4, 9)	(4, -10)

Em quantos quadrinhos desse quadro o produto dos números obtidos é um número inteiro:

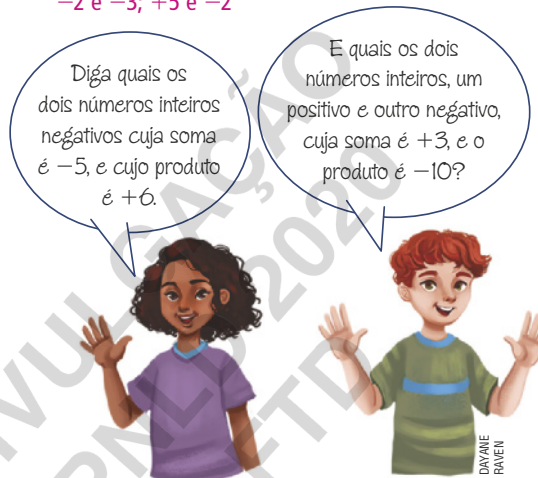
- a) positivo? **Em oito.** b) negativo? **Em oito.**

7. Descubra o segredo da figura e dê o número inteiro que deve estar no quadrinho que se encontra no topo, o qual possui o sinal de **?**. **-12000**



DESAFIO

8. Veja o que Laura e Miguel estão falando e faça o que eles pedem.
-2 e -3; +5 e -2



Desafio

É interessante disponibilizar um tempo para os alunos pensarem em suas próprias estratégias para obter os números solicitados. Segue uma sugestão para encaminhar a situação:

- Pedir-lhes que elaborem uma tabela de tentativas, colocando duplas de números possíveis, e verifiquem os resultados (soma e produto) das operações.
- Diga-lhes que comecem pelo produto, lembrando-os de que: se for positivo, os dois fatores deverão ter sinais iguais ($-$ e $-$ ou $+$ e $+$); e se for negativo, os dois fatores deverão ter sinais diferentes ($-$ e $+$).

Resolução possível

Os alunos podem comprovar cada dupla de números.

Dois números inteiros negativos cuja soma é -5 e cujo produto é +6:

$$(-2) \cdot (-3) = +6 \text{ e } (-2) + (-3) = -5$$

Esses números são -2 e -3.

Dois números inteiros, um positivo e outro negativo, cuja soma é +3 e o produto é -10:

$$(-2) \cdot (+5) = -10 \text{ e } (-2) + (+5) = +3$$

Esses números são -2 e +5.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo favorecer a aprendizagem, pelos alunos, do cálculo do produto de dois ou mais números inteiros quaisquer e a aplicação das propriedades da multiplicação em \mathbb{Z} .

Se necessário, construir quadros como os da página 60 do livro do aluno e destacar a ideia de que o produto de dois números negativos é sempre um número positivo.

Na atividade 6, se possível, levar para a sala de aula modelos dos dados utilizados para que os alunos possam manusear e

verificar as possibilidades de números que podem ficar na face escondida em cada dado. Espera-se que os alunos identifiquem no quadro os pares de números procurados em cada caso.

Divisão exata de números inteiros

Aqui o objetivo é ampliar a operação divisão para o campo dos números inteiros. Sugere-se a leitura e a discussão coletiva do texto para melhor compreensão e troca de ideias pelos alunos. Propor o registro das principais ideias no cartaz sugerido anteriormente.

Se julgar necessário, propor outros exemplos na lousa e pedir para alguns alunos resolverem. Promover uma discussão de cada resolução com toda a turma.



DIVISÃO EXATA DE NÚMEROS INTEIROS

Na divisão exata de números naturais:

- $40 : 5 = 8$, logo $8 \cdot 5 = 40$
- $36 : 9 = 4$, logo $4 \cdot 9 = 36$

Vamos aplicar esses conhecimentos para estudar a divisão exata de números inteiros, ou seja, aquela em que o quociente também é um número inteiro.

- $(+20) : (-5) = q$, de modo que $q \cdot (-5) = +20$

Assim: $q = -4$, pois $(-4) \cdot (-5) = +20$

Logo: $(+20) : (-5) = -4$

- $(-20) : (+5) = q$, de modo que $q \cdot (+5) = -20$

Assim: $q = -4$, pois $(-4) \cdot (+5) = -20$

Logo: $(-20) : (+5) = -4$

- $(-20) : (-5) = q$, de modo que $q \cdot (-5) = -20$

Assim: $q = +4$, pois $(+4) \cdot (-5) = -20$

Logo: $(-20) : (-5) = +4$

De modo geral:

Quando efetuamos uma divisão exata entre dois números inteiros não nulos, o quociente será um número inteiro positivo se o dividendo e o divisor tiverem mesmo sinal; caso contrário, o quociente será um número inteiro negativo.

Observações:

- 1 A divisão exata entre dois números inteiros não nulos nem sempre pode ser realizada no conjunto \mathbb{Z} dos números inteiros.

Por exemplo: $(+9) : (-2)$ ou $(-20) : (-7)$ não são divisões exatas em \mathbb{Z} , pois o quociente não é um número inteiro.

- 2 Não existe divisão por zero em \mathbb{Z} nem em qualquer outro conjunto numérico. Vejamos, a seguir, outros exemplos de divisões em \mathbb{Z} .

- $(-120) : (-120) = +1$
(sinais iguais \rightarrow quociente positivo)

- $(-120) : (+120) = -1$
(sinais diferentes \rightarrow quociente negativo)

- $(+200) : (-50) = -4$
(sinais diferentes \rightarrow quociente negativo)

- $(-2\,205) : (-3) = +735$
(sinais iguais \rightarrow quociente positivo)

Responda às questões no caderno.

1. Efetue as seguintes divisões:

- a) $(-15) : (+5)$ i) $(-75) : (-5)$
 b) $(+32) : (+4)$ j) $(-96) : (+6)$
 c) $(-20) : (-20)$ k) $(+84) : (+21)$
 d) $(+18) : (-2)$ l) $(+39) : (-13)$
 e) $(-37) : (+37)$ m) $(-144) : (-24)$
 f) $(-44) : (-2)$ n) $(+200) : (-25)$
 g) $(-25) : (+5)$ o) $(+125) : (+25)$
 h) $0 : (-10)$ p) $(-294) : (+49)$
 Zero.

2. Para organizar o estudo da divisão de números inteiros, Mariana tem de responder a estas perguntas. Responda você também.

- a) A divisão exata de um número inteiro positivo por um número inteiro negativo resulta em um número inteiro positivo ou negativo? **Negativo.**
- b) Qual é o resultado da divisão de zero por um número inteiro negativo? **Zero.**
- c) Em uma divisão exata de números inteiros, os dois números possuem o mesmo sinal. Essa divisão tem como resultado um número inteiro positivo ou negativo? **Positivo.**
- d) Qual é o resultado da divisão de zero por um número inteiro positivo? **Zero.**

3. Sabendo que $x = (-16) : [(-4) : (-4)]$ e $y = [(-16) : (-4)] : (-4)$ e usando os sinais = ou \neq , compare os números x e y . **$x \neq y$**

4. Qual é o valor do número inteiro N quando:

- a) $N : (-5) = -8$ **+40**
 b) $(-160) : N = +20$ **-8**
 c) $(-360) : (-12) = N$ **+30**
 d) $N : (+21) = 0$ **Zero.**

6. Se o quociente exato é 1, temos $x = y$. Se o quociente exato é -1 , x e y são números inteiros opostos.

5. Três das divisões seguintes não apresentam resposta no conjunto \mathbb{Z} dos números inteiros. Quais são essas divisões?

- a) $(+9) : (-9)$ d) $(+11) : (+5)$
 b) $(-2) : (+1)$ e) $0 : (+5)$
 c) $(-3) : (-2)$ f) $(+7) : 14$

6. Sabe-se que x e y são números inteiros $y \neq 0$. Se $\frac{x}{y} = 1$, o que se pode concluir? E se o quociente exato é -1 , o que podemos dizer sobre x e y ?

7. Determine cada quociente a seguir.

- $-40 : (-20)$ • $-400 : (-2)$
 • $40 : (-20)$ • $+400 : (+20)$
 • $-40 : 20$ • $-400 : (-20)$
 • $40 : 20$ • $400 : (-20)$

8. Observe o quadro seguinte:

+200	:	-8	=	A
-285	:	-5	=	B
-246	:	+6	=	C

De acordo com o quadro, qual o valor de

- a) $A + B + C$? **-9**
 b) $A + B - C$? **+73**
 c) $A - B - C$? **-41**

9. No quadro, há algumas divisões:

$(-120) : (-10)$	$(+96) : (-16)$
$(+150) : (+15)$	
$(-60) : (+12)$	$(+48) : (+24)$
$(-200) : (-50)$	
$(+80) : (-8)$	$(-121) : (+11)$

Quanto dá a soma dos resultados dessas divisões? **-4**

Atividades

Na **atividade 1**, os alunos precisam identificar, caso exista, o quociente de dois números inteiros a e b ($b \neq 0$), bem como um número inteiro c , tal que $b \times c = a$, e calcular, quando possível, o quociente de dois números inteiros. Reforçar a ideia de que a divisão de dois números inteiros nem sempre é um número inteiro.

Na **atividade 2**, orientar os alunos a respeito de que as perguntas estão relacionadas com a divisão de números inteiros. Pedir que interpretem as questões e apresentem aos colegas a situação exposta em cada uma. Sugerir que deem exemplos análogos aos dos problemas propostos.

Para a **atividade 9**, incentivar os alunos a realizar as divisões do quadro e comparar seus resultados com os obtidos por um colega. Assim, eles terão a oportunidade de rever suas estratégias de cálculo antes de determinar a soma algébrica dos resultados.

Potenciação de números inteiros

Neste tópico, o objetivo é ampliar para o campo dos números inteiros o significado da potenciação e suas propriedades, levando os alunos a compreender as ideias e propriedades da potenciação por meio da leitura do texto.

Aproveitar para rever o conceito de potência no campo dos números naturais e discutir como pode ser ampliada essa ideia para o campo dos números inteiros, mantendo-se o expoente natural.

O uso das potências com base $(+2)$ e (-2) é sugerido para reforçar a compreensão dos alunos.

Sugerimos aos alunos, assim como orientado anteriormente, que registrem os novos conceitos aprendidos no cartaz que foi proposto na página 39 dessas orientações para o professor. Propor, inclusive, que observem os registros sobre potenciação realizados anteriormente.

Pense e responda

A proposta desta seção é que os alunos analisem e resolvam as questões em duplas, para que possam expor e discutir suas ideias, enriquecendo o aprendizado.



POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Você já deve ter estudado a potenciação de números naturais:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fatores}}, \text{ com } a \in \mathbb{N} \text{ e } n > 1$$

base ← → expoente

Agora estudará a potenciação de números inteiros.

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 295

Responda às questões no caderno.

1. Calcule:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) $(+1)^2 + 1$ | d) $(-1)^4 + 1$ | g) $(+1)^3 + 1$ | j) $(-1)^5 - 1$ |
| b) $(-1)^2 + 1$ | e) $(+1)^6 + 1$ | h) $(-1)^3 - 1$ | k) $(+1)^7 + 1$ |
| c) $(+1)^4 + 1$ | f) $(-1)^6 + 1$ | i) $(+1)^5 + 1$ | l) $(-1)^7 - 1$ |

2. O que você pode notar nos casos em que:

- a) o expoente é um número par? **A potência é sempre um número inteiro positivo.**
 b) o expoente é um número ímpar? **O sinal do resultado vai depender do sinal da base (não nula): base positiva, potência positiva; base negativa, potência negativa.**

Quando tratamos da potenciação de números inteiros com expoente natural, sendo a base um número inteiro positivo ou negativo, temos dois casos a considerar.

1º caso: O expoente é um número par.

- $(+2)^4 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +16 \rightarrow$ a potência é um número positivo
- $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16 \rightarrow$ a potência é um número positivo

Esse fato se repete sempre que o expoente é um número par.

Quando o expoente for um **número par**, a potência será sempre um **número inteiro positivo**.

2º caso: O expoente é um número ímpar.

- $(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +8 \rightarrow$ a potência tem o mesmo sinal da base
- $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8 \rightarrow$ a potência tem o mesmo sinal da base

Esse fato se repete sempre que o expoente é um número ímpar.

Quando o expoente for um **número ímpar**, a potência terá sempre o mesmo **sinal de base**.

É importante observar que:

- Para todo número inteiro a , definimos $a^1 = a$.
- Para todo número inteiro a , com $a \neq 0$, definimos $a^0 = 1$.

Exemplos:

- $(+9)^1 = +9$
- $0^1 = 0$
- $(-8)^1 = -8$
- $(+9)^0 = 1$
- $10^0 = 1$
- $(-8)^0 = 1$

⦿ Propriedades da potenciação em \mathbb{Z}

Vejam, a seguir, as propriedades da potenciação no conjunto \mathbb{Z} :

1ª propriedade: Produto de potências de mesma base.

- $(+5)^3 \cdot (+5)^6 = (+5)^{3+6} = (+5)^9$
- $(-2)^4 \cdot (-2)^6 \cdot (-2)^5 = (-2)^{4+6+5} = (-2)^{15}$

2ª propriedade: Quociente de potências de mesma base.

- $(+6)^5 : (+6)^2 = (+6)^{5-2} = (+6)^3$
- $(-10)^8 : (-10)^3 = (-10)^{8-3} = (-10)^5$

3ª propriedade: Potência de uma potência.

- $[(+10)^2]^5 = (+10)^{2 \cdot 5} = (+10)^{10}$
- $[(-8)^3]^2 = (-8)^{3 \cdot 2} = (-8)^6$

4ª propriedade: Potência de um produto ou de um quociente.

- $[(+6) \cdot (-5)]^2 = (+6)^2 \cdot (-5)^2$
- $[(-10) : (+2)]^3 = (-10)^3 : (+2)^3$

Observação:

As expressões $(-2)^2$ e -2^2 são diferentes.

- $(-2)^2$ representa o quadrado do número -2 ; assim: $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$
- -2^2 representa o oposto do quadrado do número 2 ; assim: $-2^2 = -(2 \cdot 2) = -4$

Sempre que o expoente é par, temos essa situação.

No entanto, se o expoente é ímpar, vejamos o que ocorre, por exemplo, com $(-2)^3$ e -2^3 .

- $(-2)^3$ representa o cubo do número -2 ; assim: $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$
- -2^3 representa o oposto do cubo do número 2 ; assim: $-2^3 = -(2 \cdot 2 \cdot 2) = -8$

Embora essas expressões tenham significados diferentes, no caso do expoente ímpar os resultados obtidos são iguais.

com a turma, validando com ela a resolução adequada e os procedimentos utilizados em cada uma.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. Utilizando uma adaptação do material dourado em cartolina, os alunos devem formar quadrados a partir da unidade, observando e percebendo relações, estabelecendo regras e leis de formação da radiciação.

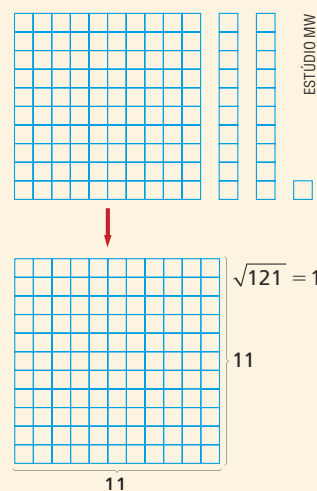
a) Construir um quadrado com 25 unidades.

b) Construir um quadrado com 121 unidades.

Resolução

No **item a**, espera-se que os alunos percebam que com 25 unidades é possível construir um quadrado cujos lados tenham 5 unidades. Logo, a raiz quadrada de 25 é igual a 5.

No **item b**, espera-se que percebam que é possível construir um quadrado cujos lados tenham 11 unidades. Logo, a raiz quadrada de 121 é igual a 11.



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Propriedades da potenciação em \mathbb{Z}

Para ampliar, organizar os alunos em grupos, distribuir três faixas de papel cartão para cada grupo. Eles devem criar expressões que envolvam potências com números inteiros

(positivos e negativos) em que possam ser aplicadas as propriedades estudadas (envolvendo multiplicação e divisão de potências de mesma base). O grupo deve colocar uma expressão em cada faixa. Para a resolução das expressões, propor a troca das faixas entre os grupos, distribuindo

as faixas de um grupo para três grupos diferentes.

Para a resolução, o grupo deve utilizar o verso da faixa com a expressão criada e aplicar as propriedades. Ao final, promover uma roda de conversa para que os alunos exponham as expressões criadas e as resoluções feitas. Discutir

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo auxiliar os alunos a identificar potências de base inteira e expoente natural, bem como aplicar as propriedades válidas para a potenciação com base em \mathbb{Z} e expoente natural.

Os alunos podem se organizar em duplas para desenvolver as atividades para que possam discutir sobre qual estratégia utilizar. Para corrigir as atividades, organizar os alunos em nove grupos. Cada grupo deve resolver uma atividade (de 1 a 9) explicando aos colegas qual propriedade utilizou. Desse modo, tem-se a oportunidade de identificar as dificuldades que os alunos estão enfrentando e retomar os conceitos que ainda não ficaram claros.

Desafio

Propor que, em grupos, resolvam o desafio.

Resolução do desafio

Essa atividade desenvolve e amplia a noção de probabilidade que os alunos já devem ter tido contato em anos anteriores. Incentivá-los a observar a disposição retangular dos cartões, o que facilitará sua contagem **item a**.

Conversar com os alunos sobre o que precisa ser feito para responder ao **item b**. Levá-los a concluir que devem primeiro obter o resultado da operação de cada cartão para depois observar, em relação ao todo, qual tipo de número mais aparece (número positivo ou negativo).

Espera-se que os alunos verifiquem que a maior chance é a de sair um cartão cujo resultado é um número positivo. Na figura, podemos observar que há 9 cartões com resultados positivos (contornados com linha vermelha) e 7 com resultados negativos (contornados com linha azul).

ATIVIDADES

Resoluções na p. 295

Responda às questões no caderno.

- 1. Se o número x é inteiro negativo, o número x^2 será inteiro positivo ou negativo? **Positivo.**
- 2. Sabe-se que o número a é inteiro negativo. O número expresso por a^3 será inteiro positivo ou negativo? **Negativo.**
- 3. Calcule o valor de:
 - a) $(+8)^2$ **+64**
 - b) $(-8)^2$ **+64**
 - c) $(+8)^3$ **+512**
 - d) $(-8)^3$ **-512**
 - e) $(-1)^8$ **+1**
 - f) $(-100)^0$ **+1 = 1**
 - g) $(-100)^1$ **-100**
 - h) $(+1)^{101}$ **+1**
 - i) $(-1)^{101}$ **-1**
 - j) $(+1)^{100}$ **+1**
 - k) $(-1)^{100}$ **+1**
 - l) $(-10)^6$ **+1 000 000**
- 4. Aplicando as propriedades com potências de mesma base, reduza cada expressão a uma só potência:
 - a) $(-8)^5 \cdot (-8) \cdot (-8)^4$ **$(-8)^{10}$**
 - b) $[(+2)^6]^2$ **$(+2)^{12}$**
 - c) $(-10)^9 : (-10)^6$ **$(-10)^3$**
 - d) $(+9) \cdot (+9)^{11} \cdot (+9)^8$ **$(+9)^{20}$**
 - e) $(-13)^{20} : (-13)^{14}$ **$(-13)^6$**
 - f) $[(+7)^4]^3$ **$(+7)^{12}$**
 - g) $(+10)^5 \cdot (+10) \cdot (+10)^8$ **$(+10)^{14}$**
 - h) $(+20)^7 : (+20)^6$ **$(+20)^1$**
- 5. Calcule o valor das expressões numéricas:
 - a) $(-9)^2$ e $(+5) \cdot (+16)$ **+81 e +80**
 - b) $(-2)^4$ e $(+16) \cdot (-1)$ **+16 e -16**
 - c) $(-6)^2$ e $(-7)^2 + 13^0$ **+36 e +50**
 - d) 5^2 , $(-3)^3$ e $(-4)^2$ **+25, -27 e +16**
 - e) -11^2 e $(-4) \cdot (-5)$ **-121 e +20**
 - f) $(-6)^2$, $(-2)^2$ e $(-1)^7$ **+36, +4 e -1**
 - g) $7 \cdot (-2)^2$ e $(-5)^2$ **+28 e +25**

- 6. Sabe-se que $A = -(-2)^5$ e $B = -(+2)^5$. Nessas condições, qual é o valor de $A - B$? **+64**
- 7. João usou uma máquina de calcular para determinar a potência $(-1\,025)^5$. O número que ele encontrou é um número positivo ou negativo? **Negativo.**
- 8. Se $a = (-1)^{100}$, $b = (+1)^{100}$, $c = (-1)^{101}$ e $d = (+1)^{101}$, calcule o valor de $a + b + c + d$. **+2**
- 9. Um número inteiro x é dado pela soma algébrica das potências em cada caso. Faça o que se pede.
 - a) $(-2)^{10}$, -2^{10} e $(-10)^3$
Determine o valor de x . **-1 000**
 - b) -1^4 , $(-2)^0$, $(-10)^1$ e $(+10)^1$
Qual é o número inteiro oposto de x ? **Zero.**

DESAFIO

- 10. Rodrigo escreveu uma operação em cada cartão.

$-5 + 9$	$(-2) \cdot (+3)$	$(-1)^8$	$-10 + 1$
$(+20) : (+4)$	$-6 - 6$	$(-6) \cdot (-6)$	$(-6)^2$
$(-6) : (-6)$	$(+7) \cdot (+2)$	$(-2)^5$	$-11 + 4$
$(-4) \cdot (-10)$	$(-1)^3$	$(-10) : (+2)$	$+9 + 6$

Em seguida, colocou todos os cartões em uma caixa.

- a) Quantos cartões Rodrigo colocou na caixa? **16 cartões.**
 - b) Se ele tirar, ao acaso, um cartão da caixa, qual será a maior chance: sair um cartão cujo resultado da operação é um número inteiro positivo ou um número inteiro negativo?
 - c) Em quantos cartões do total o resultado da operação é um número inteiro positivo? **9 em 16.**
- 10. b) Um cartão cujo resultado da operação é um número inteiro positivo.**

$-5 + 9$	$(-2) \cdot (+3)$	$(-1)^8$	$-10 + 1$
$(+20) : (+4)$	$-6 - 6$	$(-6) \cdot (-6)$	$(-6)^2$
$(-6) : (-6)$	$(+7) \cdot (+2)$	$(-2)^5$	$-11 + 4$
$(-4) \cdot (-10)$	$(-1)^3$	$(-10) : (+2)$	$+9 + 6$

No **item c**, o mesmo procedimento do item anterior poderá ajudar.



RAIZ QUADRADA EXATA DE NÚMEROS INTEIROS

Considere a questão a seguir.

Quais os números inteiros cujos quadrados são iguais a 16?

Os números são $+4$ ou -4 , pois: $(+4)^2 = +16$ e $(-4)^2 = +16$.

Raiz quadrada exata de um número inteiro positivo é um número inteiro positivo que, elevado ao quadrado, resulta no número inicial.

- A raiz quadrada de 16 é o número positivo $+4$. Indica-se: $\sqrt{16} = +4$

Observe que existe o oposto do número $\sqrt{16}$, que é $-\sqrt{16}$.

$$-\sqrt{16} = -(+4) = -4.$$

No entanto, nem sempre é possível determinar a raiz quadrada em \mathbb{Z} . Por exemplo, números como $\sqrt{10}$ e $\sqrt{-36}$ não estão definidos no conjunto dos números inteiros.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 296

Responda às questões no caderno.

1. Qual é o número inteiro, se existir, que representa a raiz quadrada de:

- a) 25? **5** c) -81 ? **Não existe em \mathbb{Z} .**
b) 64? **8** d) 1? **1**

2. Entre os números $\sqrt{9}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{37}$, $\sqrt{64}$ e $\sqrt{80}$, quais não são números inteiros?
Os números $\sqrt{37}$ e $\sqrt{80}$ não são inteiros.

3. Determine o valor de:

- a) $\sqrt{36}$ **6** e) $\sqrt{400}$ **20**
b) $-\sqrt{64}$ **-8** f) $-\sqrt{900}$ **-30**
c) $\sqrt{100}$ **10** g) $-\sqrt{2500}$ **-50**
d) $-\sqrt{49}$ **-7** h) $\sqrt{144}$ **12**

4. Existe algum número inteiro que represente $\sqrt{-25}$? Justifique.
Não, pois não existe em \mathbb{Z} raiz quadrada de número negativo.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Raiz quadrada exata de números inteiros

Ressaltar para os alunos exemplos que indiquem que nem sempre é possível determinar a raiz quadrada em \mathbb{Z} como os que seguem abaixo.

1. Que número inteiro representa a raiz quadrada de 20? Observamos que o número inteiro 20 não é quadrado de nenhum número inteiro, pois $4^2 = 16$ e $5^2 = 25$. Como não há nenhum número inteiro entre 4 e 5, podemos concluir que não é possível obter a raiz quadrada de 20 em \mathbb{Z} .

2. Que número inteiro elevado ao quadrado dá -36 ? Sabemos que o quadrado de um número inteiro nunca é negativo. Portanto, os números negativos não podem representar quadrados de nenhum número inteiro. Isso significa que os números inteiros negativos não têm raiz quadrada em \mathbb{Z} , ou seja, a raiz quadrada de -36 não está definida no conjunto \mathbb{Z} .

Atividades

O objetivo das atividades propostas é auxiliar os alunos a identificar a raiz quadrada exata de um número inteiro positivo a , bem como o número inteiro positivo b , de modo que $b^2 = a$, e verificar que não é possível, em \mathbb{Z} , determinar a raiz quadrada de um número que não seja quadrado perfeito, nem de um número negativo.

Expressões numéricas

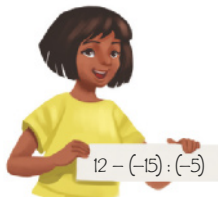
Retomar a ordem em que as operações devem ser feitas em uma expressão numérica, mobilizando os conhecimentos que os alunos já construíram sobre expressões numéricas com números naturais.

Se julgar necessário, propor outros exemplos e pedir a alguns alunos que resolvam as expressões na lousa, explicando aos demais os procedimentos utilizados. Validar a resolução com a turma sempre buscando valorizar o uso de diferentes estratégias de resolução.

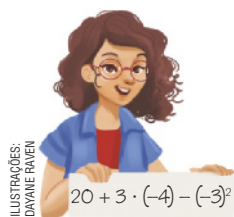


EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Maria e Sueli participam de uma gincana. Elas devem obter o valor numérico da expressão escrita no cartão que cada uma sorteou. Veja a seguir como elas calcularam.



$$\begin{aligned} 12 - (-15) : (-5) &= \\ &= 12 - (+3) = \\ &= 12 - 3 = \\ &= 9 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 20 + 3 \cdot (-4) - (-3)^2 &= \\ &= 20 + 3 \cdot (-4) - (+9) = \\ &= 20 - 12 - (+9) = \\ &= 20 - 12 - 9 = \\ &= 20 - 21 = \\ &= -1 \end{aligned}$$

Observe que, nas expressões numéricas com números inteiros, também seguimos a mesma ordem das operações válidas para as expressões com números naturais:

- primeiro resolvemos as raízes quadradas e as potenciações, na ordem em que aparecem;
- em seguida, as divisões e as multiplicações, na ordem em que aparecem;
- por último, a adição algébrica.

Além disso, devemos respeitar a eliminação dos sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves).

Seguindo a ordem estabelecida, vamos calcular o valor da expressão numérica:

$$\begin{aligned} (-5 + 2)^2 : (-9) - [\sqrt{4} \cdot (-4 - 2) - (-1)^3 \cdot (-5 + 8)] &= \\ = (-3)^2 : (-9) - [\sqrt{4} \cdot (-6) - (-1)^3 \cdot (+3)] &= \rightarrow \text{calculamos o interior dos parênteses} \\ = (+9) : (-9) - [2 \cdot (-6) - (-1) \cdot (+3)] &= \rightarrow \text{efetuamos as raízes e as potenciações} \\ = (-1) - [(-12) - (-3)] &= \rightarrow \text{efetuamos as divisões e as multiplicações} \\ = -1 - [-12 + 3] &= \rightarrow \text{eliminamos os parênteses} \\ = -1 - [-9] &= \rightarrow \text{calculamos o interior dos colchetes} \\ = -1 + 9 &= \rightarrow \text{eliminamos os colchetes} \\ = 8 \end{aligned}$$

Responda às questões no caderno.

1. Calcule o valor das seguintes expressões numéricas:

- a) $81 + (-20) \cdot (+4)$ **+1**
 b) $(-4) \cdot (-7) - 30$ **-2**
 c) $-23 - (-6) \cdot (+3)$ **-5**
 d) $(-9) \cdot (+6) - (+2) \cdot (-27)$ **Zero.**
 e) $19 - (-4) \cdot (+5)$ **+39**
 f) $7 \cdot (-3) - 9 \cdot (-6) + 11 \cdot (-2)$ **+11**
 g) $(+5) \cdot (+11) - 37 - (-2) \cdot (+14)$ **+46**
 h) $18 - 3 \cdot (-7) + 9 \cdot (-4) - 20$ **-17**

2. Calcule o valor de N , quando:

- a) $N = 2 \cdot (+7) + 5 \cdot (-2)$ **+4**
 b) $N = (-6) \cdot (-3) + 2 \cdot (-6)$ **+6**
 c) $N = 3 \cdot (+8) - 7 \cdot (-7)$ **+73**
 d) $N = 2 \cdot (+10) + 5 \cdot (-2) - 10$ **Zero.**
 e) $N = 3 \cdot (-1) - 5 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1)$ **-2**
 f) $N = 10 - (-1) + (-1) \cdot (+3) - 2 \cdot (+3)$ **+2**
 g) $N = -4 + (-1) - (+5) \cdot (-3) - 4 + 7 \cdot (-2)$ **+4**
 h) $N = 8 \cdot (-5) - (-7) \cdot (+2) - 3 - 4 \cdot (-1) + 6$ **-19**

3. (UEL-PR) Considere dois números inteiros, a e b , consecutivos e positivos. Qual das expressões a seguir corresponde necessariamente a um número par?

- a) $a + b$
 b) $1 + ab$
 c) $2 + a + b$
 d) $2a + b$
 e) $1 + a + b$

4. Um número inteiro x é tal que $x = (+2)^{10} + (-2)^{10} - 2^{10}$. Qual é o valor do número x ? Qual é a raiz quadrada do número x ? **$x = 1\ 024$; 32**

5. Um número inteiro y é expresso por: $[(-1)^7 \cdot (+2)^3]^2 : (-4)^3$. Qual é o número inteiro oposto do quadrado de y ? **$y = -1$; -1**

6. Determine o valor das expressões numéricas a seguir.

- a) $31 + (-40) : (+2)$ **+11**
 b) $-10 - 20 : (+4)$ **-15**
 c) $(+30) : (-6) + (-18) : (+3)$ **-11**
 d) $7 : (-7) + 2 \cdot (-6) + 11$ **-2**
 e) $(-36) : (-4) + 3 \cdot (-3)$ **Zero.**
 f) $35 - 6 \cdot (+6) + (+54) : (-6)$ **-10**
 g) $2 + (-75) : (-5) - 4 \cdot (-1)$ **+21**
 h) $4 \cdot (-20) - (-120) : (+2) + 28 : (-7)$ **-24**

7. Calcule o valor das expressões numéricas e determine a diferença entre o maior e o menor valor obtido.

- a) $(-9)^2 - (+5) \cdot (+16)$ **+1** *Diferença 168.*
 b) $(-2)^4 : (+16) \cdot (-1)^7$ **-1**
 c) $(-6)^2 - (-7)^2 + 13^0$ **-12**
 d) $5^2 - (-3)^3 + (-4)^2$ **+68**
 e) $4 \cdot (-5)^3 + (-20)^2$ **-100**
 f) $11^2 - 4 \cdot (-5)^2 + 10^0$ **+22**
 g) $17 - 3 \cdot (-2)^2 - (-6)^2 \cdot (-1)^7$ **+41**
 h) $7 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2)^3 - 10^2$ **-32**

8. O número p representa o valor da expressão $1 - (-\sqrt{100})$. Qual é o número p ? **+11**

9. Se $x = \sqrt{81} : (4^2 - 5^2)$, qual é o valor de x ? **-1**

10. Calcule o valor de $\sqrt{3\ 600} : \sqrt{25}$ **12**

11. Calcule o que se pede.

- a) $A : B$, em que:
 $A = (-7 - 4) \cdot (-9 + 2) - (-72 + 13)$
 $B = (-5 - 5) + (-9 - 4 + 6)$ **-8**
 b) $A - B$, em que:
 $A = (-9 - 3) : (-1 + 7)$
 $B = [10 - (-4 - 3)] \cdot (-2)^3$ **134**
 c) $(A - B)^2$, em que:
 $A = (-50) : (-5 - 5) \cdot (-5)$
 $B = [(-8) : (+2) - 7 - (-1)] \cdot 5$ **625**

Atividades

As atividades propostas têm como objetivo levar os alunos a resolver expressões numéricas utilizando a multiplicação de inteiros.

Na **atividade 1**, orientar a realização dos cálculos seguindo a ordem das operações de modo análogo ao que foi feito na resolução das expressões de números naturais. Nesse caso, eles devem efetuar primeiro as multiplicações e, em seguida, as adições algébricas, eliminando os parênteses.

Na **atividade 3**, incentivar os alunos a expor as estratégias que utilizaram. Eles devem perceber que, se a e b são dois números consecutivos e positivos, isso significa que diferem um do outro de 1 unidade e que se trata de um número par e de um número ímpar. Espera-se que os alunos concluam que:

- A soma de um número par com um número ímpar tem como resultado um número ímpar. Assim, $(a + b)$ é ímpar.
- A multiplicação de um número par com um número ímpar tem como resultado um número par. Assim, como ab é par, $(1 + ab)$ é ímpar.
- Como $(a + b)$ é ímpar, $(2 + a + b)$ também é ímpar.
- Se a é o número par e b é o ímpar, $2a$ também é par; e, assim, $(2a + b)$ é ímpar. No entanto, se b é o número par e a é o ímpar, $2a$ é par; e, assim, $(2a + b)$ é par. Ou seja, não podemos dizer que necessariamente $(2a + b)$ é par.
- Como $(a + b)$ é ímpar, $(1 + a + b)$ é par.

Ou seja, a alternativa correta é e.

A **atividade 6** tem como objetivo a resolução de expressões numéricas com divisão exata de números inteiros. Organizar a classe em duplas para resolver as expressões numéricas apresentadas. Solicitar que organizem e descrevam por escrito os procedimentos utilizados na resolução.

Tratamento da informação

Nesta seção, é proposta a leitura e a interpretação de texto, tabela e de gráfico de colunas, além da elaboração de gráfico de linhas e da realização de uma pesquisa apresentando os dados por meio de um texto com a possibilidade de usar recursos gráficos.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Resoluções
na p. 296

🕒 Análise de gráficos com números negativos

Atualmente, muito se fala sobre a importância de ter uma alimentação saudável e equilibrada; ocorrem avanços nas melhorias sanitárias das cidades e, na área da Medicina, há cada vez mais recursos para diagnosticar e prevenir doenças.

A alimentação adequada e variada previne as deficiências nutricionais, favorece a saúde e protege contra as doenças infecciosas, por ser rica em nutrientes que podem melhorar a função imunológica. Uma alimentação saudável contribui também para a proteção contra as doenças crônicas não transmissíveis (DCNT), como diabetes, hipertensão arterial, acidente vascular cerebral, doenças cardíacas e alguns tipos de cânceres, que, em conjunto, estão entre as principais causas de morbidade, incapacidade e morte no Brasil e no mundo. Refeições saudáveis são aquelas preparadas com alimentos *in natura* e minimamente processados, com qualidade e quantidade adequada aos ciclos da vida, compondo refeições coloridas e saborosas, que incluem alimentos tanto de origem vegetal quanto animal. [...]

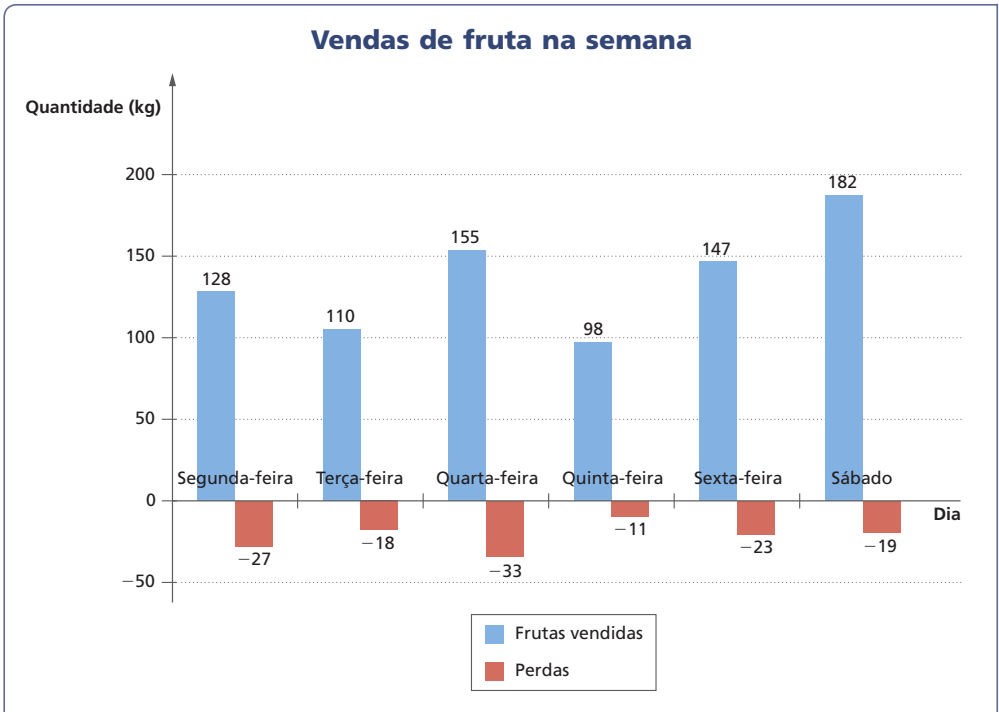
Fonte: BRASIL. Ministério da Saúde. Desmistificando dúvidas sobre alimentação e nutrição. Disponível em: <http://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/desmistificando_duvidas_sobre_alimenta%C3%A7%C3%A3o_nutricao.pdf>. Acesso em: 20 set. 2018.



🕒 Pessoa fazendo uma refeição composta de vegetais.

Gustavo é comerciante e proprietário de um sacolão. Devido ao aumento da procura por frutas, verduras e legumes, ele precisou comprar mais mercadoria para atender aos consumidores. No entanto, para minimizar as perdas causadas pelo desperdício, ele faz, semanalmente, um levantamento da quantidade de frutas vendidas e de frutas que perecem na loja.

1. Observe no gráfico a seguir esse levantamento feito por Gustavo em certa semana.



Fonte: Dados coletados por Gustavo.

Agora, de acordo com os dados apresentados no gráfico, responda às questões.

- Em qual dia dessa semana foi desperdiçada a maior quantidade de frutas? Quantos quilogramas de frutas foram desperdiçados nesse dia? **Na quarta-feira. 33 kg.**
 - Em qual dia dessa semana foi vendida a menor quantidade de frutas? Quantos quilogramas de frutas foram vendidos nesse dia? **Na quinta-feira. 98 kg.**
 - Quantos quilogramas de frutas pereceram na loja de Gustavo nessa semana? **131 kg.**
 - Usando os dados representados nesse gráfico e o que você estudou sobre números negativos, elabore um problema e dê para um colega resolver. **Resposta pessoal.**
2. Muitos alimentos que são produzidos, principalmente frutas, verduras e legumes, não chegam ao consumidor devido ao desperdício no transporte e na distribuição. Com um colega, pesquise sobre esse assunto e elabore um texto para apresentar as informações que vocês descobrirem. O que poderia ser feito para minimizar esse tipo de desperdício de alimento? **Resposta pessoal.**

Fazer o questionamento “Qual a consequência de um modo de vida saudável, do bem-estar e da medicina preventiva?”, é importante reforçar que um estilo de vida saudável pode ajudar na prevenção de algumas doenças, mas os fatores genéticos não podem ser desconsiderados.

Uma sugestão é que os alunos trabalhem em duplas, a fim de discutir estratégias e interpretar dados, trocando informações e ideias.

Retomando o que aprendeu

O objetivo das atividades desta seção é propiciar aos alunos a retomada dos conteúdos estudados na Unidade para que, caso seja necessário, eles possam sanar eventuais dúvidas.

Se achar conveniente, antes de iniciar as atividades, propor aos alunos a elaboração de um fluxograma dos conteúdos trabalhados no decorrer desta Unidade, com o objetivo de retomar, organizar e sistematizar as ideias e definições. Eles podem também consultar o cartaz com os conceitos que produziram ao longo da Unidade, caso essa proposta tenha sido desenvolvida.

Os alunos podem tomar as questões desta seção como uma autoavaliação; por isso, eles devem respondê-las individualmente. Sugerir que realizem essas atividades em sala de aula, pois assim poderão discutir eventuais dúvidas com os colegas, por exemplo. Orientá-los a consultar o livro para sanar dúvidas e buscar informações.

Enfatizar a necessidade de resolverem os exercícios individualmente, buscando informações de forma autônoma, escolhendo suas fontes para chegar aos resultados. Conversar com os alunos sobre seus acertos e erros, indicando a correção com intervenções pontuadas, isto é, dando pistas de quais caminhos eles poderão buscar para encontrar o resultado esperado.

Outra possibilidade é propor aos alunos que resolvam algumas das questões previamente em casa e que desenvolvam outras em aula, formando duplas ou grupos com os colegas. Nessa interação, devem aproveitar para fazer a autocorreção daquelas questões que trouxeram prontas.

Sugerir também aos alunos que refaçam algumas atividades anteriores de cujo assunto tiverem dúvidas. Ressaltar tais temas ao corrigir as atividades. Procurar trabalhar em sala com o conteúdo no qual os alunos

RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções na p. 296

Responda às questões no caderno.

- Dados os números inteiros -12 , -10 , -7 , -2 , 0 , 1 , 3 , 7 , 10 , quantos deles são menores que o número inteiro -4 ?
a) 7 d) 4
b) 6 e) 3
c) 5
- Calcule a diferença entre os números inteiros (-3) e (-1) . O simétrico do número obtido é: Alternativa b.
a) -2 d) $+4$
b) $+2$ e) -1
c) -4
- Um termômetro marcava $+4^\circ\text{C}$ pela manhã. À tarde, a temperatura chegou a -2°C . A temperatura baixou nesse período: Alternativa c.
a) 2°C d) 5°C
b) 8°C e) 4°C
c) 6°C
- Quando você calcula a soma entre o quadrado do número -1 e o cubo do número -1 , você obtém: Alternativa a.
a) 0 d) -2
b) -1 e) $+2$
c) $+1$
- (UEPG-PR) Assinale o que for correto.
01. $(-1) + (+5) = -4$
02. $(-5) - (+5) = 10$
04. $(-3) \cdot (-4) = 12$
08. $(+12) : (-3) = 4$
16. $(-2)^2 = -4$
32. $(-2)^3 = -8$
(A resposta é dada pela soma das alternativas corretas.) Soma: 36.

- Calculando o valor da expressão numérica $(-3)^2 \cdot [-9 + (-3)^3] : (-3)^2$, vamos obter o número: Alternativa a.
a) -36 d) $+27$
b) $+36$ e) -18
c) -27
- Entre as potências $(+3)^5$, $(-7)^2$, -4^2 , $(-2)^3$ e $(-1)^{10}$, quantas representam números inteiros negativos? Alternativa b.
a) 1 d) 4
b) 2 e) 5
c) 3
- Quantas sentenças a seguir são verdadeiras? Alternativa c.
• $-2^4 = (-2)^4$ • $-2^0 = (-2)^0$
• $-2^3 = (-2)^3$ • $(+2)^6 = (-2)^6$
a) 0 d) 3
b) 1 e) 4
c) 2
- Na reunião de condomínio do edifício Vila Nova, o síndico apresentou o saldo das contas do prédio nos primeiros seis meses do ano, conforme o quadro:

SALDO – Edifício Vila Nova

Janeiro	crédito de	R\$ 2 400,00
Fevereiro	crédito de	R\$ 850,00
Março	débito de	R\$ 680,00
Abril	crédito de	R\$ 450,00
Maior	débito de	R\$ 1 720,00
Junho	débito de	R\$ 750,00

Após esses primeiros seis meses, o condomínio ficou com: Alternativa c.

- débito de 550 reais.
- débito de 530 reais.
- crédito de 550 reais.
- crédito de 530 reais.

mais tiveram dificuldade durante o desenvolvimento da Unidade também pode contribuir nesse momento.

Será valioso para o desenvolvimento da autonomia intelectual dos alunos que percebam seus processos de aprendizagem, suas dificuldades e a busca de informações.

Se ainda persistirem dúvidas, orientá-los a trocar ideias com os colegas e a buscar no livro os conceitos que precisarem lembrar.

Dar oportunidade aos alunos para mostrarem como pensaram para resolver as questões, tirando as dúvidas dos colegas.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Desafio

Resolução

Inicialmente os alunos precisam observar que, se os números têm 4 algarismos, a letra X não pode ser zero. Sabendo que $X4YZ$ excede $XYZ4$ em 288 unidades, podemos montar a seguinte subtração:

$$X^4YZ - XYZ^4 = 288$$

Vamos, então, analisar o que ocorre nesta subtração:

$$\begin{array}{r} \text{X 4 Y Z} \\ - \text{X Y Z 4} \\ \hline 288 \\ \text{X 4 Y 2} \\ - \text{X Y 2 4} \\ \hline 288 \\ \text{X 4 1 2} \\ - \text{X 1 2 4} \\ \hline 288 \end{array}$$

Desse modo, concluímos que:

- $Z = 2$ e $Y = 1$
- X é qualquer algoritmo diferente de zero.
- $Z - Y = 2 - 1 = 1$ (alternativa c).

10. Observe o extrato bancário de Roberto:

Banco Forte

Extrato

11/8/2019

Extrato de conta corrente

Agência: 001

Nome: Roberto Almeida

Conta: 012345-6

Data	Histórico	Valor
1/8	Saldo anterior	236,00
4/8	Cheque compensado	−51,00
	Saque cartão	−400,00
	Depósito	+1 320,00
7/8	Cheque compensado	−92,00
	Cheque compensado	−813,00
8/8	Cheque compensado	−45,00
10/8	Cheque compensado	−184,00
	Cheque compensado	−90,00
	Depósito	+352,00
	Saque cartão	−150,00
	Conta de luz	−46,00
	Cheque compensado	−120,00

O saldo final de Roberto no dia 10/8/2019 foi: **Alternativa b.**

- a) positivo em 83 reais.
b) negativo em 83 reais.
c) positivo em 120 reais.
d) negativo em 150 reais.

- 11.** São dados os números inteiros:
 $x = -(-3)^3 - (2^2)^3$ e $y = (-2)^3 - (-3)^2 - (-5)^0 + (-2)^4$. O produto $x \cdot y$ é igual a:

- a) +74 b) -74 c) -37 d) +37**

Alternativa a.

- 12.** Considere a expressão: $(-10)^3 - \sqrt{9} \cdot (-10)^2 \cdot (-2)^2$. O número que representa a metade do valor dessa expressão é:

- a)** -200 **b)** -100 **c)** +100 **d)** -1 100

Alternativa d.

- 13.** Quando multiplicamos um número x pelo quadrado do número (-10) , obtemos o número -500 . O número x é:

- a) +5** **c) -25** **e) -10**

- b) -5** **d) $+25$**

Alternativa b.

DESAFIO

- 14.** (FMTM-MG) $XYZ4$ e $X4YZ$ representam dois números inteiros positivos de quatro algarismos. Se $X4YZ$ excede $XYZ4$ em 288 unidades, então $Z - Y$ é igual a: **Alternativa c.**

- a) 23** **c) 1** **e) 5**

- b) 21** **d) 3**

UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, estudamos o conjunto dos números inteiros. Esse assunto, a partir de agora, será abordado e utilizado em quase todos os conceitos matemáticos a serem estudados.

Os tópicos abordados nesta Unidade foram:

- números negativos e suas aplicações, por exemplo, medição e registro climático de temperaturas, saldo bancário etc.;
- estrutura do conjunto dos números inteiros;
- operações com números inteiros e suas propriedades, incluindo a potenciação e a raiz quadrada.

Considerando a importância do conjunto dos números inteiros, sugerimos a você que faça um fichamento dos assuntos abordados nesta Unidade, que poderá conter exemplos dos conceitos estudados e de cada operação, bem como lembretes que você utilizará em seus estudos.

Vamos retomar as aprendizagens da Unidade 2 e refletir sobre elas:

- Que conjunto numérico está contido no conjunto dos números inteiros?
- Como podemos utilizar o conceito de módulo na comparação de números inteiros?
- Você consegue reconhecer, em seu cotidiano, situações em que há a presença de números inteiros? **Respostas pessoais.**

Um novo olhar

Os questionamentos existentes no encerramento desta Unidade poderão permitir, além da retomada dos conteúdos apresentados, reflexões sobre as aprendizagens individuais e sistematizações. Por isso, é importante que os alunos respondam individualmente a cada

uma das questões para que possam perceber suas próprias conquistas e possíveis dúvidas sobre cada conteúdo estudado na Unidade.

A proposta de fichamento deve-se à quantidade de propriedades que são trabalhadas no conjunto dos números inteiros. Para os alunos, é uma im-

portante retomada de diversos conceitos que foram tratados na Unidade. Se julgar conveniente, pode-se iniciar esse trabalho em sala, com a sua mediação, e propor que o finalizem em casa.

Depois de os alunos responderem às questões, em uma roda de conversa, pedir que alguns alunos exponham o que

fizeram para iniciar uma discussão sobre cada questão. Explorar o diagrama com a turma e perguntar se eles sugerem alguma modificação nele.

GERAIS

3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

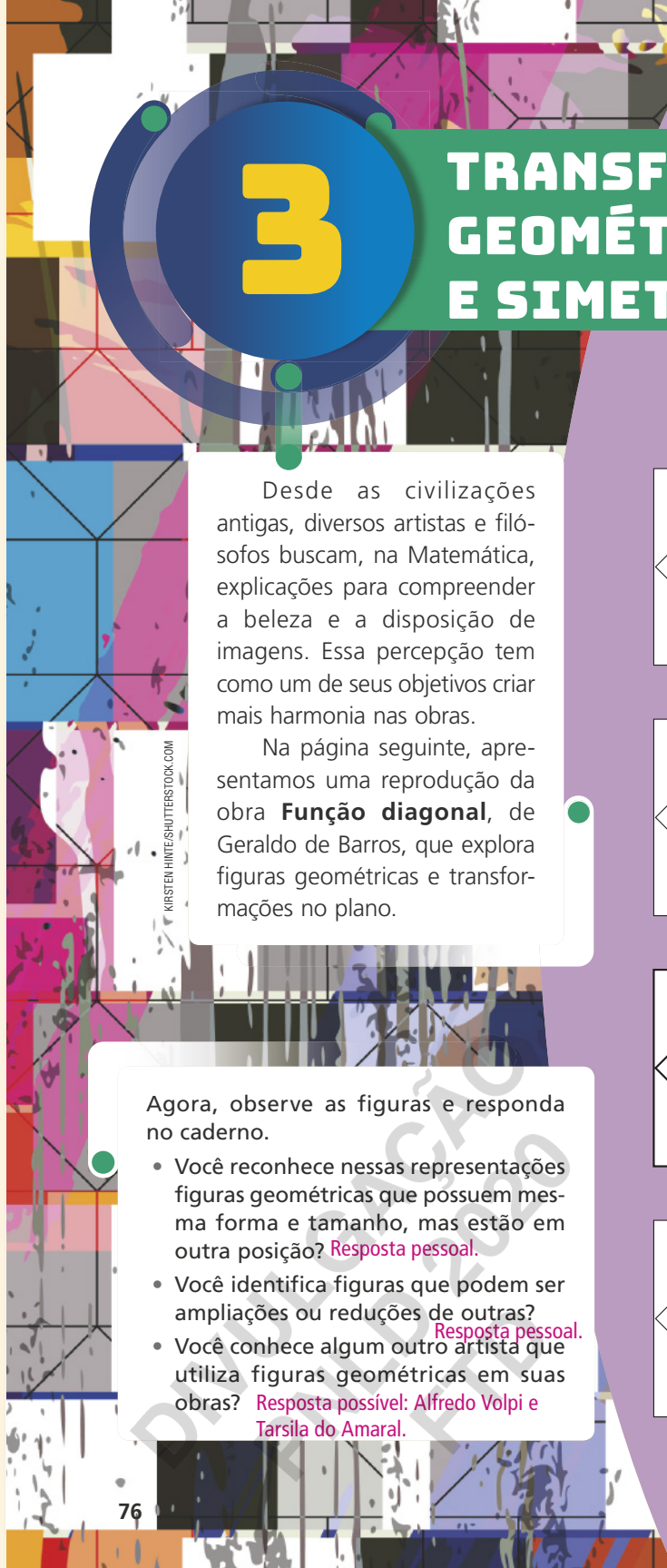
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

ESPECÍFICAS

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.



3

TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS E SIMETRIA

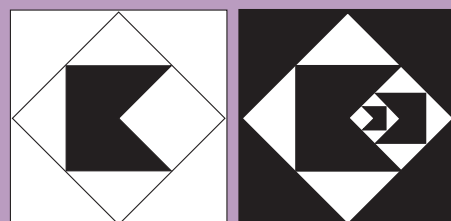
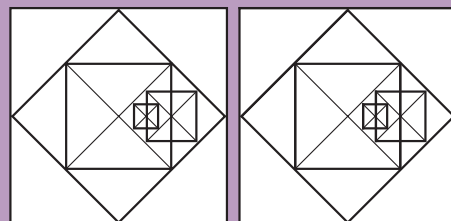
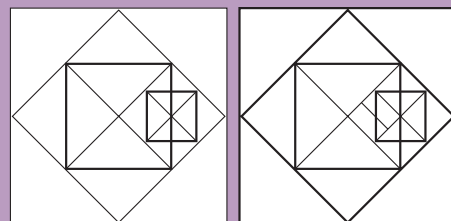
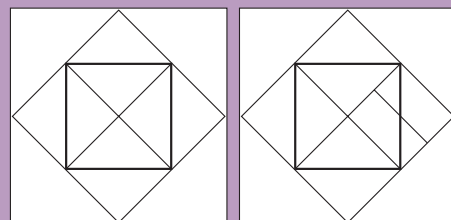
Desde as civilizações antigas, diversos artistas e filósofos buscam, na Matemática, explicações para compreender a beleza e a disposição de imagens. Essa percepção tem como um de seus objetivos criar mais harmonia nas obras.

Na página seguinte, apresentamos uma reprodução da obra **Função diagonal**, de Geraldo de Barros, que explora figuras geométricas e transformações no plano.

Agora, observe as figuras e responda no caderno.

- Você reconhece nessas representações figuras geométricas que possuem mesma forma e tamanho, mas estão em outra posição? **Resposta pessoal.**
- Você identifica figuras que podem ser ampliações ou reduções de outras? **Resposta pessoal.**
- Você conhece algum outro artista que utiliza figuras geométricas em suas obras? **Resposta possível: Alfredo Volpi e Tarsila do Amaral.**

Esquema de construção da obra.



Esquema da obra final.

discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

HABILIDADES p. XIX e XX

Números

- EF07MA05

Geometria

- EF07MA19
- EF07MA20
- EF07MA21

Probabilidade e estatística

- EF07MA37

Abertura de Unidade

Esta Unidade apresenta o estudo de transformações geométricas de figuras planas, em especial de polígonos, com o auxílio de: representação no plano cartesiano, malha quadriculada e construções com instrumentos de desenho e do *software* GeoGebra, ampliando os conhecimentos que os alunos já construíram em anos anteriores no campo da Geometria.

Além disso, a Unidade trata também da interpretação de gráficos de setores, destacando seu uso.

A abertura explora a obra **Função diagonal**, do artista brasileiro Geraldo de Barros, que mostra a interligação entre a Arte e a Geometria.

AMPLIANDO

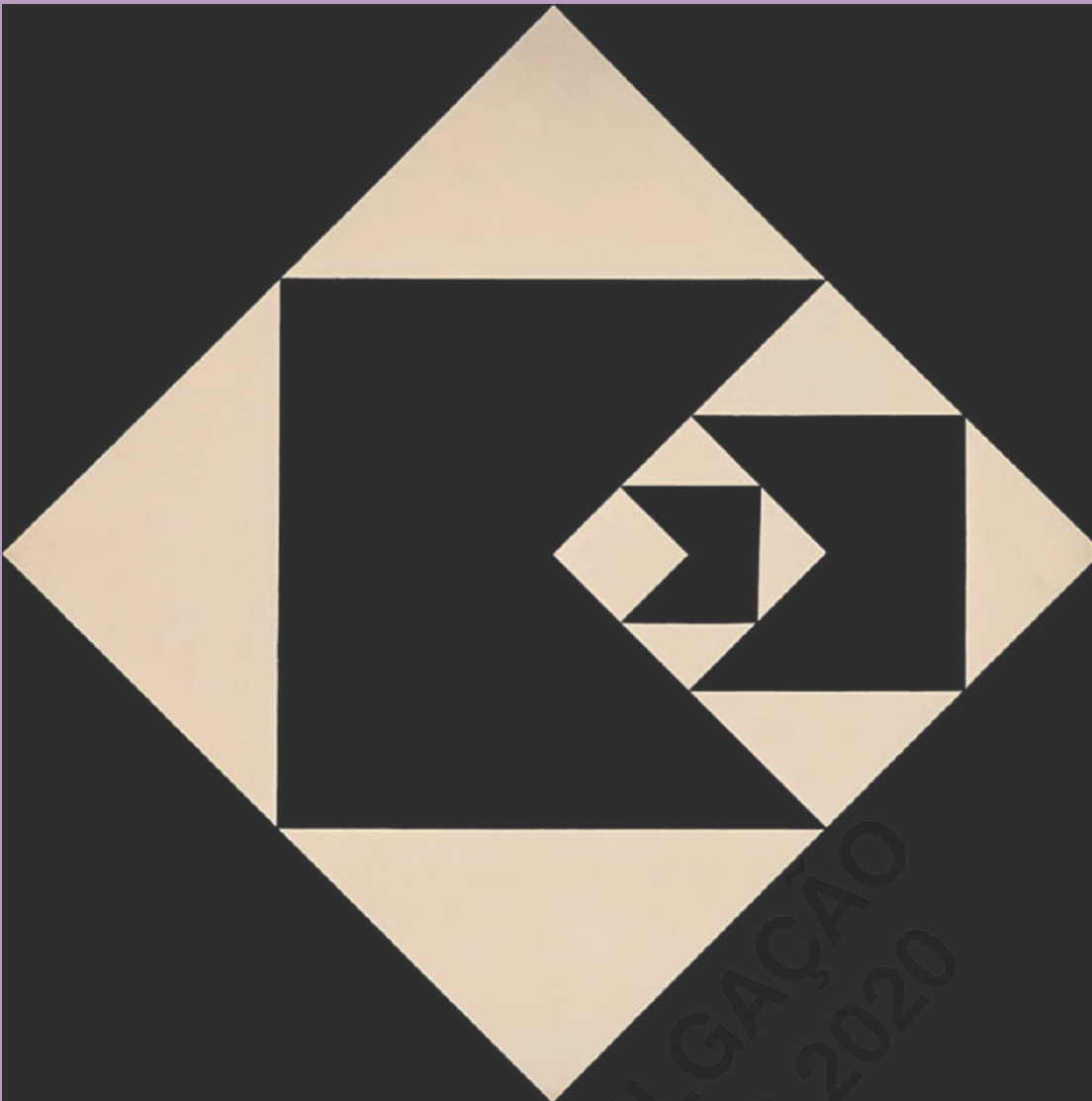
Links

Para conhecer mais o artista Geraldo de Barros, acessar os *links*:

<<http://livro.pro/z6jff8>>;

<<http://livro.pro/ec7zb3>>.

Acessos em: 12 out. 2018.



BARROS, G. de. **Função diagonal**. 1952. Esmalte sintético sobre kelmite, 62,9 cm x 62,9 cm. Coleção Leonora e Fabiana de Barros.

Transformações no plano

Entre as transformações apresentadas no plano cartesiano, são trabalhadas a reflexão em torno de um dos eixos e a reflexão em torno da origem $(0, 0)$.

Polígonos e sistema de coordenadas

Se julgar oportuno, retomar com os alunos a representação de pontos no plano cartesiano conhecendo suas coordenadas, dadas por pares ordenados (x, y) , e identificando o quadrante ou sobre que eixo esses pontos se encontram.

Aqui, o objetivo não é destacar o nome de cada coordenada (abscissa para x e ordenada para y), mas apresentar essa nomenclatura aos alunos.

Explorar também a identificação das coordenadas de pontos marcados no plano cartesiano, verificando se os alunos determinam com facilidade as coordenadas desses pontos.

Ampliação e redução

No trabalho com o plano cartesiano já mostramos transformações que ampliam ou reduzem figuras de polígonos. Em seguida, estendemos esse estudo para ampliações e reduções por meio de malhas quadriculadas.

Após apresentar o exemplo de ampliação dado, propor aos alunos outra figura de polígono na malha quadriculada para que eles façam uma redução. Por exemplo, reduzir a figura de um paralelogramo de vértices $(4, 4)$, $(14, 4)$, $(16, 12)$ e $(6, 12)$ com fator de redução de um meio. (Resposta: paralelogramo de vértices $(2, 2)$, $(7, 2)$, $(8, 6)$ e $(3, 6)$.)

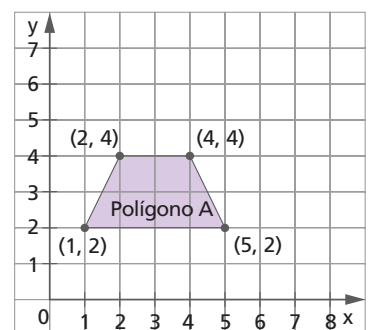


TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

Polígonos e sistema de coordenadas

Como você já estudou, polígono é a reunião de uma figura plana formada por uma linha fechada simples, composta apenas de segmentos de reta, reunida com a região interna. Todo polígono tem vértices, lados e ângulos internos.

Além disso, vimos que podemos representar um polígono em um sistema de coordenadas, que é composto de duas retas numéricas (eixos) que formam entre si quatro ângulos de 90° (eixos perpendiculares) determinando um plano chamado de plano cartesiano. O par de números (x, y) representa as coordenadas de um ponto do plano cartesiano. Veja a representação de um quadrilátero no plano cartesiano (vamos chamá-lo de **Polígono A**).



Em polígonos, assim como em outras figuras geométricas, podem ser aplicadas **transformações geométricas**. Os polígonos obtidos por essas transformações são imagens do original e podem ter suas medidas dos lados alteradas, assim como sua posição no plano.

Ampliação e redução

Quando multiplicamos as coordenadas dos pontos de um polígono por um mesmo número não nulo, obtemos um segundo polígono que é uma transformação no plano do primeiro polígono. De maneira prática, podemos efetuar essa multiplicação considerando as coordenadas dos vértices do polígono e traçar os respectivos lados.

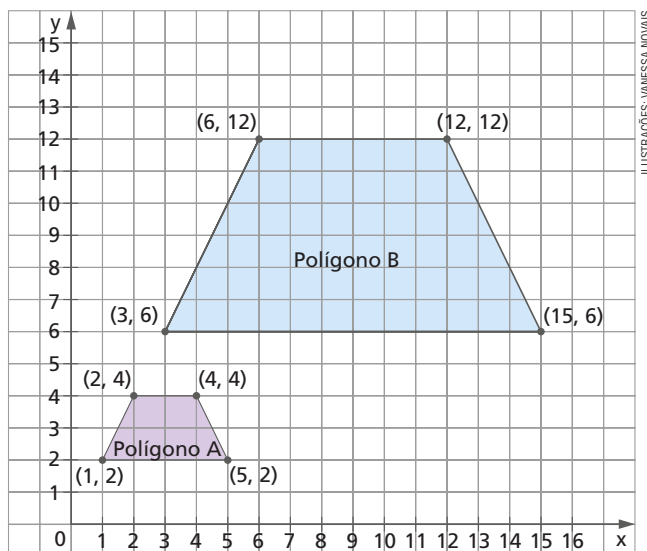
Por exemplo, multiplicando por 3 as coordenadas dos vértices do Polígono A, obtemos os pontos $(3, 6)$, $(15, 6)$, $(6, 12)$ e $(12, 12)$. Podemos desenhar um novo quadrilátero (Polígono B) cujos vértices têm essas coordenadas, como mostra a figura a seguir.

Reflexão

Para verificar se os alunos compreenderam como é feita a reflexão em relação a uma reta, perguntar como fariam para obter uma reflexão do polígono A em relação ao eixo vertical y . Espera-se que os alunos respondam que é necessário multiplicar apenas a coordenada do eixo horizontal (x) de todos os vértices desse polígono por -1 .

O Polígono B é a figura obtida pela transformação efetuada no Polígono A.

Observe que ele também é um trapézio que tem o mesmo formato do trapézio original; alterou a posição e aumentou o tamanho, sem sofrer deformações. Nessa transformação foi feita uma **ampliação** de fator 3, o que significa que os lados do trapézio obtido medem 3 vezes a medida dos lados correspondentes do trapézio original.

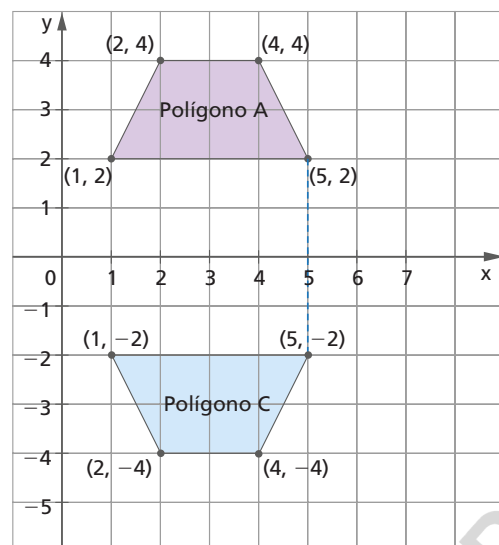


ILUSTRAÇÕES: VANESSA NOVAIS

Note que, se o polígono original fosse o Polígono B e o transformado fosse o Polígono A, a transformação aplicada seria uma **redução** de fator $\frac{1}{3}$, ou seja, os lados do trapézio original teriam sua medida reduzida à sua terça parte e os valores das coordenadas de seus pontos seriam divididos por 3.

Reflexão

Vamos, agora, observar outra transformação aplicada ao Polígono A, de tal forma que obteremos o **Polígono C**.



A transformação mostrada é obtida multiplicando apenas a coordenada do eixo vertical (y) de todos os pontos do Polígono A por -1 . Assim, os vértices do Polígono C têm coordenadas $(1, -2)$, $(5, -2)$, $(2, -4)$ e $(4, -4)$.

Essa transformação é chamada de **reflexão em relação a uma reta** (no caso, o eixo horizontal x) e pode gerar uma figura idêntica à original (mesma forma e tamanho) só que em posição invertida em relação ao eixo x .

SAIBA QUE

Cada uma das quatro regiões em que o plano fica dividido é denominada **quadrante**. O Polígono A está no 1º quadrante e o Polígono C, no 4º.

Pense e responda

Nesta seção a atividade proposta chama a atenção dos alunos para a transformação de uma ampliação ou redução na figura original, ressaltando, no entanto, que a forma dessa figura é mantida.

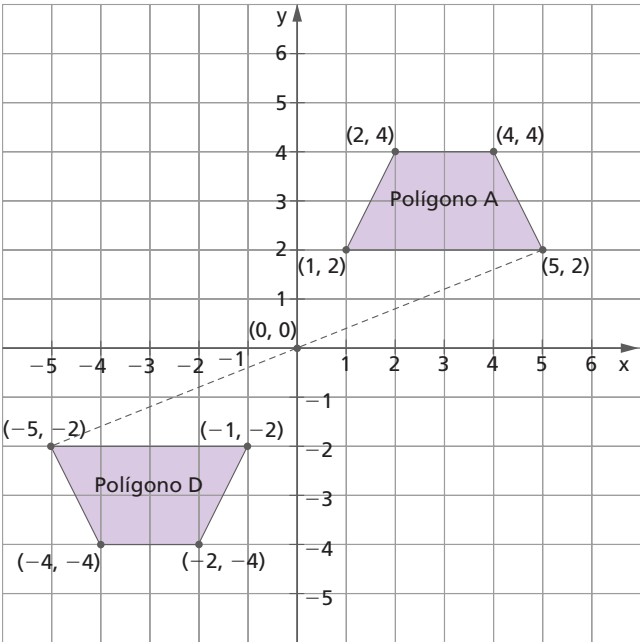
É importante que os alunos percebam que em uma ampliação ou em uma redução a figura obtida não pode estar deformada em relação à figura original.

No item b, espera-se que os alunos percebam que, ao triplicar a quantidade de quadradinhos que compõem os lados do polígono original, obtém-se outro polígono de mesma forma e tamanho maior (sem deformações), o que caracteriza uma ampliação (no caso de fator 3).

No item c, ao comparar o polígono original e o polígono obtido depois de reduzir à metade a quantidade de quadradinhos que compõem os lados do polígono original, espera-se que os alunos percebam que se obtém outro polígono de mesma forma e tamanho menor (sem deformações), o que caracteriza uma redução (no caso de fator meio). Verificar se os alunos têm dificuldade na obtenção desse polígono reduzido, pois espera-se que tenham usado apenas metade dos quadradinhos da malha que formam o polígono original.

Já na comparação do polígono reduzido com o polígono ampliado, deve-se notar uma ampliação de fator 6.

Quando multiplicamos as coordenadas dos pontos do polígono A por -1 , obtemos o Polígono D. Considerando as coordenadas do vértice, temos que os vértices do Polígono D são os pontos $(-1, -2)$, $(-5, -2)$, $(-2, -4)$ e $(-4, -4)$.



Essa transformação é chamada de **reflexão em relação a um ponto** (no caso, a origem $(0, 0)$ do sistema de coordenadas), e o Polígono D tem a mesma forma e tamanho da figura original, ou seja, obteve-se um trapézio idêntico ao original só que em outra posição.

SAIBA QUE

O Polígono D está no 3º quadrante.

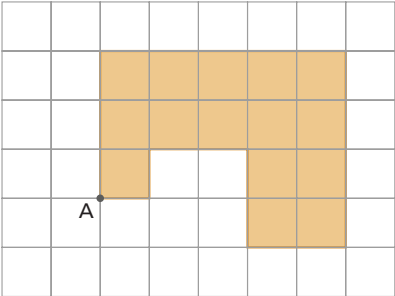
Ampliação e redução com o uso da malha quadriculada

PENSE E RESPONDA Resoluções na p. 298

Resolva a questão no caderno.

1. Reproduza o polígono a seguir em uma malha quadriculada e responda.

- a) Quantos lados de quadradinho compõem cada lado desse polígono? *A partir do ponto A, para cima: 3, 5, 4, 2, 2, 2, 1 e 1*
- b) Nessa mesma malha, desenhe um polígono com a mesma forma do polígono representado ao lado, mas triplicando a quantidade de lados de quadradinho que compõem cada lado do polígono original, e compare as duas figuras.
- c) Ainda na mesma malha e mantendo a mesma forma, desenhe outro polígono reduzindo à metade a quantidade de lados de quadradinho que compõem cada lado e compare com o polígono original. Compare também os dois polígonos construídos entre si, do menor para o maior.



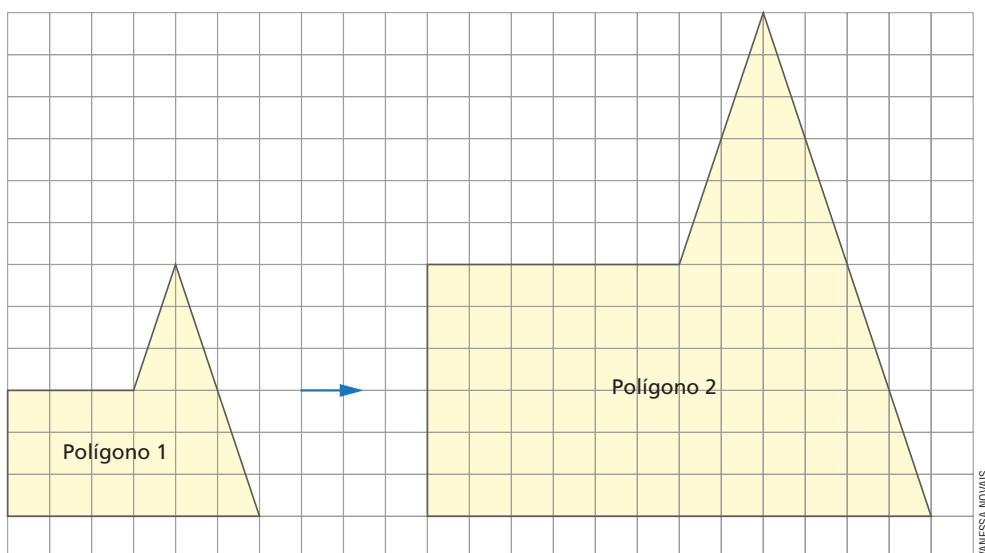
Resposta no final do livro.

Resposta no final do livro.

Podemos realizar ampliação e redução de figuras geométricas planas, como polígonos, também usando malha quadriculada. Dada uma figura desenhada em uma malha quadriculada, para obter sua imagem ampliada ou reduzida, basta multiplicar pelo fator de ampliação a quantidade de lados de quadradinho que compõem cada lado do polígono original.

Considere as situações a seguir.

- 1 Fazer uma ampliação de fator 2 do Polígono 1, mostrado a seguir, usando a mesma malha. Para isso, vamos dobrar a quantidade de lados de quadradinho que compõem seus lados, obtendo a figura transformada (Polígono 2).



Note que uma ampliação mantém a forma da figura original e aumenta o tamanho sem deformá-la, de acordo com o fator de ampliação.

Da mesma forma, para reduzir um polígono desenhado em uma malha quadriculada, basta multiplicar pelo fator de redução a quantidade de lados de quadradinho que compõem cada lado do polígono original.

Para obter a imagem ampliada de uma figura, o fator de multiplicação deve ser um número maior que 1; já para a redução esse valor deve ser um número menor que 1.

NÓS

Movimento da Arte Concreta no Brasil

Nas páginas de abertura, você viu a reprodução da obra **Função diagonal**, de Geraldo de Barros. Esse artista transitou entre a pintura, a gravura, a fotografia e o *design* e foi um dos personagens do Movimento da Arte Concreta no Brasil, que teve seu período mais ativo nos anos 1950.

- Faça uma pesquisa sobre as características do Movimento da Arte Concreta no Brasil.

Aqui é apresentada uma maneira diferente de se usarem malhas quadriculadas para fazer ampliação ou redução de polígonos: aumentar (ou reduzir) a quantidade de quadradinhos que compõem os lados do polígono original segundo o fator de ampliação (ou de redução) solicitado.

Nós

Pedir aos alunos que façam uma pesquisa, de preferência individualmente, sobre as características do Movimento da Arte Concreta no Brasil. Certamente haverá uma forte associação da Matemática e das figuras geométricas na Arte. É interessante incentivar a troca de informações obtidas na pesquisa sugerida.

Atividades

As atividades desse bloco exploram as transformações geométricas estudadas para polígonos representados no plano cartesiano e ampliações e reduções por meio de malhas quadriculadas.

No item a da atividade 4, multiplicam-se por -1 todos os valores das coordenadas dos vértices do polígono original para refletir (em relação à origem) no 3º quadrante e, depois, multiplicam-se por 2 todos os valores das coordenadas obtidas para fazer uma ampliação de fator 2, obtendo dessa maneira as coordenadas dos vértices do polígono gerado ao final:

$(-4, -4)$, $(-12, -4)$, $(-12, -10)$, $(-8, -12)$ e $(-4, -10)$

Na atividade 6, o aluno escolhe onde colocar o quadrado original, mas espera-se que escolha uma posição em que os lados são paralelos aos eixos x e y . Sendo assim, deve obter um quadrado cujos lados são compostos de 5 quadradinhos. O aluno deve perceber que precisa dividir 15 por 3.

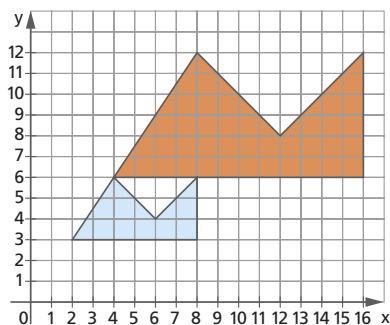
Na atividade 7, como todos os retângulos da malha são menores do que o original, a transformação aplicada foi uma redução. O único retângulo que satisfaz as condições de uma redução do original é o B. O retângulo original teve a medida de seus lados (em quantidade de quadradinhos que os compõem) dividida por 3, ou seja, elas foram reduzidas à terça parte. Assim, o retângulo B é uma redução de fator um terço do retângulo original.

ATIVIDADES

Resoluções na p. 298

Responda às questões no caderno.

1. Considere os polígonos a seguir.

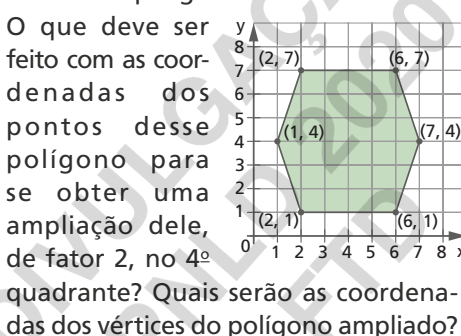


- Quais são as coordenadas dos vértices do polígono representado em azul?
- Qual foi o fator da ampliação do menor para o maior polígono? **Fator 2.**

2. Desenhe um triângulo, num plano cartesiano, com vértices nos pontos (1, 1), (6, 3) e (4, 4). Multiplique por -1 apenas a coordenada do eixo horizontal (x) de cada vértice e, depois, por 2 todos os valores das coordenadas obtidas.

- Quais são as coordenadas dos novos pontos obtidos ao final desse processo?
- Desenhe no mesmo plano o triângulo obtido com vértices nessas coordenadas.
- O que aconteceu com o triângulo gerado nesse processo em relação ao original?

3. Observe o polígono.



O que deve ser feito com as coordenadas dos pontos desse polígono para se obter uma ampliação dele, de fator 2, no 4º quadrante? Quais serão as coordenadas dos vértices do polígono ampliado?

- Ele é uma ampliação de fator 2 do original, mas localizado no 2º quadrante do plano cartesiano.
- O retângulo B, que é uma redução do retângulo original, pois é o único que teve as medidas dos lados multiplicadas por um mesmo valor, ou seja, não sofreu deformação.

82

3. Uma possível resposta: multiplicar por -1 apenas a coordenada do eixo vertical (y) de todos os pontos e, depois, por 2 todos os valores das coordenadas obtidas.

$(4, -2)$, $(12, -2)$, $(14, -8)$, $(12, -14)$, $(4, -14)$ e $(2, -8)$.

4. a) $(-4, -4)$, $(-12, -4)$, $(-12, -10)$, $(-8, -12)$ e $(-4, -10)$.

4. A partir de um polígono com os vértices nos pontos $(2, 2)$, $(6, 2)$, $(6, 5)$, $(4, 6)$ e $(2, 5)$, faça duas transformações: uma ampliação de fator 2 do polígono original e em seguida uma reflexão dessa imagem em relação à origem.

- Quais as coordenadas dos vértices do polígono obtido?
- Desenhe no mesmo plano cartesiano o polígono final e o original.

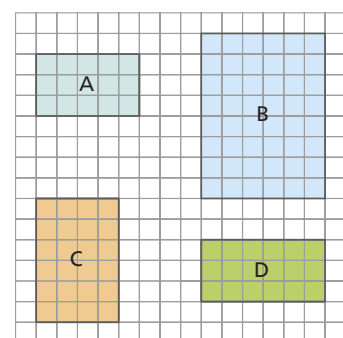
Resposta no final do livro.

5. Descreva a transformação que você deve fazer para refletir um polígono do 4º quadrante para o 3º quadrante sem alterar seu tamanho. **Multiplicar por -1 apenas a coordenada do eixo horizontal dos pontos do polígono.**

6. Desenhe em uma mesma malha quadriculada um quadrado cujos lados são compostos de 15 lados de quadradinho e sua redução de fator um terço.

Resposta no final do livro.

7. Qual dos retângulos a seguir pode ser uma ampliação ou redução de um retângulo desenhado nessa mesma malha quadriculada com os lados menores com medida de 18 lados de quadradinho e os lados maiores com medida de 24 lados de quadradinho? Justifique.



ILUSTRAÇÕES: VANESSA NOVAIS

Maquetes e miniaturas

As maquetes reproduzem, em tamanho reduzido, uma construção, um objeto ou um projeto arquitetônico. Elas geralmente são usadas para mostrar o visual de novas construções ou planejamento urbano.

As maquetes são feitas geralmente de plásticos, metais, madeiras ou papel especial (cartão de maquete), mas existem também as maquetes virtuais, criadas por programas de computador que mostram, com detalhes, um lugar ou construção em tamanho reduzido.

No Japão existe um parque temático – *Tobu World Square* – com dezenas de maquetes de lugares famosos e réplicas históricas de todo o mundo. Estão representados 21 países, dentre as 102 maquetes e mais de 140 000 pessoas em miniaturas.

Responda às questões no caderno.

1. Se a Torre Eiffel de Paris tem cerca de 325 m de altura e na maquete construída no Japão essa altura é de 13 m, por qual número foi dividida a altura da torre original para obter a altura dessa maquete? **Por 25.**

2. Sabendo-se que nesse parque todas as maquetes têm o mesmo fator de redução e que a maquete do Arco do Triunfo tem 200 cm de altura e sua base tem dimensões de 180 cm por 88 cm, quais são as medidas reais, em metros, desse monumento em Paris?

Altura: 50 m; dimensões da base: 45 m por 22 m.

3. Miniaturas, assim como maquetes, são reduções de objetos, animais ou pessoas. Existem miniaturas de carros, trens, aviões, personagens de filmes e desenhos que são, em geral, colecionáveis.

As primeiras miniaturas de carros colecionáveis foram criadas em 1940, nos Estados Unidos. Hoje, as miniaturas de carros estão disponíveis para o público com uma ampla variedade de opções, em várias escalas de redução para todos os tipos de colecionadores. As miniaturas mais populares de carros são réplicas que têm suas medidas no tamanho original divididas por 24.

Sabendo-se que um carro tem as dimensões (aproximadas) de 5 400 mm de comprimento, 2 040 mm de largura e 1 416 mm de altura, quais são as dimensões de sua miniatura na redução mais popular de carros em miniaturas?

225 mm por 85 mm por 59 mm.

Visitantes observando miniatura do Arco do Triunfo no parque Tobu World Square, Japão. Foto tirada em 2010.



TOSHIFUMI KITAHARA/AP/GETTY IMAGES

Por toda parte

Esta seção explora de maneira intuitiva a escala de maquetes e miniaturas, relacionando-as a reduções do objeto real.

Na **questão 2**, os alunos precisam atentar ao texto e observar que, já que o fator de redução é sempre o mesmo, para obter qualquer maquete as medidas lineares reais (do objeto original) foram divididas por 25 (valor encontrado na **questão 1**). Além disso, eles devem ter atenção também ao fato de que, como as medidas dadas são de figura reduzida (maquete), para obter as medidas correspondentes na construção original, devem pensar em uma ampliação de fator 25.

Tratamento da informação

Nesta seção, os alunos vão ter uma ideia de como construir um gráfico de setores. A proposta é que eles saibam identificar e relacionar um setor de uma circunferência com o percentual a ser representado. Além disso, é importante que saibam em que situações é indicado utilizar um gráfico de setores.

Pedir aos alunos que façam as construções apresentadas na **atividade 1** para auxiliar a resolução das atividades. Com o material em mãos, eles poderão comparar as partes obtidas e, com o auxílio do transferidor, medir os ângulos obtidos em cada uma delas.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

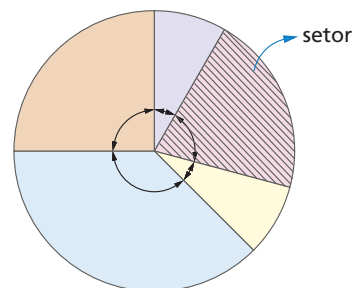
Resoluções na p. 298

Gráfico de setores

Em um gráfico de setores, o tamanho dos setores (cada uma das partes) indica o valor a que corresponde cada informação. Os setores são determinados por um ângulo cujo vértice está no centro do círculo, sendo, por isso, chamado de ângulo central.

O tamanho dos setores é diretamente proporcional ao percentual correspondente de cada informação, e a soma dos ângulos centrais de todos os setores de um círculo é 360° , assim como a soma dos percentuais representados por cada setor é 100%.

O uso de gráficos de setores é recomendado quando desejamos comparar um dos setores apresentados com o total.

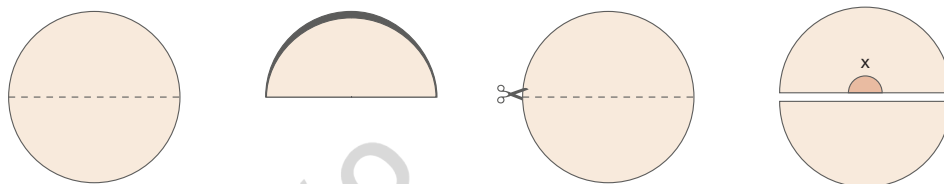


Observe as construções. Depois, responda às questões no caderno.

- Com o auxílio de dobraduras é possível dividir um círculo em partes iguais.

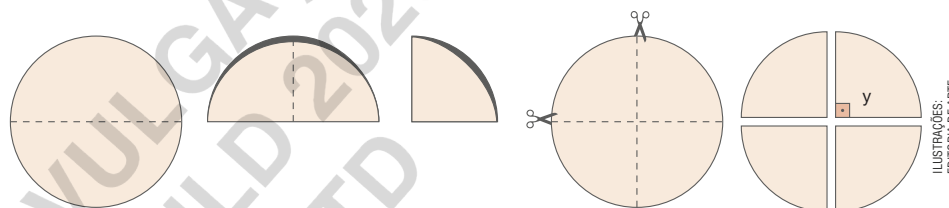
Construção 1

É possível obter 2 partes iguais, com apenas uma dobra.



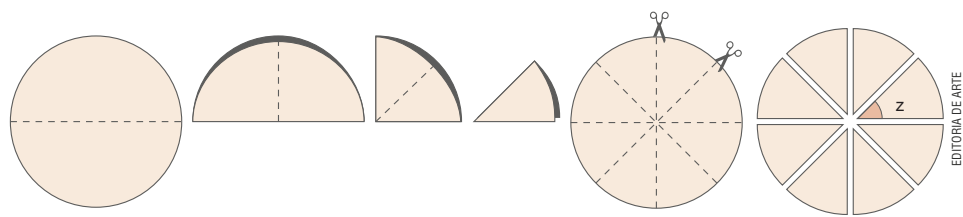
Construção 2

É possível obter 4 partes iguais, com duas dobras.



ILUSTRAÇÕES:
EDITORIA DE ARTE

Construção 3
É possível obter 8 partes iguais, com três dobras.



- a) Qual é a medida do ângulo x ? **180°**
 - b) Cada uma das partes obtidas na construção 1 representa quantos por cento da área do círculo? **50%**
 - c) Qual é a medida do ângulo y ? **90°**
 - d) Cada uma das partes obtidas na construção 2 representa quantos por cento da área do círculo? **25%**
 - e) Qual é a medida do ângulo z ? **45°**
 - f) Cada uma das partes obtidas na construção 3 representa quantos por cento da área do círculo? **$12,5\%$**
- 2.** Construa um círculo e divida-o por meio de dobraduras em um ângulo de 180° , um de 90° e dois de 45° . Assim, você formou 4 setores. Pinte cada um deles de uma cor diferente. Faça uma legenda indicando a cor que corresponde a cada ângulo. **Resposta no final do livro.**
- 3.** Observando as construções feitas na questão 1, responda:
- a) Quantas dobras, no mínimo, serão necessárias para dividir um círculo em 16 partes iguais?
 - b) Que ângulo indica cada uma dessas partes? **$22,5^\circ$** **4 dobras.**
 - c) Cada uma dessas partes representa quantos por cento da área do círculo? **$6,25\%$**
- 4.** No caderno, faça um quadro como este e o complete.

Número de partes em que o círculo foi dividido	Medida do ângulo que cada parte representa	Percentual que cada setor representa
2	180°	50%
4	90°	25%
8	45°	$12,5\%$
16	$22,5^\circ$ ou $22^\circ30'$	$6,25\%$

Agora, com base no quadro que você construiu, qual relação você pode observar entre o número de partes em que o círculo foi dividido, as medidas dos ângulos e o percentual que cada uma dessas partes representa?

- 5.** No caderno, construa um gráfico de setores que traduza a seguinte situação: Joana e suas irmãs ganham por mês uma quantia de seus pais. Joana, que é a mais velha, ganha o dobro de sua irmã Joaquina. As gêmeas Jussara e Júlia, as caçulas, ganham, cada uma, metade da quantia que Joaquina ganha. **Resposta no final do livro.**

Pedir aos alunos que façam as atividades propostas, relacionando-as com o que aprenderam sobre ângulos e porcentagem. Se necessário, reforçar a ideia de que o círculo inteiro representa 100%. Em seguida, discutir com eles as estratégias que utilizaram para a resolução dessas atividades.

Além das explorações concretas propostas na **atividade 2**, incentivar os alunos a construir um gráfico de setores utilizando planilhas eletrônicas. Primeiramente, eles deverão coletar os dados para a pesquisa que desejam realizar.

Simetria

Aqui iniciamos o estudo das transformações geométricas que envolvem a simetria. Para trabalhar a noção de simetria, observar elementos da natureza, de obras de arte e arquitetônicas é um campo muito fértil.

Se julgar adequado, aproveitar o momento e levar para a sala de aula material de consulta para os alunos trabalharem em grupos. Pedir a eles que procurem figuras que tenham simetria e comparem com outras assimétricas (ou, se possível, indicar onde eles podem buscar na internet).

AMPLIANDO

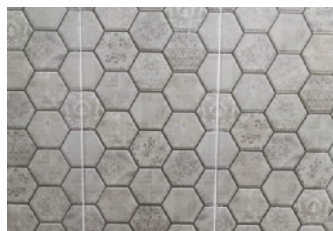
Link

Acessar também o jogo do *link* a seguir e ver como um mesmo motivo de mosaico pode gerar diferentes imagens dependendo do seu preenchimento. Disponível em: <<http://livro.pro/ma8u8v>>. Acesso em: 12 out. 2018.



SIMETRIA

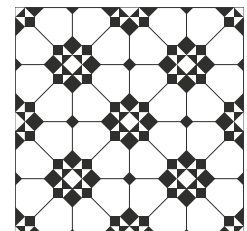
À medida que aprende novos conteúdos, você adquire uma nova visão do espaço ao seu redor e começa a reconhecer alguns dos conceitos estudados em vários ambientes; por exemplo, reconhecer figuras geométricas nas faces dos revestimentos que observa no dia a dia. Você já reparou que o revestimento de algumas calçadas e composições feitas com azulejos formam desenhos que se repetem? Esses são exemplos de **mosaicos**.



➤ Mosaico de textura cinza e preto.



➤ Mosaico do calçamento da praia de Copacabana.



➤ Mosaico vitoriano vintage.

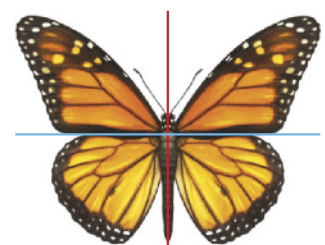
A produção de mosaicos, em que um **padrão** (também chamado **motivo**) se repete, envolve diversos conceitos matemáticos ligados a figuras geométricas e **simetria**.

☞ A ideia de simetria

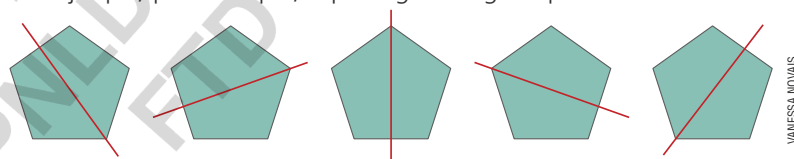
Você pode verificar se uma figura plana apresenta **simetria** traçando uma linha reta que divide a figura em duas partes de modo que dobrando a figura nessa linha, as duas partes se sobreponham e coincidam. Se essa linha reta existir, a figura apresenta simetria e a linha é um **eixo de simetria** da figura.

A simetria tem presença marcante na natureza e o ser humano procura reproduzi-la nos objetos e nas construções arquitetônicas que faz. Veja um exemplo:

Observe que uma figura não apresenta, necessariamente, um único eixo de simetria. Veja que, por exemplo, o pentágono regular possui cinco desses eixos.



➤ A imagem de uma borboleta nos dá a ideia de simetria. Observe que a reta vertical é um eixo de simetria, enquanto a reta horizontal não é.



Tipos de simetria

Vimos que uma figura plana pode apresentar simetria. No entanto, essa ideia não fica restrita apenas a uma figura. Duas figuras podem ser simétricas uma à outra.

Vamos, então, estudar os três principais tipos de simetria, que são: **reflexão**, **translação** e **rotação**.

Simetria de reflexão (ou axial)

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 298

Responda às questões no caderno.

1. Observe as Figuras 1 e 2 na malha.

a) Elas têm mesma forma? E mesmo tamanho? **As duas figuras têm mesma forma e mesmo tamanho.**

b) Compare a posição que essas duas figuras se encontram em relação à linha vermelha. O que você observa?

As duas figuras estão em posições opostas em relação à linha vermelha, viradas ao contrário uma em relação à outra e a uma mesma distância da linha.

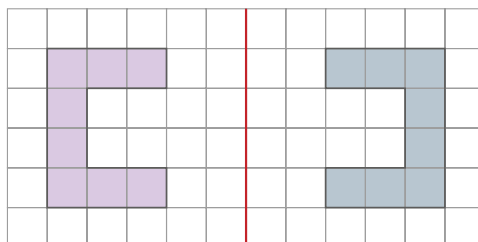


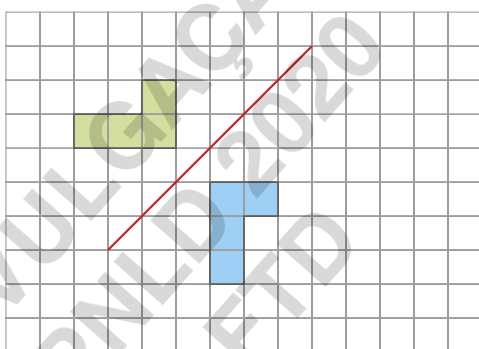
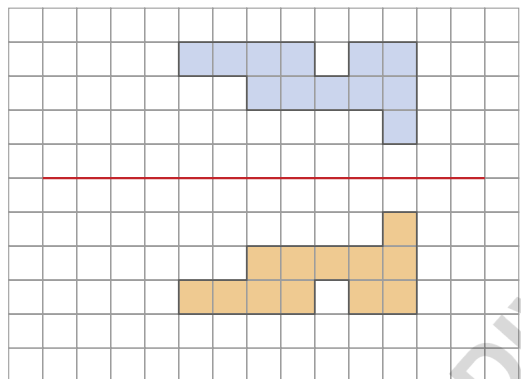
Figura 1.

Figura 2.

Retomando o caso da seção *Pense e Responda*, se dobrássemos a malha quadriculada na linha vermelha, veríamos que as duas figuras se sobreporiam e coincidiriam. Assim, podemos perceber que uma figura é o reflexo da outra em relação à linha vermelha.

Quando duas imagens são reflexo uma da outra e esse reflexo se dá em relação a uma linha, dizemos que há **simetria de reflexão** e a linha é seu **eixo de reflexão** ou ainda que as figuras são **simétricas**.

Observe estes exemplos de simetria de reflexão:



ILUSTRAÇÕES: VANESSA NOVAIS

87

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Pense e responda

Esta seção explora as características da transformação geométrica por meio de uma reflexão em relação a uma reta, ampliando o trabalho que foi feito anteriormente com polígonos representados no plano

cartesiano, em que se experimentaram transformações de reflexão em relação aos eixos coordenados x e y .

A malha quadriculada pode ser um bom recurso para que os alunos percebam as características da imagem refletida em relação à figura original e ao eixo de reflexão.

Um trabalho de ampliação pode ser feito. Pedir aos alunos que desenhem um polígono e a reta que será o eixo de reflexão e troquem de desenho com um colega, para que cada um construa a imagem refletida no desenho criado pelo outro. Depois, solicitar a eles que se reúnam para discu-

tir as construções efetuadas. Em uma roda de conversa, cada dupla apresenta o que fizeram, socializando com o restante da turma.

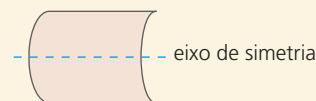
Ressaltar a principal característica desse tipo de transformação: preservar a forma e o tamanho da figura original, modificando exclusivamente a posição.

AMPLIANDO

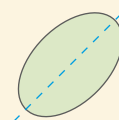
Atividade complementar

1. Com os alunos reunidos em duplas, distribuir folhas com desenhos de figuras (com linhas tracejadas, dividindo a figura em duas partes) para que eles procurem simetrias (fazer figuras simétricas e figuras assimétricas). Pedir aos alunos que utilizem um pequeno espelho plano, com cuidado. Colocando o espelho sobre a linha tracejada, perpendicularmente à folha, eles devem observar que o reflexo de uma parte da figura aparecerá exatamente sobre a outra parte, caso a figura seja simétrica. Nesse caso, a linha tracejada é um eixo de simetria da figura.

2. Entregar figuras planas que não sejam polígonos para que os alunos tracem eixos de simetria, quando eles existirem. A seguir, apresentamos exemplos de figuras que podem ser utilizadas. A reta tracejada azul é um eixo de simetria (apresentar as figuras sem esse eixo traçado).



eixo de simetria



Figuras simétricas.

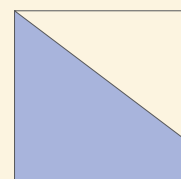


Figura assimétrica, não há eixo de simetria.

EDITORIA DE ARTE

EDITORIA DE ARTE

Simetria de translação

Nesta página é explorada a transformação geométrica de translação, que também preserva o tamanho e a forma, mudando apenas a posição. Esclarecer que transformações que têm essa característica são denominadas isometrias.

Esse trabalho pode ser enriquecido com o uso de mosaicos e vitrais em que essas transformações aparecem comumente.

Propor figuras para os alunos construírem translações, auxiliando-os nas medidas das distâncias, na construção dos ângulos (com o transferidor). Nas translações em que a direção é diferente da horizontal ou da vertical, precisamos conhecer o ângulo que determina essa direção em relação à horizontal ou transferir o ângulo dado (com régua e compasso) pela indicação do segmento orientado para determinar a direção da translação. Depois, transferir o segmento orientado para efetuar a translação (que determina distância e sentido) na direção demarcada como pode ser observado na parte inferior desta página.

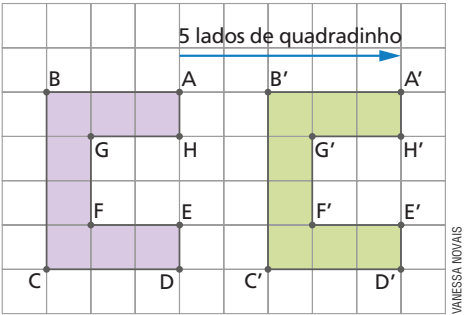
AMPLIANDO

Link

Para ampliar o trabalho com as obras de Maurits C. Escher e conhecer um pouco mais desse artista, se possível, acessar o *link* a seguir: <<http://artenarede.com.br/blog/index.php/escher-mais-matematica-na-arte>>. Acesso em: 12 out. 2018.

Simetria de translação

Vamos retomar a Figura 1 e observá-la com a Figura 3, ambas desenhadas na malha quadriculada.



O ponto A da Figura 1 tem, na Figura 3, o ponto A' como seu correspondente. Além disso, o ponto A está a cinco lados de quadradinho do ponto A'.

PENSE E RESPONDA

1. Considerando os demais pontos destacados na Figura 1, a quantos lados de quadradinho de distância eles estão de seus correspondentes na Figura 3?
Todos os pontos da Figura 1 estão a cinco lados de quadradinho de distância de seu correspondente na Figura 3.

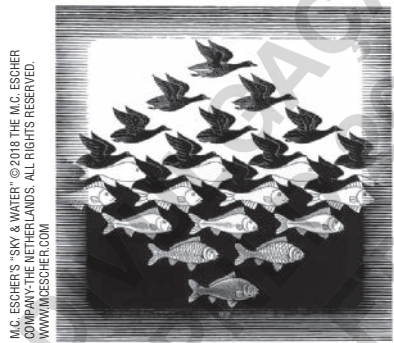
Resoluções na p. 298

Observe que todos os pontos da Figura 1 tem seus correspondentes na Figura 3 em uma mesma direção (horizontal), seguindo um mesmo sentido (da esquerda para a direita) e a uma mesma distância (cinco lados de quadradinho), conservando a forma e o tamanho da figura original.

Note que as duas imagens podem ser sobrepostas de uma maneira que elas coincidam, no entanto, diferentemente da simetria de reflexão, uma imagem não é reflexo da outra. Nesse caso, dizemos que as duas figuras são **simétricas** e que há entre elas uma **simetria de translação**.

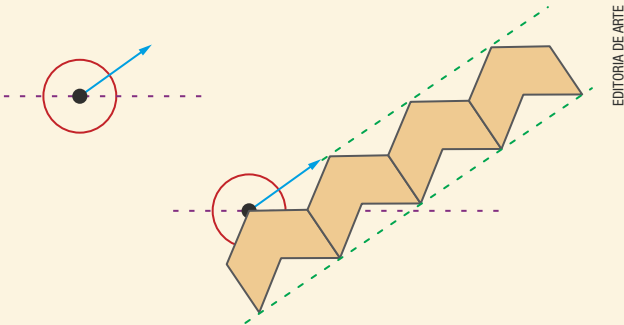
SAIBA QUE

Transladar é transferir para outro lugar.



A simetria de translação é uma simetria muito usada em produções artísticas. Ela aparece bastante, em especial, nos trabalhos do arquiteto holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972), famoso artista gráfico.

Escher M. C. **Céu e água**. 1938. Xilogravura em branco e preto em papel pôster, 55 cm x 65 cm.



Simetria de rotação

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 299

1. Use lápis, uma folha de papel quadriculada, uma folha de papel sulfite, tesoura, um palito de sorvete, uma tachinha, régua e fita adesiva para realizar esta atividade.



Desenhe uma figura, recorte-a e fixe-a em um palito de sorvete. Usando uma tachinha, prenda uma extremidade do palito e desenhe o contorno da figura em uma folha.



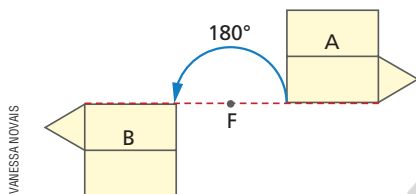
Gire o palito de sorvete e desenhe novamente o contorno da figura. Retire o palito e trace, a partir do ponto representado pela tachinha dois segmentos de reta: um até um vértice do primeiro desenho e outro até o vértice correspondente no segundo desenho.

- a) Obtenha a medida de comprimento dos dois segmentos de reta traçados e depois compare-os. **Os dois segmentos têm a mesma medida.**
- b) Faça, para os demais vértices, a mesma análise do item anterior. A qual conclusão podemos chegar? **A medida do comprimento de um segmento de reta é sempre igual quando comparada a do segmento formado pelo ponto correspondente e o ponto indicado pela tachinha.**

Note que as duas imagens obtidas podem ser sobrepostas de maneira que elas coincidam, embora não tenhamos simetria de reflexão nem simetria de translação.

Nesse caso, dizemos que as duas figuras são **simétricas** e que há entre elas uma **simetria de rotação**.

O ponto fixo ao redor do qual a figura gira (indicado pela tachinha) é chamado de **centro de rotação** e o giro dado nos dá a ideia do **ângulo de rotação**. Veja a representação a seguir:



- A Figura B é simétrica à Figura A por simetria de rotação, com ângulo de rotação de 180° no sentido anti-horário e centro de rotação no ponto F.

SAIBA QUE

Sentido horário é aquele que segue o sentido dos ponteiros de um relógio; sentido anti-horário é contrário ao sentido dos ponteiros do relógio.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Simetria de rotação

Propor figuras para os alunos construírem rotações, utilizando régua e compasso, auxiliando-os no traçado das circunferências. Pode-se pedir que fiquem em duplas na realização da construção. Procurar formar as duplas colocando juntos um aluno que já tenha destreza com esses instrumentos e outro que tenha mais dificuldade, para que troquem experiências.

AMPLIANDO

Link

Em <<http://livro.pro/jtmh2i>> (acesso em 12 out. 2018), os alunos podem observar uma simulação de como ocorrem as transformações geométricas. Além da reflexão em uma reta, translação e rotação, mostra-se também mais um tipo de isometria: a reflexão deslizante, que pode ser comentada com os alunos (é uma composição de uma reflexão em uma reta e de uma translação).

Para ampliação e enriquecimento de seu trabalho sobre os tipos de simetria, acesse os links <<http://livro.pro/qc73gm>> e <<http://livro.pro/rygv8>>. Acessos em: 12 out. 2018.

Atividades

As atividades deste bloco exploram a noção de simetria, o reconhecimento de figuras simétricas e a identificação de seus eixos de simetria e os três tipos de isometrias estudados: a reflexão numa reta, a translação e a rotação, e as composições entre elas.

Sugere-se que os alunos realizem essas atividades em duplas, para que a discussão amplie o repertório de estratégias de resolução dos alunos e consolide a compreensão dos conceitos.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. O que é necessário para ficar determinada:

- a) uma translação?
- b) uma rotação?

Nesta atividade, espera-se que os alunos identifiquem que:

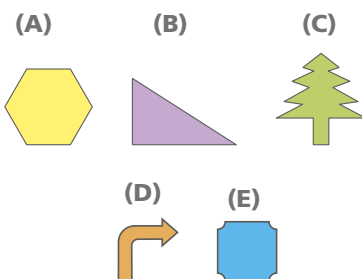
- uma translação está determinada quando são dados a direção, o sentido e a distância do movimento a ser efetuado;
- uma rotação está determinada quando são dados o ângulo que se deve girar, o sentido do giro e o centro da rotação.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 299

Responda às questões no caderno.

1. Quais das figuras a seguir apresentam simetria? *As figuras A, C e E.*



2. Indique quantos eixos de simetria tem cada figura.

a) **A** 1

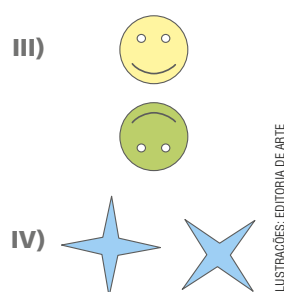
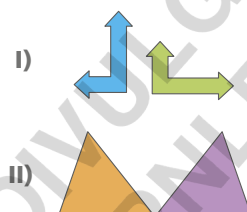
b) 4

c) 6

d) **1** 0

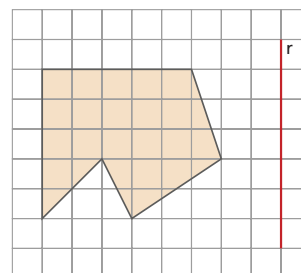
e) **H** 2

3. Quais pares de figuras a seguir mostram uma reflexão por um eixo? *II e III.*



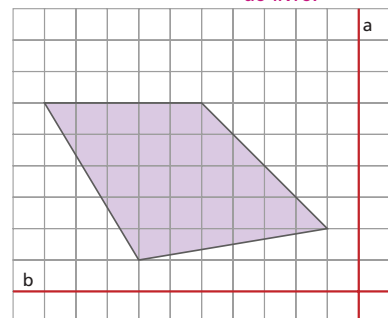
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

4. Reproduza a figura a seguir em um papel quadriculado e desene sua imagem refletida em relação à reta *r*.



Resposta no final do livro.

5. Reproduza em uma malha quadriculada a figura a seguir. *Respostas no final do livro.*

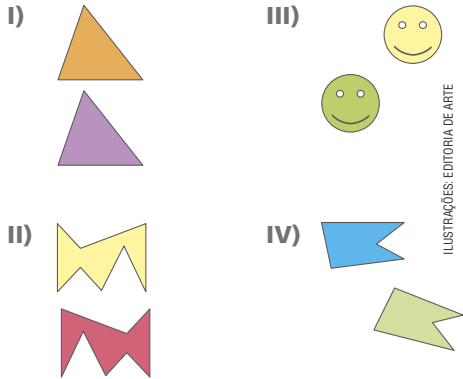


ILUSTRAÇÕES: VANESSA NOVAIS

- a) Desenhe, na mesma malha quadriculada, uma figura que seja simétrica à primeira por simetria de reflexão em relação ao eixo *a*.
- b) Desenhe, na mesma malha quadriculada, uma figura que seja simétrica à primeira por simetria de reflexão em relação ao eixo *b*.

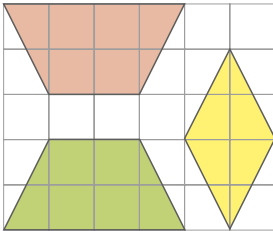
Não, pois o ângulo de rotação entre essas figuras é de 120° no sentido anti-horário, considerando a Figura 4 obtida como rotação da Figura 2.

6. Quais dos pares de figuras a seguir apresentam figuras simétricas por simetria de translação? I e III.



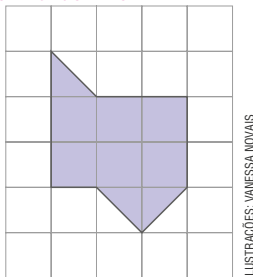
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

7. Em uma malha quadriculada use os motivos (padrões) a seguir e crie um mosaico decorativo. Resposta pessoal.



8. Reproduza a figura a seguir em uma malha quadriculada e, na mesma malha, desenhe uma figura que apresente, com a primeira, simetria de translação de tal modo que cada vértice da primeira figura esteja a cinco quadradinhos à direita de seu correspondente na segunda figura.

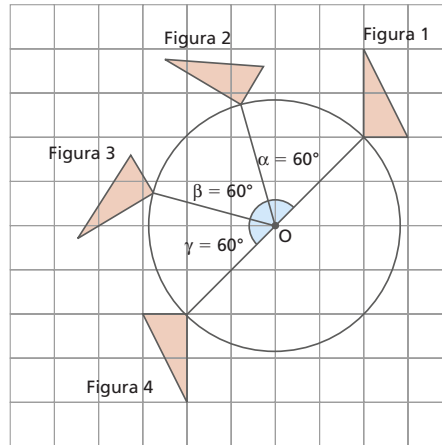
Resposta no final do livro.



ILUSTRAÇÕES: VANESSA NOVAIS

10. É uma simetria de rotação com centro de rotação no ponto de encontro das nadadeiras desses dois peixes e um ângulo de rotação de 180° , no sentido horário ou no sentido anti-horário.

9. Observe a figura a seguir que mostra uma circunferência de centro O e quatro figuras (1, 2, 3 e 4) simétricas entre si por simetria de rotação.



Com base na imagem responda:

- a) Qual o ângulo de rotação entre as Figuras 1 e 4? 180° no sentido horário ou anti-horário.
b) Esse é o mesmo ângulo de rotação entre as figuras 2 e 4? Por quê?

10. A figura a seguir é da xilogravura *Limite circular III* de Escher, feita em 1959. Observe no centro dela os dois peixes laranjas. Sabendo que são simétricos, detalhe a simetria que há entre eles.

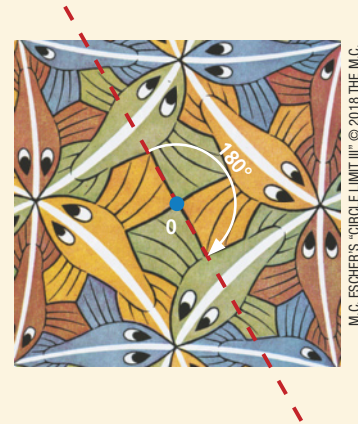


M.C. ESCHER'S "CIRCLE LIMIT III" © 2018 THE M.C. ESCHER COMPANY/THE NETHERLANDS. ALL RIGHTS RESERVED. WWW.MCESCHER.COM

- ESCHER, M. C. *Limite circular III*. 1959. Segundo estado em amarelo, verde, azul, marrom e preto.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na atividade 11, o aluno deve perceber que uma rotação de 180° (no sentido horário ou anti-horário) e centro no ponto O (encontro das nadadeiras dos dois peixes amarelos) leva um peixe amarelo ao outro peixe de mesma cor. Essa rotação também leva um peixe verde ao outro de mesma cor, como mostra a figura a seguir.



M.C. ESCHER'S "CIRCLE LIMIT III" © 2018 THE M.C. ESCHER COMPANY/THE NETHERLANDS. ALL RIGHTS RESERVED. WWW.MCESCHER.COM

Tecnologias

Os polígonos costumam estar sempre presentes em exposições de arte e tecnologia. É muito importante ressaltar para os alunos que, assim como a Matemática perpassa variadas áreas do conhecimento, ela está inserida também nas diversas manifestações artísticas. Explorar recursos diferentes do GeoGebra auxilia os alunos a aprofundar seus conhecimentos, incentivando, inclusive, a investigação de outras funções ainda desconhecidas por eles.

Encorajá-los a pesquisar vídeos e sites que ensinam a explorar os recursos dos softwares utilizados, o que propiciará o desenvolvimento de uma autonomia na aprendizagem.

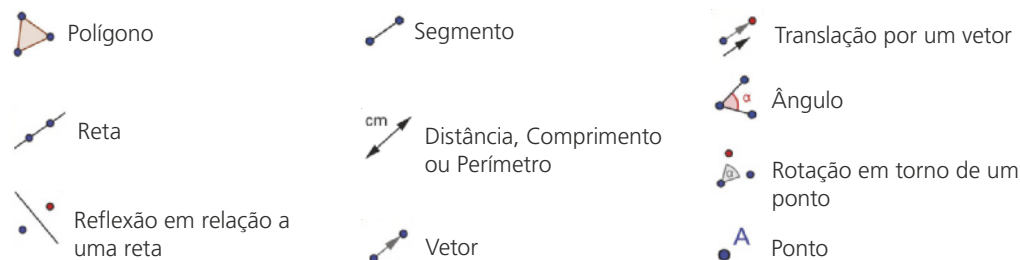
TECNOLOGIAS

Resoluções
na p. 299



Simetrias com GeoGebra


Aproveitando seus conhecimentos construídos nesta Unidade, vamos utilizar as ferramentas de simetria do software GeoGebra e fazer algumas construções.

Ferramentas que serão utilizadas:



• Simetria de reflexão

Usando a ferramenta , desenhe um polígono qualquer e depois, usando a ferramenta , trace uma reta qualquer que **não** corte o polígono desenhado.



Em seguida, usando a ferramenta , clique primeiro no polígono criado e, em seguida, na reta traçada para obter uma figura simétrica por reflexão. Veja ao lado um exemplo.


Depois, usando a ferramenta , determine a distância entre os vértices da primeira figura e a reta traçada, bem como entre a reta traçada e os vértices da segunda figura.


Responda às questões no caderno.

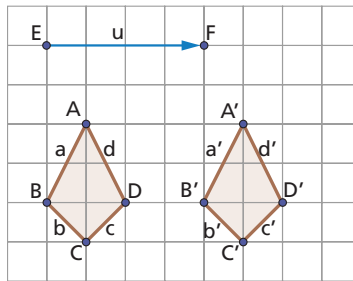
1. Analisando as medidas obtidas, o que podemos observar?
A distância entre um vértice e a reta, bem como distância entre a reta e seu vértice correspondente, são iguais.
2. Ao traçar a reta nessa construção, foram destacados dois pontos. Com o mouse clique sobre um dos pontos e arraste-o. O que acontece com as medidas obtidas? Elas ainda seguem a mesma observação da questão anterior?
As medidas se alteram, mas é mantida a igualdade observada anteriormente.

• Simetria de translação

Usando a ferramenta , desenhe um polígono qualquer e depois, usando a ferramenta , desenhe um vetor horizontal acima do polígono desenhado.

Em seguida, usando a ferramenta , clique, primeiro, no polígono criado e, em seguida, no vetor traçado para obter uma figura simétrica por translação. Veja o exemplo ao lado.


Depois, usando a ferramenta , determine a distância entre os vértices correspondentes das duas figuras.





SAIBA QUE


Vetor é um objeto matemático que tem direção, sentido e comprimento.

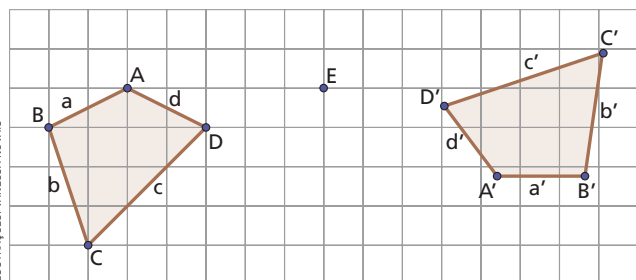
Responda às questões no caderno.



1. Analisando as medidas obtidas, o que podemos observar? *Todas as medidas são iguais.*
2. Ao desenhar o vetor, dois pontos ficaram destacados. Use a ferramenta  e determine a distância entre eles (comprimento do vetor). Compare, então, esse valor com as medidas obtidas durante a construção. O que podemos concluir?
3. Com o *mouse*, clique no ponto *F* do vetor e depois movimente-o. O que ocorre com a segunda imagem criada? A relação existente entre o comprimento do vetor e as distâncias entre os vértices permanece a mesma? *A segunda imagem se movimenta na mesma direção do vetor; a relação permanece a mesma: o comprimento do vetor é igual à distância entre os vértices da primeira figura e seus correspondentes na segunda figura.*

• Simetria de rotação

Usando a ferramenta , desenhe um polígono qualquer e depois, usando a ferramenta , clique em qualquer lugar fora do polígono desenhado (que será o centro de rotação).

Depois, usando a ferramenta , clique, primeiro, no polígono construído e, em seguida, no ponto determinado. Escolha o ângulo e o sentido de rotação (lembre-se do valor desse ângulo). Dessa forma obtém-se uma imagem simétrica por rotação. Veja a seguir um exemplo:



Agora, usando a ferramenta , desenhe um segmento de reta do vértice *A* ao centro de rotação e outro do centro de rotação ao vértice *A'*. Em seguida, usando a ferramenta , meça o menor ângulo determinado por esses dois segmentos (caso você tenha escolhido um ângulo menor que 180°) ou o maior ângulo (caso tenha escolhido um maior que 180°).

Responda às questões no caderno.

1. Comparando a medida do ângulo obtida com a medida escolhida como ângulo de rotação, o que podemos observar? *As duas medidas são iguais.*
2. Faça o mesmo trabalho para os demais pontos do polígono. O que podemos concluir? *Todos os ângulos formados possuem a mesma medida, a do ângulo de rotação.*

Se possível, é interessante que os alunos realizem as construções descritas para cada tipo de simetria utilizando o GeoGebra, de modo a praticar o uso das ferramentas de simetria apresentadas.

AMPLIANDO

Link

O site <<http://livro.pro/2p9ezj>> (acesso em 25 out. 2018) é todo voltado para o *software* GeoGebra. Nele, é possível encontrar vários vídeos sobre como usar esse *software*, desde sua instalação e construções básicas da Geometria até cursos mais complexos do que pode ser feito com o *software*. A seção do site **Perguntas e respostas** apresenta alguns tutoriais de como usar o GeoGebra.

Retomando o que aprendeu

O objetivo das atividades desta seção é propiciar aos alunos que retomem os conteúdos estudados na Unidade e, caso seja necessário, façam retomadas para sanar as dúvidas que podem surgir.

Se achar conveniente, antes de iniciar as atividades, propor aos alunos que façam um fluxograma dos conteúdos trabalhados nesta Unidade, com o objetivo de retomar, organizar e sistematizar as ideias e definições.

Os alunos podem fazer essas questões como uma auto-avaliação; por isso, eles devem respondê-las individualmente. É interessante sugerir que realizem essas atividades em sala de aula, assim poderão discutir eventuais dúvidas com os colegas, por exemplo. Orientá-los a consultar o livro para tirar dúvidas e buscar informações.

Enfatizar a necessidade de resolverem os exercícios individualmente, buscando informações de forma autônoma, escolhendo suas fontes para chegar aos resultados. Conversar com os alunos sobre seus acertos e erros, indicando a correção com intervenções pontuadas, isto é, dando pistas de quais caminhos eles poderão buscar para encontrar o resultado esperado.

Será valioso para o desenvolvimento da autonomia intelectual dos alunos que percebam seus processos de aprendizagem, suas dificuldades e a busca de informações.

Se ainda persistirem dúvidas, orientar a trocar ideias com os colegas e a buscar no livro os conceitos que precisam lembrar.

Dar oportunidade para os alunos mostrarem como pensaram para resolver as questões, tirando as dúvidas dos colegas.

2. c) O quadrado obtido ficará no 4º quadrante e seus lados terão a mesma medida

dos lados do quadrado original.

As coordenadas dos vértices serão: $(1, -1)$, $(1, -5)$, $(5, -1)$ e $(5, -5)$.

RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções na p. 299

2. d) O quadrado obtido ficará no 2º quadrante e seus lados terão a mesma medida dos lados do quadrado original. As coordenadas dos vértices serão: $(-1, 1)$, $(-1, 5)$, $(-5, 1)$ e $(-5, 5)$. Responda às questões no caderno.

1. Considere os polígonos identificados a seguir.

- Triângulo: as coordenadas dos vértices são: $(1, 4)$, $(9, 4)$ e $(9, 1)$.
- Retângulo: tem um lado sobre o eixo x e dois vértices com coordenadas: $(1, -3)$ e $(6, -3)$.

Agora, faça o que se pede:

- Represente cada polígono em um plano cartesiano. **Resposta no final do livro.**
- Efetue uma transformação no triângulo de modo que se obtenha outro triângulo de mesmo tamanho na posição oposta em relação ao eixo x . Descreva o que foi feito. **Multiplicar por -1 a coordenada do eixo vertical (y) de cada vértice.**
- Efetue a seguinte transformação no retângulo: multiplique por -1 a coordenada do eixo vertical (y) de cada vértice e, depois, por 2 todos os valores das coordenadas obtidas. **Resposta no final do livro.**
- Determine as coordenadas dos polígonos transformados em cada caso.

2. Um quadrado foi representado em um plano cartesiano e seus vértices têm as seguintes coordenadas: $(-1, -1)$, $(-1, -5)$, $(-5, -1)$ e $(-5, -5)$.

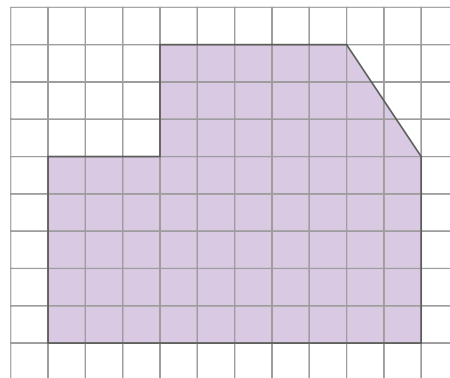
- Em que quadrante esse quadrado está desenhado? **No 3º quadrante.**
- Descreva o que ocorre com esse quadrado quando se multiplicam todas as coordenadas de seus vértices por -2 .
- Descreva o que acontece com esse quadrado quando se multiplicam todas as abscissas de seus pontos por -1 . Quais serão as coordenadas dos vértices do quadrado obtido?
- Descreva o que acontece com esse quadrado quando se multiplicam todas as ordenadas de seus pontos por -1 . Quais serão as coordenadas dos vértices desse quadrado?

Triângulo: $(1, -4)$, $(9, -4)$ e $(9, -1)$.

Retângulo: $(2, 6)$, $(12, 6)$, $(2, 0)$ e $(12, 0)$.

94

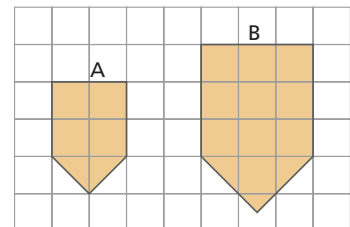
3. Considere a figura a seguir.



Escolha um fator de ampliação e desenhe a figura ampliada.

Resposta no final do livro.

4. Observe as figuras a seguir e identifique a resposta correta.



As medidas dos lados da figura A foram ampliadas quantas vezes para a obtenção da figura B? **Alternativa d.**

- três vezes.
- duas vezes e meia.
- duas vezes.
- uma vez e meia.

5. Uma figura obtida por meio de uma transformação de um polígono representado no 1º quadrante está localizada no 4º quadrante. Além disso, os lados dessa figura têm o dobro das medidas dos lados correspondentes do polígono original. Descreva como essa figura foi obtida. **Resposta no final do livro.**

O quadrado transformado fica desenhado no 1º quadrante com o dobro da medida do lado do quadrado original.

Um novo olhar

Os questionamentos existentes no encerramento desta Unidade poderão permitir, além da retomada dos conteúdos apresentados, diferentes reflexões e sistematizações. É importante que os alunos respondam individualmente a cada uma das questões para que possam perceber suas próprias conquistas e possíveis dúvidas sobre cada conteúdo estudado na Unidade.

A primeira questão recapitula as transformações de um polígono representado no plano cartesiano.

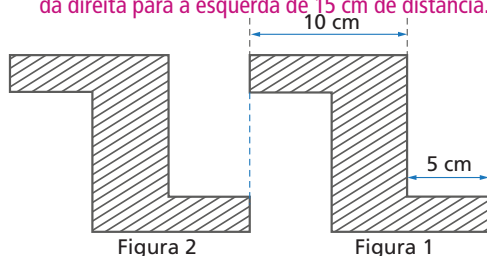
Na segunda questão, os alunos são levados a expor o que entenderam sobre fator de ampliação. Se julgar adequado, pode-se ampliar perguntando também sobre o fator de redução.

Na terceira questão, uma possível semelhança pode ser o fato de todas essas transformações preservarem a forma e o tamanho das figuras. Uma diferença pode ser sobre os elementos que caracterizam cada uma dessas transformações:

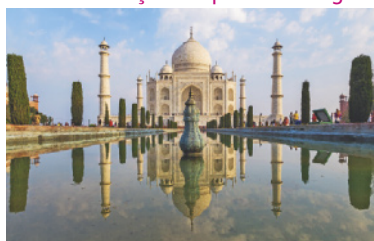
- na reflexão numa reta, é a reta que determina a transformação;
- na translação, precisamos de uma direção, um sentido e uma dada distância fixa;
- e, na rotação, necessitamos do ângulo de rotação, do sentido do giro e do centro de rotação.

E a última questão retoma o uso do GeoGebra para construir uma figura simétrica por rotação.

6. A figura 1 e a figura 2 são simétricas. Identifique a simetria que há entre elas e os valores envolvidos nessa simetria. Uma translação na direção horizontal da direita para a esquerda de 15 cm de distância.

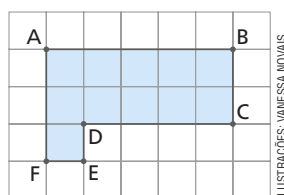


7. O espelho d'água do Taj Mahal pode ser associado à ideia de uma reflexão, uma translação ou uma rotação? Reflexão em relação à superfície do lago.



Entrada principal do Taj Mahal. Foto tirada em 2015.

8. Reproduza a figura a seguir no caderno e faça o que se pede.



ILUSTRAÇÕES: VANESSA NOVAIS

No polígono ABCDEF:

- Desenhe uma figura simétrica por reflexão em relação à reta que passa pelos vértices E e F. Respostas no final do livro.
 - Desenhe uma figura simétrica por uma translação na direção vertical de cima para baixo com a distância $2 \cdot BC$.
 - Desenhe uma figura simétrica por uma rotação de 180° no sentido anti-horário com centro no ponto E.
9. Desenhe uma figura na malha quadriculada e elabore uma atividade sobre transformação no plano e dê a um amigo para resolvê-la. Em seguida, corrija sua atividade. Resposta pessoal.

UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, estudamos as transformações geométricas de figuras planas, em particular de polígonos. Exploramos as transformações de polígonos representados no plano cartesiano conhecendo as coordenadas de seus vértices, ampliação e redução de figuras, com o auxílio de malhas quadriculadas.

Além disso, vimos como uma figura pode apresentar simetria e como figuras podem ser simétricas entre si por reflexão em torno de um eixo, bem como por translação e por rotação em torno de um centro.

Vamos retomar as aprendizagens desta Unidade e refletir sobre elas:

- Conhecendo as coordenadas dos vértices de um polígono, como podemos fazer transformações no plano cartesiano com esse polígono? Multiplicando as coordenadas dos vértices por um número não nulo.
- O que é fator de ampliação?
- Você saberia descrever semelhanças e diferenças entre as simetrias de reflexão em torno de um eixo, a de translação e a de rotação em torno de um centro? Resposta pessoal.
- Se uma pessoa desenhar uma figura utilizando o software GeoGebra e quisesse fazer uma figura simétrica a ela por rotação, como você a ensinaria a fazer isso? Resposta pessoal.

É o número pelo qual se multiplicam todas as medidas dos lados de um polígono para obter sua ampliação.

Pedir aos alunos que leiam as informações apresentadas no texto e na tirinha. Incentivá-los a compartilhar os conhecimentos que possuem acerca do assunto e os detalhes que lhes chamaram mais a atenção. Esta atividade poderá ser ampliada nas aulas de Língua Portuguesa ou Geografia, lembrando os ecossistemas que podem ser prejudicados pelo descarte incorreto de lixo e as características dos gêneros textuais “tirinhas” e “charges”.

Quanto à proposta do projeto de descarte correto, retomar com a turma a importância do trabalho em equipe, do planejamento e da identificação e do respeito aos papéis e responsabilidades de cada integrante de um grupo. Convidar os alunos a se reunirem em quartetos (de preferência, com as pessoas de pouco convívio) para que possam realizar uma pesquisa e uma apresentação sobre o descarte de lixo (incluindo o lixo eletrônico) e o que podem fazer na comunidade para melhorar a situação.

A separação do lixo é feita por meio de cestos com diferentes cores, que identificam diferentes tipos de resíduos, facilitando a coleta. Essas cores são padronizadas de acordo com uma resolução do Conselho Nacional do Meio Ambiente (Conama). Confira os padrões:

- azul: papel/papelão;
- vermelho: plástico;
- verde: vidro;
- amarelo: metal;
- preto: madeira;
- laranja: resíduos perigosos;
- branco: resíduos ambulatoriais e de serviços de saúde;
- roxo: resíduos radioativos;
- marrom: resíduos orgânicos;
- cinza: resíduo geral não reciclável ou misturado, ou contaminado não passível de separação.

🌀 Educação ambiental – arte e lixo

Entendem-se por educação ambiental os processos por meio dos quais o indivíduo e a coletividade constroem valores sociais, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltadas para a conservação do meio ambiente, bem de uso comum do povo, essencial à sadia qualidade de vida e sua sustentabilidade.

BRASIL, Ministério do Meio Ambiente. **Política Nacional de Educação Ambiental** – Lei nº 9.795/1999, Art 1º. Disponível em: <<http://www.mma.gov.br/educacao-ambiental/politica-de-educacao-ambiental>>. Acesso em: 26 out. 2018.

A Educação Ambiental é uma ferramenta de fundamental importância na busca pelo desenvolvimento sustentável, pois proporciona um amplo processo de alfabetização e conscientização ecológica. Conforme definido no Congresso de Belgrado em 1975, a Educação Ambiental é um processo que visa: 📍



[...] formar uma população mundial consciente e preocupada com o ambiente e com os problemas que lhe dizem respeito, uma população que tenha os conhecimentos, as competências, o estado de espírito, as motivações e o sentido de participação e engajamento que lhe permita trabalhar individualmente e coletivamente para resolver os problemas atuais e impedir que se repitam. [...]

SEARA FILHO, G. Apontamentos de introdução à educação ambiental. **Revista Ambiental**, ano 1, v. 1, p. 42, 1987.

Por ser um tema de grande relevância para toda a sociedade, diversas campanhas são realizadas para conscientizar a população. Diversos segmentos da sociedade reconhecem o problema e buscam expressar em seu trabalho essa preocupação, inclusive por meio da arte.

Leia a tirinha a seguir.



QUINO. *Toda Mafalda*. São Paulo: Martins Fontes, 1991. p. 185.

O artista argentino Joaquín Salvador Lavado Tejón (mais conhecido como Quino) aborda nessa tirinha o problema do descarte das pilhas e baterias de uso doméstico. Essa preocupação do artista vem do fato de que esses dispositivos representam um grande perigo quando descartados incorretamente.

Quando em funcionamento, pilhas e baterias não oferecem riscos, uma vez que o perigo está contido no interior delas. Já, quando são descartadas incorretamente, passam por deformações na cápsula que as envolve (amassam ou estouram) e deixam vazar o líquido tóxico existente no interior da cápsula. Na composição desses dispositivos são encontrados metais pesados, como cádmio, chumbo e mercúrio, e estes materiais são extremamente perigosos à saúde humana. Entre os males provocados pela contaminação com metais pesados estão o câncer e mutações genéticas

Responda às questões no caderno.

1. Você tem algum equipamento no qual são utilizadas pilhas ou baterias? Se sim, o que você faz com as que não são mais utilizadas? Converse com seus colegas sobre o assunto. **Resposta pessoal.**
2. Faça uma pesquisa de como devem ser descartadas as pilhas, as baterias

de celulares e demais componentes eletrônicos. Converse com seus colegas e professor de modo que, juntos, elaborem uma campanha para mobilizar a comunidade escolar e a do bairro onde mora sobre a importância do descarte correto desses componentes.

Resposta pessoal.

O Brasil e a arte que vem do lixo

Sendo a produção e descarte de lixo assuntos tão relevantes para a sociedade é de se imaginar que o Brasil e sua arte também estejam engajados com esse assunto.

Artistas como Vicente José de Oliveira Muniz (Vik Muniz), Flávio Rossi e Debora Muszkat são exemplos de artistas brasileiros que utilizam o lixo como matéria-prima para sua arte. Essas obras buscam, além de reutilizar materiais que foram descartados, mostrar a beleza que pode ser gerada por meio do lixo e chamar a atenção para o lixo descartado. Essas obras são tão expressivas que o documentário *Lixo extraordinário* (sobre a obra de Vik Muniz) concorreu ao Oscar de melhor documentário em 2011.

Veja, a seguir, uma obra de Debora Muszkat, feita a partir do lixo.

MUSZKAT, D.
Transparências – 2009.
Instalação definitiva na
fábrica SGD, produtora
dos frascos de perfume.
Mural de 180 m.



3. Você estudou, na Unidade 3, sobre mosaicos, transformações geométricas e simetria. Crie um grupo com seus amigos e, utilizando materiais de descarte, criem uma obra artística e a exponha para a

classe. Observem as obras expostas e identifiquem algum mosaico, transformação geométrica, simetria ou figuras simétricas. No caso de figuras simétricas, identifique o tipo da simetria. **Resposta pessoal.**

Pedir aos alunos que leiam e respondam aos questionamentos. Estimulá-los a justificar suas respostas. Conversar com a turma sobre a importância da escuta atenta e isenta de julgamento e, ainda, a pertinência do uso de exemplos e argumentos que sustentem nossa opinião.

AMPLIANDO

Link

Para saber mais sobre a educação ambiental, acesse o site do Ministério do Meio Ambiente <<http://livro.pro/78x9gc>>. Acesso em: 25 out. 2018.

GERAIS

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

ESPECÍFICAS

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade

4

O CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

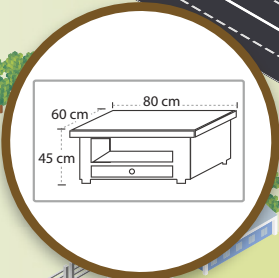
Em determinadas situações do dia a dia, usamos números com vírgula para expressar algumas medidas. Dizemos que esses números são escritos na forma decimal e, assim como os números na forma de fração, são chamados números racionais.

Observe na imagem alguns números usados para indicar:

- 1 Distância entre duas cidades.
- 2 Massa de uma refeição em um restaurante e o preço cobrado por essa refeição.
- 3 Altura máxima permitida para tráfego de veículos sob viadutos.
- 4 Medidas de um móvel.
- 5 Altura de um prédio.
- 6 Tempo de viagem entre duas cidades.

Agora, responda no caderno.

- Você se lembra de alguma situação do dia a dia em que são usados números racionais na forma decimal? **Resposta pessoal.**
- Na imagem, qual é o número usado para indicar o preço da refeição? **42,50.**
- Com a ajuda do professor, use uma fita métrica para medir sua altura. Registre essa medida usando um número na forma decimal. **Resposta pessoal.**



de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático

co-utitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

HABILIDADES p. XIX e XX

Números

- EF07MA05 • EF07MA09
- EF07MA06 • EF07MA10
- EF07MA07 • EF07MA11
- EF07MA08 • EF07MA12

Probabilidade e estatística

- EF07MA35 • EF07MA36

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Abertura de Unidade

Esta Unidade apresenta o conjunto dos números racionais, ampliando a noção desse tipo de número iniciada em anos anteriores.

Também amplia e estende as operações já estudadas no conjunto dos números inteiros para números racionais escritos nas formas decimal e de fração. Além disso, traz a leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos.

A abertura aborda a presença dos números racionais no dia a dia. Pedir aos alunos que deem outros exemplos dos números racionais no cotidiano, tanto na forma decimal quanto na forma de fração.

NO DIGITAL – 2º bimestre

- Ver o plano de desenvolvimento para as Unidades 4 e 5.
- Desenvolver o projeto integrador sobre a relação entre frações e música.
- Explorar as sequências didáticas do bimestre, que trabalham as habilidades EF07MA05, EF07MA06, EF07MA07, EF07MA08, EF07MA09, EF07MA10, EF07MA11, EF07MA12, EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, EF07MA16 e EF07MA18.
- Acessar a proposta de acompanhamento da aprendizagem.



Os números racionais

É de extrema importância que o indivíduo mobilize conhecimentos e procedimentos para resolver problemas; portanto, as intervenções e escolhas do professor são essenciais para que os alunos construam o conhecimento matemático a respeito do conjunto dos números racionais.

Números racionais em contexto

Trabalhar com Números Racionais (numeração decimal, frações, porcentagens, dízimas periódicas, dentre outros), proporciona ao aluno melhor compreensão e atuação no mundo cotidiano. Ao reconhecer e resolver problemas envolvendo os racionais, ele amplia a possibilidade de analisar situações relacionadas ao seu dia a dia, pois esses números estão presentes em grande parte da nossa vida como, por exemplo, em receitas culinárias, dosagem de materiais de limpeza e higiene, jornais e revistas (apresentação para análise de dados nas reportagens ou em gráficos e tabelas), problemas escolares, dentre outros. A sua utilização é muito ampla e significativa.

Atualmente é muito comum o uso de frações, porém houve um tempo em que registros de representações fracionárias não eram conhecidos. O homem a introduziu quando começou a medir e representar medidas. Todos nós sem exceção fazemos medições das mais variadas grandezas e circunstâncias. As frações surgiram exatamente dessa necessidade de medição e distribuição de quantidades.

Os procedimentos de contagem e registro de quantidades, desde os primórdios, exigiam o uso de símbolos, e esses formaram a base dos antigos sistemas de numeração. Os sistemas que não consideravam o valor posicional, diferente do sistema decimal, permitiam apenas o registro de quantidades inteiras encontrando correspondência no conjunto nu-



OS NÚMEROS RACIONAIS

Considere as situações a seguir.

- 1 Em uma cidade, foram registradas, em determinado dia do mês de julho de 2019, a temperatura **mínima** de -6°C e a temperatura **máxima** de $+4^{\circ}\text{C}$. Podemos expressar essas temperaturas da seguinte forma:

$$\bullet -6 = (-6) : 1 = -\frac{6}{1} \quad \bullet +4 = (+4) : 1 = +\frac{4}{1}$$

O número -6 é um exemplo de **número racional inteiro negativo**, enquanto o número $+4$ é um exemplo de **número racional inteiro positivo**.

- 2 Em 2017, o Brasil tinha uma frota de aproximadamente 43,4 milhões de veículos (carros comerciais leves, caminhões e ônibus), segundo estudo do



Trânsito no centro de Curitiba (PR). Foto tirada em 2018.

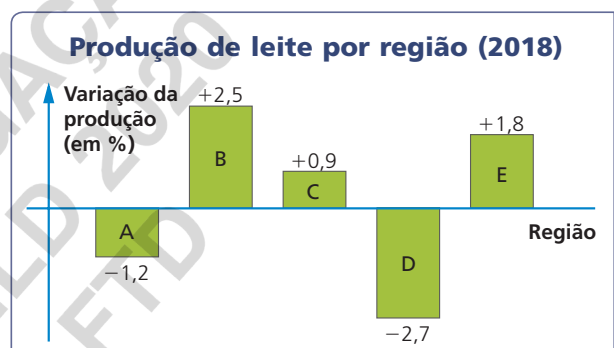
Sindipecas. Dessa frota, mais da **metade** $\left(\frac{1}{2}\right)$ se concentrava na região Sudeste, e pouco mais de **um quinto** $\left(\frac{1}{5}\right)$ estava na região Sul.

Os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$ são exemplos de **números racionais positivos** escritos na forma de fração. Convém lembrar:

$$\bullet \frac{1}{2} = 1 : 2 \quad \bullet \frac{1}{5} = 1 : 5$$

Fonte: SINDIPECAS. **Relatório da Frota Circulante 2018**. Disponível em: <https://www.sindipecas.org.br/sindinews/Economia/2018/R_Frota_Circulante_2018.pdf>. Acesso em: 1º out. 2018.

- 4 O gráfico a seguir mostra a variação, em porcentagem (%), da produção de leite de cinco regiões de um país, em relação ao ano anterior. De acordo com o gráfico, as regiões B, C e E apresentaram crescimento na produção de leite, enquanto as regiões A e D mostraram queda na produção.



Fonte: Dados fictícios.

mérico que denominamos hoje Números Naturais (N).

A criação do zero, posteriormente à criação dos demais algarismos, também é um fator importante na história da Matemática. Caminhando um pouco mais, observa-se que as operações de medições foram intensificadas a partir

da propriedade privada da terra, onde houve a necessidade de comparar medidas que quase sempre não eram possíveis de se expressar por meio de um número natural. Dessa necessidade de comparação de dois números inteiros resultando em um outro não inteiro, surgiram os números racionais chama-

dos também popularmente de números fracionários. [...]

Fonte: FUNDAÇÃO BRADESCO. Disponível em: <https://www.eja.educacao.org.br/areadoeducador/Socializacao/20de%20Prcticas%20Pedaggicas/Colet%C3%A2nea%20de%20Jogos%20e%20Situa%C3%A7%C3%B5es-problemas/Fasc%C3%ADculo%206_Matem%C3%A1tica_2014_Racionais.pdf>. Acesso em: 27 out. 2018.

Os números **+2,5**, **+0,9** e **+1,8** são exemplos de **números racionais positivos** escritos na forma decimal.

Os números **-1,2** e **-2,7** são exemplos de **números racionais negativos** escritos na forma decimal.

Esses números também podem ser expressos na forma de fração, como no caso das porcentagens, e indicam o quociente de dois números inteiros:

$$\bullet +2,5\% = +\frac{2,5}{100} = (+2,5) : 100 = 0,025$$

$$\bullet -1,2\% = -\frac{1,2}{100} = (-1,2) : 100 = -0,012$$

$$\bullet +1,8\% = +\frac{1,8}{100} = (+1,8) : 100 = 0,018$$

$$\bullet -2,7\% = -\frac{2,7}{100} = (-2,7) : 100 = -0,027$$

De modo geral, podemos dizer que todo número racional é o resultado de uma divisão de números inteiros, em que o segundo número é diferente de zero, ou seja:

Todo número racional pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$.

Os números racionais positivos, negativos e o zero formam o conjunto numérico denominado **conjunto dos números racionais**. Esse conjunto é representado pela letra \mathbb{Q} (letra inicial da palavra **quociente**).

🕒 Módulo ou valor absoluto de um número racional

A exemplo do que vimos no conjunto dos números inteiros, temos:

- O módulo ou valor absoluto de $+\frac{5}{3}$ é $+\frac{5}{3}$ ou, apenas, $\frac{5}{3}$.

Indica-se: $\left|+\frac{5}{3}\right| = +\frac{5}{3}$ ou $\left|+\frac{5}{3}\right| = \frac{5}{3}$.

- O módulo ou valor absoluto de $-\frac{3}{7}$ é $+\frac{3}{7}$ ou, apenas, $\frac{3}{7}$.

Indica-se: $\left|-\frac{3}{7}\right| = \frac{3}{7}$ ou $\left|-\frac{3}{7}\right| = \frac{3}{7}$.

- O módulo ou valor absoluto de $-2,63$ é $+2,63$ ou, apenas, $2,63$.

Indica-se: $|-2,63| = +2,63$ ou $|-2,63| = 2,63$.

Quando dois números racionais de sinais contrários têm o mesmo módulo, são chamados **opostos** ou **simétricos**. Veja alguns exemplos:

- $+\frac{2}{3}$ e $-\frac{2}{3}$.

- 15 e -15 .

- $+1$ e -1 .

- $-3,5$ e $+3,5$.

- $+0,32$ e $-0,32$.

- $-\frac{7}{43}$ e $+\frac{7}{43}$.

A reta numérica

Explorar a ampliação dos conjuntos numéricos e a comparação dos números racionais nas duas formas (decimal e de fração).

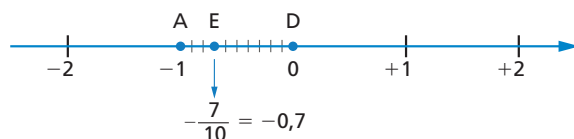
Analisar também a ideia de comparar números racionais pela sua representação (ainda que seja por esboço) na reta numérica.

A reta numérica

Já sabemos que os números inteiros podem ser representados em uma **reta numérica**. O mesmo ocorre com os números racionais. Veja os exemplos a seguir.

- 1 Representar na reta numérica o número racional $-0,7$.

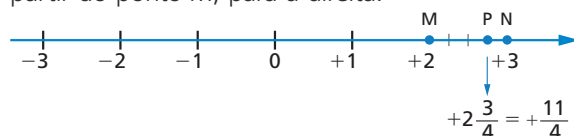
Vamos considerar que $-0,7 = -\frac{7}{10}$ (forma fracionária). O número $-\frac{7}{10}$ está localizado entre os números inteiros -1 e 0 . Então, vamos dividir o segmento AD , que vai de -1 até 0 , em 10 partes iguais e considerar 7 dessas partes, a partir do ponto D , para a esquerda.



O ponto E é a **imagem geométrica** de $-0,7$. O número $-0,7$ é a **abscissa** do ponto E .

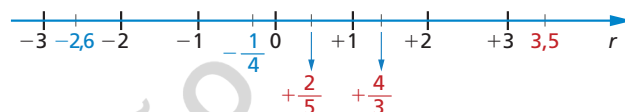
- 2 Representar na reta numérica o número racional $+\frac{11}{4}$.

Como $+\frac{11}{4}$ é maior que 1, vamos escrevê-lo na sua forma mista: $+\frac{11}{4} = +\frac{8}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$. Esse número está localizado entre os números inteiros $+2$ e $+3$. Então, vamos dividir o segmento MN , que vai de $+2$ até $+3$, em 4 partes iguais e considerar 3 dessas partes, a partir do ponto M , para a direita.



O ponto P é a **imagem geométrica** de $+\frac{11}{4}$, e $+\frac{11}{4}$ é a **abscissa** do ponto P .

- 3 Camila fez vários cartões contendo números racionais e os colocou em ordem crescente para colar no caderno, mas sua irmã embaralhou os cartões. Para organizá-los novamente, Camila construiu uma reta numérica e localizou cada número racional correspondente a um de seus cartões.



Sabemos que, quanto mais à esquerda o número se localiza na reta numérica, menor ele é. Desse modo, podemos identificar os números dos cartões e escrevê-los em ordem crescente:

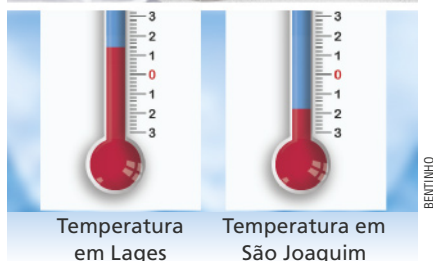
$$-3 < -2,6 < -2 < -1 < -\frac{1}{4} < 0 < +\frac{2}{5} < +1 < +\frac{4}{3} < +2 < +3 < +3,5$$

Na relação de Camila, podemos verificar também:

- números racionais inteiros: -3 , -2 , -1 , 0 , 2 e 3 ;
- número racional negativo não inteiro escrito na forma decimal: $-2,6$;
- número racional negativo na forma de fração: $-\frac{1}{4}$;
- número racional positivo não inteiro escrito na forma decimal: $+3,5$;
- números racionais positivos na forma de fração: $+\frac{2}{5}$ e $+\frac{4}{3}$.

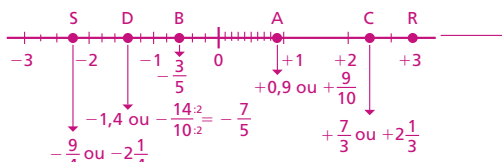
Responda às questões no caderno.

1. Vítor e Helena partiram de Lages (SC) para um fim de semana de inverno em São Joaquim (SC), que fica a 76 quilômetros de Lages.



Em Lages, o termômetro marcava entre 1°C e 2°C , ou seja, entre $+1^{\circ}\text{C}$ e $+2^{\circ}\text{C}$. Para sermos mais exatos, o termômetro marcava $\left(1 + \frac{4}{10}\right)$ grau Celsius acima de zero, ou seja, $+1,4^{\circ}\text{C}$. Em São Joaquim, o termômetro indica uma temperatura entre 1°C abaixo de zero e 2°C abaixo de zero, ou seja, entre -1°C e -2°C . Mais exatamente, o termômetro indica $\left(-1 - \frac{8}{10}\right)$ grau Celsius abaixo de zero, ou seja, $-1,8^{\circ}\text{C}$. Quais dos números apresentados no texto são racionais:

- a) inteiros? 76, 1, 2, -1 e -2 . $+\frac{1}{4}$ e $-\frac{8}{10}$.
b) escritos na forma fracionária? $+\frac{1}{4}$ e $-\frac{8}{10}$.
c) escritos na forma decimal? $+1,4$ e $-1,8$.
Naturais: nenhum; inteiros não naturais: -4 , -10 , $-\frac{40}{5}$; e racionais não inteiros: $-0,3$ e $+\frac{4}{9}$.



2. Escreva estes números racionais na forma fracionária simplificada.

a) $+\frac{3}{18}$ b) $-\frac{12}{15}$ c) $-\frac{55}{66}$
 $+\frac{1}{6}$ $-\frac{4}{5}$ $-\frac{5}{6}$

3. Escreva na forma decimal os seguintes números racionais:

a) $-\frac{13}{4}$ b) $-\frac{1}{40}$ c) $+\frac{3}{20}$
 $-3,25$ $-0,025$ $+0,15$

4. Identifique os números a seguir como naturais, inteiros não naturais ou racionais não inteiros:

-4 ; $+\frac{4}{9}$; -10 ; $-0,3$; $-\frac{40}{5}$

5. Identifique os números associados aos pontos destacados na reta numérica a seguir.



6. Represente em uma reta numérica os pontos:

- A, de abscissa $+0,9$.
- B, de abscissa $-\frac{3}{5}$.
- C, de abscissa $+\frac{7}{3}$.
- D, de abscissa $-1,4$.
- R, de abscissa $+3$.
- S, de abscissa $-\frac{9}{4}$.

7. (Saresp-SP) Das comparações a seguir, qual é a verdadeira? Alternativa d.

- a) $0,40 < 0,31$
b) $1 < \frac{1}{2}$
c) $0,4 > \frac{4}{10}$
d) $2 > 1,9$
- $S = -\frac{5}{3}$, $B = -\frac{1}{3}$,
 $C = +\frac{1}{3}$, $A = +\frac{2}{3}$,
 $R = +\frac{4}{3}$, $P = +\frac{5}{3}$,
 $M = +3$.

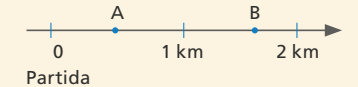
- Conjunto dos números racionais.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b}, a \text{ e } b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. (Saresp-SP) Joana e seu irmão estão representando uma corrida em uma estrada assinalada em quilômetros, como na figura a seguir:



Joana marcou as posições de dois corredores com os pontos A e B. Esses pontos representam o que os corredores já percorreram, respectivamente, em km:

- a) $0,5$ e $1\frac{3}{4}$.
b) $0,25$ e $\frac{10}{4}$.
c) $\frac{1}{4}$ e $2,75$.
d) $\frac{1}{2}$ e $2,38$.

Resolução da atividade

O ponto A está na metade entre as marcações de 0 km e 1 km ; logo, corresponde a $0,5 \text{ km}$ ou $\frac{1}{2} \text{ km}$. Assim, a alternativa correta pode ser o item a ou d.

Como o ponto B está entre as marcações de 1 km e 2 km , o número na reta tem de ser um número entre 1 e 2 . Logo, o ponto B não pode corresponder a $2,38$. Assim, a alternativa correta é o item a, o ponto B corresponde ao número $1\frac{3}{4}$.

Propor aos alunos que façam a atividade em duplas; conceda um tempo para que eles possam discutir a questão, auxiliando-os com indagações e dicas do tipo:

- Como podemos encontrar a posição do número $1\frac{3}{4}$ nessa representação? O que esse número significa?
- Que tal localizar na representação todos os pontos referentes aos números dados nos itens a a d?

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

O objetivo das atividades é propiciar situações em que os alunos representem números racionais na reta numérica, além de localizar e identificar um ponto na reta, no caso de

sua abscissa ser um número racional.

Na atividade 4, retomar com os alunos os conjuntos dos números \mathbb{N} , \mathbb{Z} e \mathbb{Q} .

Desse modo, eles terão como analisar a qual desses conjuntos pertence cada número apresentado:

- Conjunto dos números naturais.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

- Conjunto dos números inteiros.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Adição algébrica de números racionais

Se julgar necessário, retomar com os alunos a adição e a subtração de números racionais positivos, que já viram no ano anterior, e a adição de números inteiros vistos na Unidade 2 deste volume.

AMPLIANDO

Atividade complementar

A tabela a seguir mostra o lucro, em milhares de reais, apurado na produção industrial de uma empresa de janeiro a setembro de 2018.

Produção industrial	
Mês	Lucro apurado
Janeiro	2,9
Fevereiro	0,4
Março	-0,5
Abril	-0,3
Maiο	-0,6
Junho	-1,4
Julho	0,7
Agosto	0,7
Setembro	-0,2

Fonte: Diretoria da empresa, out. 2018.

- a) Em quantos meses a produção industrial apresentou lucro negativo (ou seja, prejuízo)?
- b) Que mês teve o maior lucro (positivo)?
- c) Nesse período, qual foi o lucro total na produção industrial dessa empresa?

Resolução da atividade

- a) Em 5 meses: março, abril, maio, junho e setembro.
- b) Janeiro.
- c) Adicionando todos os valores da tabela, chegamos ao lucro de +1,7 milhar de reais.



ADIÇÃO ALGÉBRICA DE NÚMEROS RACIONAIS

Agora vamos estudar a adição algébrica de dois ou mais números racionais. Acompanhe as situações a seguir.

- 1 Calcular o valor da adição $-\frac{5}{8} + \frac{3}{10}$.

Determinando o mínimo múltiplo comum (mmc) dos denominadores, temos: $\text{mmc}(8, 10) = 40$.

Agora, dividimos o mmc pelo denominador de cada fração e multiplicamos o resultado pelo respectivo numerador.



$$\begin{aligned} -\frac{5}{8} + \frac{3}{10} &= -\frac{25}{40} + \frac{12}{40} = \\ &= \frac{-25 + 12}{40} = -\frac{13}{40} \end{aligned}$$

Para encontrar o resultado, mantemos o denominador comum e adicionamos algebricamente os numeradores.



- 2 Eduardo, amigo de Cláudia, está estudando em Oslo, capital da Noruega. Ontem eles conversaram pela internet, e ela soube que a temperatura mínima na cidade de Oslo foi $-9,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ e a temperatura máxima, $-2,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Qual foi a variação da temperatura ontem, em Oslo?
(temperatura máxima) menos (temperatura mínima)
 $(-2,5) - (-9,7) = -2,5 + 9,7 = 7,2\text{ }^{\circ}\text{C}$
Logo, a variação da temperatura foi $7,2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- 3 Determinar o valor da expressão $\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(-1 + \frac{5}{6}\right)$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - 1 + \frac{5}{6} \rightarrow \text{eliminamos os parênteses}$$

Calculando o mmc dos denominadores, temos: $\text{mmc}(2, 3, 4, 6) = 12$.

$$\frac{4}{12} + \frac{6}{12} - \frac{9}{12} - \frac{12}{12} + \frac{10}{12} \rightarrow \text{dividimos o mmc por cada denominador das frações e multiplicamos pelos numeradores correspondentes}$$

$$\frac{4 + 6 - 9 - 12 + 10}{12} = -\frac{1}{12} \rightarrow \text{adicionamos algebricamente os numeradores}$$

Atividades

O objetivo das atividades é propiciar aos alunos situações em que eles possam aprender a efetuar a adição algébrica de dois ou mais números racionais.

As atividades 7 e 8 tratam da comparação entre números racionais inteiros e números racionais não inteiros. Essas questões poderão ajudar a esclarecer algumas dúvidas que os alunos ainda tenham sobre os conjuntos numéricos.

Colocar esse tema em debate na classe: todo número inteiro é racional, mas nem todo número racional é inteiro. Pedir aos alunos que realizem a adição dos números racionais na expressão apresentada e, depois, que localizem o resultado obtido em uma reta numérica que contenha uma escala com números inteiros para auxiliar a resolução dessas atividades.

Pedir a eles que leiam cada atividade e expliquem oralmente o que entenderam; assim, abre-se um debate sobre as questões antes de efetuá-las.

- 4 Um número decimal corresponde ao valor da expressão $1,6 - (-2,8) + [1,9 - (-5,6 + 8,1)]$. Determine esse número na forma decimal.

$$\begin{aligned} 1,6 - (-2,8) + [1,9 - (-5,6 + 8,1)] &= \\ &= 1,6 + 2,8 + [1,9 + 5,6 - 8,1] \rightarrow \text{eliminamos os parênteses} \\ &= 1,6 + 2,8 + 1,9 + 5,6 - 8,1 \rightarrow \text{eliminamos os colchetes} \\ &= +11,9 - 8,1 = +3,8 \end{aligned}$$

O número racional na forma decimal é +3,8.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 301

Responda às questões no caderno.

1. Efetue os cálculos algébricos a seguir:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & -\frac{5}{8} + \frac{5}{6} + \frac{5}{24} \quad \text{e)} \quad 6,75 + 9,45^{+16,20} \\ \text{b)} \quad & 3,75 - 4^{-0,25} \quad \text{f)} \quad -\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12} \\ \text{c)} \quad & -\frac{1}{12} + \frac{3}{10} + \frac{13}{60} \quad \text{g)} \quad 11,05 - 13^{-1,95} \\ \text{d)} \quad & -0,64 - 0,28^{-0,92} \quad \text{h)} \quad -2,91 + 3,07^{+0,16} \end{aligned}$$

2. Qual é o aumento da temperatura quando ela passa de:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & +16,6^\circ\text{C para } 25,9^\circ\text{C? } 9,3^\circ\text{C} \\ \text{b)} \quad & -2,5^\circ\text{C para } +3,5^\circ\text{C? } 6^\circ\text{C} \\ \text{c)} \quad & -7,9^\circ\text{C para } +1,3^\circ\text{C? } 9,2^\circ\text{C} \end{aligned}$$

3. São dados os números x e y , tais que $x = -0,85$ e $y = -0,35$. Calcule o valor de:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & x + y^{-1,20} \\ \text{b)} \quad & x - y^{-0,50} \\ \text{c)} \quad & 1 - x - y^{+2,20} \end{aligned}$$

4. No quadro, temos três números racionais e a letra A. Sabendo que A representa um número igual à soma algébrica dos outros três, determine seu valor. +1,04

+4,75	+7,21
A	-10,92

5. Observe os valores no quadro a seguir, elabore uma adição algébrica com eles e dê para um colega resolver. Resposta pessoal.

$$\begin{aligned} a &= -1,75 \\ b &= +3,6 \\ c &= -4,21 \end{aligned}$$

6. Calcule o valor das expressões numéricas:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}^{+1} \\ \text{b)} \quad & 1 - 0,47 - 1,9 + 0,63^{-0,74} \\ \text{c)} \quad & -4,7 + 2 - 1,75 + 1,48^{-2,97} \end{aligned}$$

7. Um número racional é expresso por $\frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{5}{8}\right)$. Qual é o maior número inteiro menor que esse número? -1

8. Qual é o menor número inteiro que é maior que o número racional expresso por $2,5 - [0,2 + (-3,7 + 5) - 1,4]$? +3

9. Copie e substitua o  por um número racional que torne a igualdade verdadeira.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (-0,9) + \frac{\quad}{\quad} = 0^{+0,9} \\ \text{b)} \quad & -\frac{2}{3} + \frac{\quad}{\quad} = 1^{-\frac{1}{3}} \\ \text{c)} \quad & \frac{\quad}{\quad} - \left(+\frac{7}{6}\right) = -\frac{4}{6} + \frac{3}{6} \\ \text{d)} \quad & \left(-\frac{15}{6}\right) - \left(+\frac{8}{2}\right) = \frac{\quad}{\quad}^{-\frac{13}{2}} \end{aligned}$$

Multiplicação de números racionais na forma decimal

Retomar a multiplicação de números racionais positivos na forma decimal e verificar os conhecimentos que os alunos já construíram em anos anteriores, em especial no 6º ano, sobre essa operação. Pedir aos alunos que representem a solução de uma situação de diversas maneiras: representar com material manipulável, colocar no quadro de ordens e representar na forma decimal. Isso é para que eles percebam as relações que existem entre elas.

Cabe salientar que, muitas vezes, os alunos desenvolvem estratégias e realizam caminhos pautados na intuição e no empirismo e é importante valorizar e observar com atenção as ideias por eles levantadas.

No momento em que eles compreenderem e se familiarizarem com as operações, vão eliminando os diversos registros até a formalização da técnica operatória.



MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS RACIONAIS

1 Multiplicação de números racionais na forma decimal

Vamos retomar e ampliar o estudo da multiplicação de números racionais na forma decimal.

Em uma multiplicação com números racionais na forma decimal convém lembrar que:

- multiplicamos os números como se fossem números naturais;
- colocamos a vírgula no resultado de modo que a quantidade de casas decimais seja igual à soma do número de casas decimais dos fatores;
- observamos os sinais: se os dois fatores têm mesmo sinal, o produto é positivo; se têm sinais diferentes, o produto é negativo.

Considere as seguintes situações:

- 1** Qual é o resultado da multiplicação $2 \cdot (-0,003)$?

1º modo

$$2 \cdot (-0,003) = -0,003 + (-0,003) = -0,003 - 0,003 = -0,006$$

2º modo

$$\begin{array}{r} 0,003 \\ \times 2 \\ \hline 0,006 \end{array}$$

Como os fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo.

$$\text{Assim: } 2 \cdot (-0,003) = -0,006.$$

- 2** Determine o resultado da multiplicação $-1,8 \cdot (+0,74)$.

$$\begin{array}{r} 0,74 \rightarrow 2 \text{ casas decimais} \\ \times 1,8 \rightarrow 1 \text{ casa decimal} \\ \hline 592 \\ + 74 \\ \hline 1,332 \end{array}$$

$$-1,8 \cdot (+0,74) = -1,332$$

O resultado da multiplicação $-1,8 \cdot (+0,74)$ é $-1,332$.

Como os fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo.

🔗 Multiplicação de números racionais na forma de fração

● PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 301

Forme dupla com um colega de classe e respondam à questão no caderno.

As amigas estão estudando na casa de Lili. No lanche, Lili partiu 3 maçãs ao meio. Ela comeu uma metade e deu para cada amiga uma das metades que sobrou.

- a) Quando partiu as maçãs, quantas metades de maçã Lili obteve? **6 metades.**
- b) Depois de Lili comer a sua parte, quantas metades de maçã sobraram? **5 metades.**
- c) Use fração e a forma mista para representar a quantidade de maçã que sobrou. **$\frac{5}{2}$ ou $2\frac{1}{2}$.**
- d) Quanto dá 6 vezes $\frac{1}{2}$? E 5 vezes $\frac{1}{2}$? **3; $\frac{5}{2}$.**
- e) Quantas amigas de Lili vão ganhar maçã? **5 amigas.**

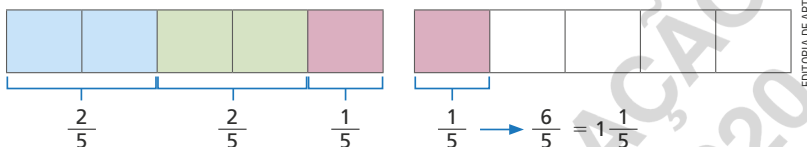
Considere agora as situações a seguir.

- 1 Gabriela tem uma fita com $\frac{2}{5}$ de metro de comprimento. Para um trabalho escolar, ela precisará de 3 fitas iguais a essa. Quantos metros de fita ela vai usar nesse trabalho?

Para resolver esse problema, podemos fazer $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$ ou $1\frac{1}{5}$

$$\text{Então: } 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Geometricamente, podemos representar assim:



Gabriela vai usar $\frac{6}{5}$ de metro ou 1 metro e $\frac{1}{5}$ de metro de fita.

Para multiplicar um número inteiro por um número racional na forma de fração, multiplicamos o número inteiro pelo numerador da fração e conservamos o denominador.

107

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Multiplicação de números racionais na forma de fração

O objetivo desta página e das próximas é propor variadas situações para que os alunos tenham contato com a multiplicação envolvendo

frações. Incentivar os alunos a registrar a resolução por eles idealizada e, para finalizar, montar na lousa um painel de soluções em que cada estratégia será apresentada.

A representação por meio de figuras e a resolução geométrica são fundamentais para promover uma aprendi-

zagem significativa e, assim, contribuir para a compreensão do procedimento.

Pense e responda

O objetivo aqui é que os alunos mobilizem e transponham os conhecimentos já construídos sobre a multiplicação de números naturais e multiplicação de números inteiros com

o significado de adição de parcelas iguais. As questões desta seção visam promover uma reflexão sobre essas ideias e preparar os alunos para a compreensão da multiplicação envolvendo números racionais na forma de fração.

Ampliar o estudo, propondo novas situações na lousa para discutir com os alunos coletivamente. Por exemplo, propor multiplicações para eles descreverem seu significado, expressando quantas vezes se toma um determinado número, como é o caso de:

- $2 \cdot 3 \rightarrow$ duas vezes o 3
($2 \cdot 3 = 3 + 3 = 6$)
- $1 \cdot 3 \rightarrow$ uma vez o 3
($1 \cdot 3 = 3$)
- $\frac{1}{2} \cdot 3 \rightarrow$ "meia vez o três" ou "metade do 3".

Possivelmente, nesse último caso, os alunos registrarão o número racional encontrado na forma decimal. Sendo assim, retomar com eles a transformação da forma decimal para a forma de fração.

$$\frac{1}{2} \cdot 3 = 1,5 = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Assim, poderão perceber que também nesse caso temos:

$$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{1 \cdot 3}{2} = \frac{3}{2}$$

AMPLIANDO

Atividade complementar

A família de Nazaré consome $\frac{1}{4}$ de litro de leite por dia. Ela deve comprar leite suficiente para sábado, domingo e segunda-feira. Quantos litros de leite ela deve comprar?

Resolução da atividade

Como a família de Nazaré consome $\frac{1}{4}$ de litro de leite por dia, e ela deve comprar leite suficiente para 3 dias (sábado, domingo e segunda-feira), ela precisa de:

$$\begin{aligned} 3 \cdot \frac{1}{4} \text{ de litro de leite} &= \\ &= \frac{3}{4} \text{ de litro de leite} \\ \left(3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{4} \right) \end{aligned}$$

Logo, basta que ela compre 1 litro de leite (suficiente para esses 3 dias).

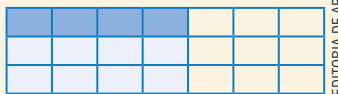
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O objetivo desta página é proporcionar situações em que os alunos possam compreender a multiplicação entre duas frações.

Providenciar previamente discos em cartolina branca de mesmo tamanho para que os alunos possam manipular e experimentar concretamente as situações propostas. Sugerir outras multiplicações envolvendo meios, quartos e oitavos para que eles realizem com o auxílio desses círculos.

Ressaltar o fato de que nos casos de multiplicações de números racionais na forma de fração não existe a ideia de adição de parcelas iguais; e conduzir os alunos a perceber que, no caso de multiplicar duas frações, deve-se considerar que o que se quer saber é qual é a fração de outra fração. Como exemplo, considere a multiplicação $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7}$, ou seja, $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{7}$.

A representação geométrica poderá dar visibilidade a essa ideia.



Para obter a fração do inteiro que representa a parte em azul-escuro, basta verificar que são 4 partes das 21 em que o inteiro foi dividido.

Assim, $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{7}$ é igual a $\frac{4}{21}$.

Mais uma vez os alunos podem constatar que essa multiplicação dá o mesmo resultado que:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{4}{21}$$

Para introduzir a técnica do cancelamento, pode-se destacar que a simplificação do resultado pode ser feita depois de obter o produto, como no exemplo a seguir.

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

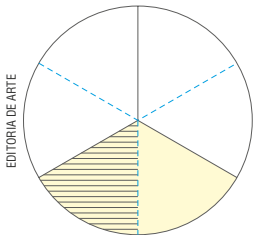
(cancelamos 4 com 4)

- 2 Em uma empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários corresponde a mulheres. Entre as mulheres, $\frac{1}{2}$ delas é casada.

A quantidade de mulheres casadas representa que fração do número de funcionários dessa empresa?

Esse problema pode ser apresentado assim: quanto dá $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$?

Assim, podemos calcular $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$.



Resolvendo a situação geometricamente:

- A parte em amarelo representa $\frac{1}{3}$ da figura.
- A parte hachurada representa $\frac{1}{2}$ da parte em amarelo, ou seja, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ da figura.
- A parte hachurada representa $\frac{1}{6}$ da figura.

$$\text{Então: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Note que: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$

O número de mulheres casadas representa $\frac{1}{6}$ do número de funcionários dessa empresa.

Observe que, nesse caso, o resultado $\left(\frac{1}{6}\right)$ é menor que qualquer um dos fatores $\left(\frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{3}\right)$.

Para multiplicar números racionais na forma de fração, multiplicam-se os numeradores entre si e multiplicam-se os denominadores entre si.

- 3 Determine o valor da expressão $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot (+2,1) - \left(+\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$.

Inicialmente, vamos escrever 2,1 na forma de fração: $2,1 = \frac{21}{10}$

Então, temos:

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(+\frac{21}{10}\right) - \left(+\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \rightarrow \text{aplicamos a técnica do cancelamento (simplificar antes de multiplicar)} \\ &= \left(-\frac{9}{10}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) \rightarrow \text{efetuamos as multiplicações} \\ &= -\frac{9}{10} + \frac{5}{6} \rightarrow \text{eliminamos os parênteses e calculamos o mmc (6, 10) = 30} \\ &= -\frac{27}{30} + \frac{25}{30} = \frac{-27 + 25}{30} = -\frac{2}{30} = -\frac{1}{15} \end{aligned}$$

(cancelamos 3 com 3 e 2 com 2 no primeiro termo; cancelamos 5 com 5 e 3 com 3 no segundo termo)

O valor da expressão é $-\frac{1}{15}$.

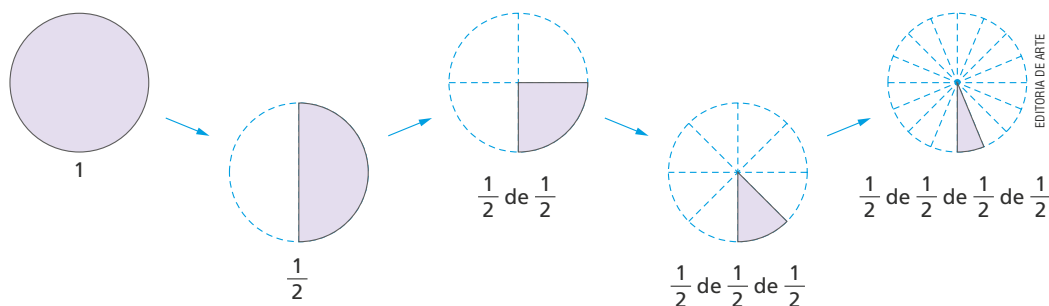
No entanto, ressaltar que na multiplicação com duas ou mais frações também podemos fazer a simplificação antes de efetuar a operação. Por exemplo:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{7} \rightarrow$$

\rightarrow simplificamos 4 com 4, dividindo ambos por 4.

$$\begin{aligned} &\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{1 \cdot 7 \cdot 5} = \\ &= \frac{3}{35} \rightarrow \text{simplificamos 3 com 3 e 2 com 10.} \end{aligned}$$

- 4 Quanto é a metade da metade da metade da metade, ou seja, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$?
Vamos representar essa situação por meio de um esquema:



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

A metade da metade da metade da metade é $\frac{1}{16}$.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 301

Responda às questões no caderno.

- Em um mapa, cada 1 cm equivale a $5\frac{1}{4}$ quilômetros. Nesse mapa, a distância entre Serra Azul e Paraíso é de 12 centímetros. Qual é a distância real, em quilômetros, entre essas duas cidades? **63 quilômetros.**
- Numa empresa, $\frac{1}{3}$ dos empregados corresponde a homens. Entre os homens, $\frac{3}{5}$ deles usam óculos. Que fração dos empregados da empresa corresponde a homens que usam óculos? **$\frac{1}{5}$**
- Numa empresa, $\frac{5}{8}$ dos funcionários chegam ao trabalho usando transporte público. Desses, $\frac{4}{5}$ usam o metrô. Que fração dos funcionários dessa empresa usa o metrô? **$\frac{1}{2}$**

4. Efetue as multiplicações indicadas, usando a técnica do cancelamento quando possível.

a) $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{4}{21}$ c) $-\frac{9}{8} \cdot \frac{4}{45} = -\frac{1}{10}$
b) $-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{1}{3}$ d) $+11,25 \cdot \left(+\frac{8}{9}\right) = 10$

5. Sabe-se que $a = -\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$ e $b = -\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{7}$.

Qual é o valor da expressão $a + b$? **Zero.**

6. Para fazer um bolo de laranja, usa-se $1\frac{1}{2}$ xícara de chá de açúcar branco. Para fazer $2\frac{1}{2}$ da receita desse bolo, quanto desse ingrediente será necessário?



Bolo de laranja.

$\frac{15}{4}$ ou $3\frac{3}{4}$ de xícara de chá.

109

AMPLIANDO

Atividade complementar

Dos alunos de uma escola, $\frac{4}{6}$ praticam algum esporte. Desses que praticam esporte, $\frac{4}{5}$ jogam basquete. Responda:

a) Que fração dos alunos dessa escola jogam basquete?

b) Pode-se afirmar que mais da metade dos alunos dessa escola jogam basquete? Por quê?

Resolução da atividade

a) Temos que $\frac{4}{6}$ dos alunos da escola praticam algum esporte. Desses $\frac{4}{6}$, sabe-se que $\frac{4}{5}$ jogam basquete. Então:

$\frac{4}{5}$ de $\frac{4}{6}$ dos alunos da escola jogam basquete, ou seja:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 4}{5 \cdot 6} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

Logo, $\frac{8}{15}$ dos alunos da escola jogam basquete.

b) Para comparar $\frac{8}{15}$ com a metade, podemos fazer:

$$\frac{8}{15} = \frac{16}{30} \text{ e } \frac{1}{2} = \frac{15}{30}$$

Como $\frac{16}{30} > \frac{15}{30}$, pode-se afirmar que mais da metade dos alunos dessa escola jogam basquete.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Na atividade 1, como cada centímetro corresponde a $5\frac{1}{4}$ km, ou seja, $\frac{21}{4}$, temos que a distância de 12 cm corresponde a 63 km, pois $12 \cdot \frac{21}{4} =$

$$= \frac{12 \cdot 21}{4} = \frac{3 \cdot 21}{1} = 63.$$

Divisão com números racionais na forma decimal

Retomar a divisão de números racionais positivos na forma decimal e verificar as possíveis dificuldades que os alunos ainda têm na realização desse cálculo. O trabalho deve seguir os mesmos passos da multiplicação, com ênfase nos processos de transformação do dividendo e do divisor.

Propor na lousa várias divisões e pedir a alguns alunos que as efetuem, discutindo com a turma os passos desenvolvidos. Ressaltar a justificativa do procedimento “igualam-se as casas e cortam-se as vírgulas”. Com as explorações, os alunos poderão retomar e mobilizar os conhecimentos que já construíram acerca dessas divisões.



DIVISÃO COM NÚMEROS RACIONAIS

Divisão com números racionais na forma decimal

Vamos retomar e ampliar o estudo da divisão com números racionais na forma decimal, com base no que já foi visto anteriormente.

Considere as situações a seguir.

- 1** Qual é o resultado da divisão $-7 : 0,14$?

1º modo

Vamos verificar quantas vezes 0,14 cabe em 7, ou seja, que número multiplicado por 0,14 dá 7?

$$10 \cdot 0,14 = 1,4; \quad 20 \cdot 0,14 = 2,8; \quad 40 \cdot 0,14 = 5,6; \quad 50 \cdot 0,14 = 7$$

Como os números têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

$$\text{Assim: } -7 : 0,14 = -50$$

2º modo

$$7 : 0,14 = 700 : 14$$

C	D	U	
7	0	0	14
0	0	5	0
0		D	U

Como os números têm sinais diferentes, o quociente é um número positivo. O resultado da divisão $-7 : 0,14$ é -50 .

- 2** Qual é o resultado da divisão $-9,25 : (-3,7)$?

$$(-9,25) : (-3,7) = (-92,5) : (-37) = +2,5$$

D	U	d	
9	2,5		37
1	85		2,5
0	0	U	d

Como os números têm mesmo sinal, o quociente é um número positivo. O resultado da divisão $-9,25 : (-3,7)$ é $+2,5$.

Divisão com números racionais na forma de fração

O objetivo desta página e das próximas é propor variadas situações para que os alunos tenham contato com a divisão envolvendo frações. Para isso, desenvolvemos inicialmente a noção de número inverso.

Para explorar as situações propostas envolvendo divisões, como no caso da multiplicação com frações, a representação por meio de figuras e a resolução geométrica são fundamentais para promover uma aprendizagem significativa.

Pense e responda

As questões aqui apresentadas trazem as ideias de multiplicação entre números inversos e da divisão entre frações. Verificar como os alunos exploram essas questões e que estratégias utilizam para resolvê-las. Depois, corrigir coletivamente no quadro de giz e socializar os diferentes procedimentos que possam ter aparecido.

Para explorar a situação 1, providenciar também discos de mesmo tamanho em cartolina branca para que os alunos possam manipular e experimentar concretamente a situação.

AMPLIANDO

Atividade complementar

Certas bactérias se multiplicam tão rapidamente que seu número dobra a cada minuto. Em um tubo, elas se multiplicam de tal maneira que em 56 minutos dá para encher metade desse tubo. Em quantos minutos o tubo estaria totalmente cheio?

Resolução da atividade

Como a quantidade dessas bactérias dobra a cada minuto e metade do tubo já está cheia, então em 1 minuto o tubo estará totalmente cheio.

Divisão com números racionais na forma de fração

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 301

Responda às questões no caderno.

1. Antes de efetuar as multiplicações a seguir, faça uma estimativa dos resultados.

$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1}$

$\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5}$

$\frac{7}{11} \cdot \frac{11}{7}$

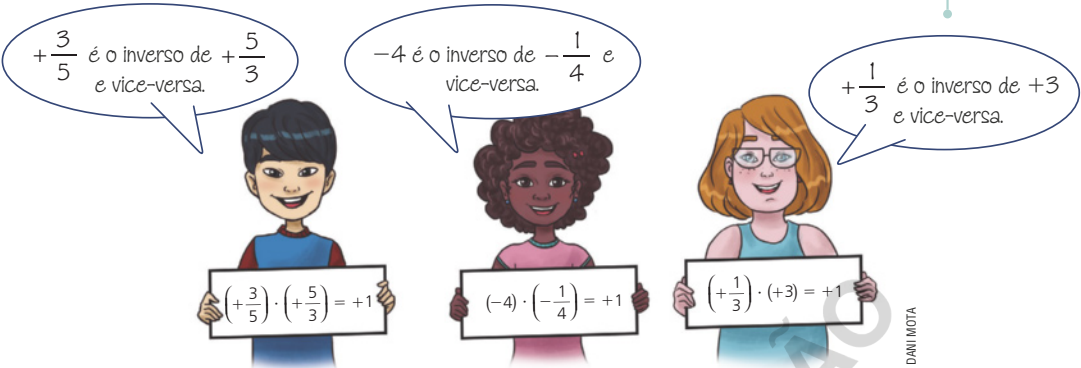
$\frac{13}{10} \cdot \frac{10}{13}$

- a) Você deve ter obtido o mesmo número como resultado das multiplicações. Que número é esse? 1
- b) O que você pôde observar nas frações que aparecem como fatores em cada multiplicação? Os dois fatores são frações cujo numerador de uma é igual ao denominador da outra e vice-versa.

2. Quantas vezes $\frac{1}{2}$ litro cabe em:

- a) 1 litro? 2 vezes. b) $1\frac{1}{2}$ litro? 3 vezes. c) 2 litros? 4 vezes.

Quando a multiplicação de duas frações tem 1 como resultado, essas frações são inversas uma da outra.



Considere agora as situações a seguir.

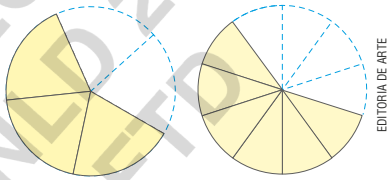
1. Dos $\frac{3}{5}$ que sobraram de uma pizza, Joel comeu metade. Que fração da pizza Joel comeu?

Resolvendo a situação geometricamente, temos:

A metade dos $\frac{3}{5}$ de pizza que Joel comeu corresponde à parte hachurada na figura ao lado, ou seja:

$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$.

Então, Joel comeu $\frac{3}{10}$ da pizza.



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Uma sugestão para dar continuidade ao conteúdo é propor algumas situações, como as descritas a seguir, para trabalhar a divisão com frações e sua relação com a multiplicação.

Utilizando folhas de jornal, recorte tiras de mesmo tamanho e obtenha:

- a metade da metade de uma tira

$\left(\frac{1}{2} : 2, \text{ que corresponde a } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2}, \text{ ou seja: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\right)$

- a metade da quarta parte da tira

$\left(\frac{1}{4} : 2, \text{ que corresponde a } \frac{1}{4} \text{ de } \frac{1}{4}, \text{ ou seja: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}\right)$

- a metade da terça parte da tira

$\left(\frac{1}{3} : 2, \text{ que corresponde a } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3}, \text{ ou seja: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\right)$

- a metade da quinta parte da tira

$\left(\frac{1}{5} : 2, \text{ que corresponde a } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{5}, \text{ ou seja: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}\right)$

Para ampliar a **situação 2**, propor modificações nas condições do problema:

- O que ocorreria se a estimativa fosse $\frac{4}{5}$ de pão por pessoa, mantendo-se 4 pães?
- E se fossem 6 pães com a mesma estimativa de $\frac{2}{5}$ de pão por pessoa?

Pedir aos alunos que resolvam geometricamente e, depois, considerem a divisão envolvida.

No primeiro caso, $\frac{4}{5}$ de pão por pessoa, espera-se que os alunos concluam que com essa estimativa 4 pães servem 5 pessoas. Verifique se eles percebem que o fato de $\frac{4}{5} = 2 \cdot \frac{2}{5}$ ser o dobro do que se

Observe, agora, que a divisão de $\frac{3}{5}$ por 2 tem o mesmo resultado que a multiplicação de $\frac{3}{5}$ pelo inverso de 2, que é $\frac{1}{2}$.

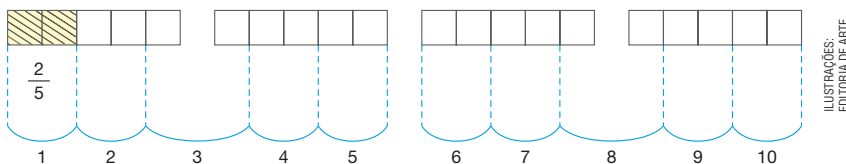
$$\begin{array}{l} \frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10} \\ \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow \frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

inverso

- 2** Calculando $\frac{2}{5}$ de pão por pessoa, 4 pães servem quantas pessoas?

Primeiro vamos resolver esse problema geometricamente.

Dividimos cada uma das 4 unidades em 5 partes iguais e contamos quantos $\frac{2}{5}$ são necessários para cobrir as 4 unidades.



$\frac{2}{5}$ cabe 10 vezes em 4, ou seja: $4 : \frac{2}{5} = 10$.

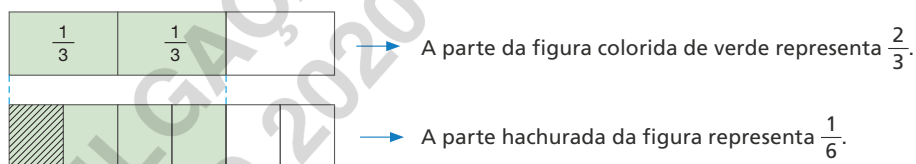
Os 4 pães servem 10 pessoas.

Agora, observe que a divisão de 4 por $\frac{2}{5}$ tem o mesmo resultado que a multiplicação de 4 pelo inverso de $\frac{2}{5}$, que é $\frac{5}{2}$:

$$\begin{array}{l} 4 : \frac{2}{5} = 10 \\ 4 \cdot \frac{5}{2} = \frac{20}{2} = 10 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow 4 : \frac{2}{5} = 4 \cdot \frac{5}{2}$$

inverso

- 3** A figura seguinte indica a divisão $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$.



Analisando a figura, $\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$, ou seja: $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$.

Nesse caso, vemos que o quociente (4) é maior que o dividendo $\left(\frac{2}{3}\right)$.

calculava antes, reduz a quantidade de pessoas servidas pela metade (mantendo-se os 4 pães).

No segundo caso, com 6 pães, espera-se que os alunos percebam que são servidas 15 pessoas. Incentive-os a perceber que $6 = 1,5 \cdot 4$, ou

seja, que se a quantidade de pães é uma vez e meia a de antes, mantendo-se a estimativa de pães por pessoa, a quantidade de pessoas servidas também será uma vez e meia a quantidade anterior ($1,5 \cdot 10 = 15$).

Note que a divisão de $\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{6}$ tem o mesmo resultado que a multiplicação de $\frac{2}{3}$ pelo inverso de $\frac{1}{6}$, que é $\frac{6}{1}$:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4 \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{4}{1} = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1}$$

inverso

Para dividir uma fração por outra fração, diferente de zero, multiplicamos a primeira pelo inverso da segunda.

Observação:

A divisão entre frações é sempre possível, desde que o divisor seja diferente de zero. Podemos dizer que toda fração representa um quociente do numerador pelo denominador:

$$\bullet \frac{2}{5} = 2 : 5 \text{ ou } 2 : 5 = \frac{2}{5} \qquad \bullet \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} : \frac{3}{5} \text{ ou } \frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{1}{\frac{3}{5}}$$

4 Obter o resultado das divisões:

$$\text{a) } -\frac{2}{5} : \left(+\frac{2}{5}\right) \qquad \text{b) } \left(+\frac{10}{9}\right) : \left(-\frac{5}{3}\right)$$

Como os números racionais estão na forma de fração, essas divisões podem ser representadas pela multiplicação do primeiro número pelo inverso do segundo.

$$\text{a) } -\frac{2}{5} : \left(+\frac{2}{5}\right) = -\frac{2}{5} \cdot \left(+\frac{5}{2}\right) = -1$$

Como os números têm sinais diferentes, o quociente é negativo.

$$\text{b) } \left(+\frac{10}{9}\right) : \left(-\frac{5}{3}\right) = \left(+\frac{10}{9}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(+\frac{10}{9} \cdot -\frac{3}{5}\right) = -\frac{2}{3}$$

Como os números têm sinais diferentes, o quociente é negativo.

5 Determine o valor da expressão: $(-6) \cdot (+0,375) - \left(+\frac{8}{7}\right) : \left(-\frac{2}{7}\right)$.

$$\begin{aligned} (-6) \cdot (+0,375) - \left(+\frac{8}{7}\right) : \left(-\frac{2}{7}\right) &= (-6) \cdot (+0,375) - \left(+\frac{8}{7}\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = \\ &= (-2,25) - (-4) = -2,25 + 4 = +1,75 \end{aligned}$$

O valor da expressão é +1,75.

Propor aos alunos que discutam as questões em grupo para favorecer a troca de informações e ideias.

Estimular os alunos a perceber que existem muitas vantagens no uso de carona para ir à escola. E, caso julgar oportuno, pedir que façam uma lista dessas vantagens. As possíveis respostas dadas pelos alunos podem contemplar três aspectos: econômico, social e ecológico.

Aproveitar esse momento e perguntar aos alunos se esse sistema de carona pode ser ampliado para outras situações. É provável que eles pensem na carona para ir ao trabalho, por exemplo.

Atividades

O objetivo das atividades propostas é exercitar os cálculos de divisão em situações variadas e aplicar esses conhecimentos na resolução de problemas e de expressões numéricas. Retomar a ordem que as operações são resolvidas em uma expressão numérica, caso julgar necessário.

Incentivar os alunos a fazer representações geométricas de frações para resolver os problemas ou para verificar a correção do resultado obtido.

Carona

Poluição e trânsito são dois problemas sérios encontrados nas grandes metrópoles. Além dos danos provocados à natureza, os carros causam estresse à população devido a alguns fatores, como o trânsito, gastos com combustível e manutenção do veículo.

É preciso encontrar maneiras de economizar e minimizar o estresse e os prejuízos ambientais. Por exemplo, pode-se usar o sistema de carona entre vizinhos que possuem filhos na mesma escola fazendo revezamento para que cada responsável leve as crianças em um dia da semana diferente.

Hoje em dia há diversas iniciativas, como é o caso de alguns aplicativos gratuitos, que visam divulgar a **carona solidária**, que tem o objetivo de promover a interação social, a inovação tecnológica e a sustentabilidade. O sistema desses aplicativos funciona por geolocalização e permite a conexão entre quem quer pegar e quem está ofertando a carona.

Informações obtidas em: <<https://www12.senado.leg.br/institucional/programas/senado-verde/eixos-tematicos/qualidade-de-vida/mobilidade-urbana-1/carona-solidaria>>. Acesso em: 10 out. 2018.

- Na sua opinião, quais são as vantagens do sistema de carona para ir à escola? Você conhece alguém que oferece carona? **Respostas pessoais.**

ATIVIDADES

Resoluções na p. 302

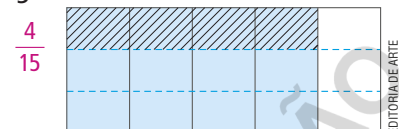
Responda às questões no caderno.

1. Quanto é:

- a) o triplo de $-0,96$? **$-2,88$**
- b) a metade de $+0,065$? **$+0,0325$**
- c) a quinta parte de $-1,8$? **$-0,36$**

2. A figura seguinte sugere a operação

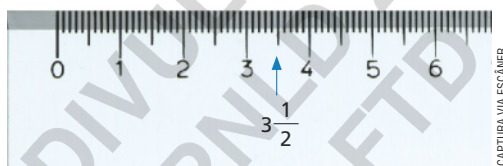
$\frac{4}{5} : 3$. Qual é o resultado dessa divisão?



3. Calcule:

- a) $5 : \frac{1}{4}$ **20**
- b) $\frac{5}{8} : 2$ **$\frac{5}{16}$**
- c) $1 : \frac{4}{11}$ **$\frac{11}{4}$**
- d) $0 : \frac{5}{9}$ **Zero.**

4. Observe $3\frac{1}{2}$ centímetros na régua.



a) Em $3\frac{1}{2}$ cm, há quantos $\frac{1}{2}$ cm? **7**

b) E em 10 cm, há quantos $\frac{1}{2}$ cm? **20**

5. Em um copo cabe $\frac{1}{6}$ de litro de água.

Quantos desses copos são necessários para encher uma jarra com capacidade para $\frac{2}{3}$ de litro? **4 copos.**

6. Determine o valor de cada expressão numérica.

- a) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ **$\frac{4}{3}$**
- b) $\frac{1}{2} - \frac{5}{8} : \frac{5}{4}$ **Zero.**

7. Calcule:

- a) $\frac{1}{6} : \frac{7}{6}$ **$\frac{1}{7}$**
- b) $\frac{4}{1} : \frac{4}{5}$ **$\frac{5}{1}$**
- c) $\frac{10}{3} : \frac{15}{4}$ **$\frac{8}{9}$**
- d) $\frac{7}{4} : \frac{21}{8}$ **$\frac{2}{3}$**

8. Descubra o erro em alguns resultados e corrija-os.

- a) $\left(-\frac{4}{6}\right) : \left(-\frac{6}{4}\right) = 1$ **$\frac{4}{9}$**
- b) $(+0,12) + (-0,08) - (-0,7) = 0,8$ **$0,74$**

$$c) (-1,4) \cdot (+0,2) = 0,28 \quad -0,28$$

$$d) \left(+\frac{8}{4}\right) : (0,5) = \frac{8}{2,4} \quad 4$$

9. Dona Bete tem $5\frac{1}{2}$ metros de tecido para fazer aventais. Ela gasta $\frac{1}{2}$ metro de tecido em cada avental. Quantos aventais conseguirá fazer com a quantidade de tecido que possui? **11 aventais.**

10. Calcule os resultados destas divisões exatas:
- a) $(-4) : (-0,5) \quad +8$ e) $(-0,66) : (+1,1) \quad -0,6$
b) $(+2,1) : (-2,8) \quad -0,75$ f) $(-60,8) : (-4) \quad +15,2$
c) $(-7,31) : (-1,7) \quad +4,3$ g) $(+2,88) : (-0,48) \quad -6$
d) $(-0,54) : (-0,36) \quad +1,5$ h) $(+9) : (+2,5) \quad +3,6$

11. Quando dividimos o número (+15) pelo número (-12,5), obtemos o número x. Calcule:
- a) o triplo de x. **-3,6** b) a metade de x. **-0,6**

12. Em setembro de 2018, a produção industrial de uma região teve uma queda de -2,7% em relação ao mês de agosto. A queda no mês de outubro em relação a setembro foi exatamente a metade desse número. Qual foi, em %, essa queda? **1,35%**

13. Calcule o valor da expressão $2 - (+0,8) : (+0,5)$, na forma:
- a) decimal; **+0,4** b) fracionária. **$+\frac{2}{5}$**

14. Calcule o valor do número A.
- $$A = (+0,4) : (-0,02) - 9 \cdot (-1,8) \quad -3,8$$

15. Determine o valor das expressões numéricas:
- a) $\left(-\frac{4}{5}\right) : \left(+\frac{8}{5}\right) - (+2) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) \quad +2$
b) $(-1,44) : (-2,4) + (+0,18) : (-1,2) \quad +0,45$
c) $\left(+\frac{8}{5}\right) : (-4) - 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \quad +\frac{11}{10}$

16. Bernadete está fazendo sua compra semanal. Entre os diversos itens de compra há um iogurte de frutas que ela toma diariamente. Observando os preços, as embalagens e datas de validade, ela encontrou as seguintes opções:

Embalagem	Preço da embalagem	Validade
A (6 unidades)	R\$ 5,94	13/fev.
B (8 unidades)	R\$ 8,80	15/fev.
C (10 unidades)	R\$ 10,50	16/fev.

Supondo que Bernadete esteja comprando no dia 3 de fevereiro e que já tenha tomado seu iogurte nesse dia, escolha a melhor opção de embalagem. Para isso, considere que ela precisará de 7 iogurtes até a próxima compra e que os alimentos devem ser consumidos dentro do prazo de validade. **A melhor opção é a embalagem C.**

DESAFIO

17. Marcos gasta $\frac{3}{7}$ do salário para pagar a prestação da casa. Com a metade do que sobra ele paga a prestação do carro e ainda fica com R\$ 376,00. Qual o salário de Marcos? **R\$ 1 316,00**

18. (Saresp-SP) Veja os preços das fotocópias em uma papelaria. Eu tinha R\$ 10,00 e pedi duas cópias coloridas de uma foto. Com o dinheiro restante, quantas cópias simples poderei pagar?
- a) 1,8 b) 6 c) 8 d) 18
- Alternativa d.**



Desafio

Resolução do desafio da atividade 17:

- prestação da casa: $\frac{3}{7}$ do salário (sobram $\frac{4}{7}$ do salário);
- prestação do carro: $\frac{1}{2}$ do que sobra do salário ($\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{7}$ do salário, ou seja, $\frac{2}{7}$ do salário);
- fração de todos os gastos: $\frac{5}{7}$ do salário ($\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$).

Ainda sobram $\frac{2}{7}$ do salário, que correspondem a R\$ 376,00.

$\frac{1}{7}$ do salário é dado por: $376 : 2 = 188$.

Assim, $\frac{7}{7}$ do salário é igual a $7 \cdot 188 = 1316$.

Portanto, o salário de Marcos é R\$ 1 316,00.

Resolução do desafio da atividade 18:

$$10 - 2 \cdot 3,60 = 10 - 7,2 = 2,8$$

$$2,8 : 0,15 = 18,6666\dots$$

Logo, é possível pagar 18 cópias simples.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Os alunos podem realizar a atividade 16 em duplas para discutir a situação.

- Embalagens **A**: R\$ 0,99 por unidade; **B**: R\$ 1,10 por unidade e **C**: R\$ 1,05 por unidade.
- Se Bernadete comprar a embalagem **C** (10 un.), con-

sumirá tudo até a validade e pagará o preço unitário de R\$ 1,05.

- Se comprar a embalagem **B** (8 un.), ela pagará mais barato pela embalagem, o preço por iogurte será de R\$ 1,10 e todos estarão dentro da validade.
- Para comprar a embalagem **A** (6 un.), embora o preço uni-

tário seja menor, ela precisaria comprar duas, e a data de validade permite que ela consuma apenas 10 unidades, desperdiçando 2 unidades. Assim, ela teria: $(2 \cdot 5,94) : 10 = 1,18$, que seria o preço mais caro por unidade realmente consumida.

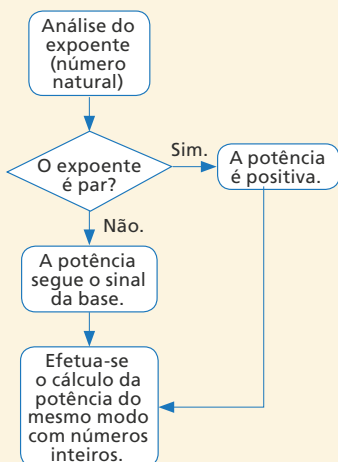
Portanto, a melhor opção é a embalagem **C** com 10 unidades.

Potenciação de números racionais

Se julgar necessário, retomar a potenciação dos inteiros com expoente natural e suas propriedades.

Incentivar os alunos a analisar o fluxograma a seguir em duplas e pedir a eles que façam testes tomando algumas potências de base racional (positivas ou negativas) com expoente natural e seguindo os passos indicados no fluxograma.

Ressaltar que o fluxograma poderia ter sido feito com a pergunta “Expoente ímpar?”. Perguntar aos alunos o que se modificaria no fluxograma nesse caso.



AMPLIANDO

Atividades complementares

1. (Fuvest) Qual desses números é igual a 0,064?

- a) $\left(\frac{1}{80}\right)^2$
- b) $\left(\frac{1}{8}\right)^2$
- c) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$
- d) $\left(\frac{1}{800}\right)^2$
- e) $\left(\frac{8}{10}\right)^3$

Resolução da atividade

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} = 0,064$$

Alternativa c.



POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Na potenciação de números racionais com expoente natural, valem as mesmas regras de potenciação de números inteiros. Desse modo, temos:

- Se o expoente for **par**, a potência será sempre um **número positivo**.
- Se o expoente for **ímpar**, a potência terá sempre o **mesmo sinal da base**.

Por exemplo:

- $(-0,2)^3 = (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) = -0,008$
- $(-0,3)^2 = (-0,3) \cdot (-0,3) = +0,09$

Dado um número racional a , define-se que $a^1 = a$.

- $(+8)^1 = +8$
- $(+2,7)^1 = +2,7$
- $\left(-\frac{5}{9}\right)^1 = -\frac{5}{9}$

Dado um número racional a , com $a \neq 0$, define-se que $a^0 = 1$.

- $(-5)^0 = 1$
- $\left(+\frac{9}{10}\right)^0 = 1$
- $(-1,5)^0 = 1$

São válidas para os números racionais as seguintes propriedades:

- $(+1,2)^3 \cdot (+1,2)^5 = (+1,2)^{3+5} = (+1,2)^8$ → multiplicação de potências de mesma base
- $\left(-\frac{5}{9}\right)^7 : \left(-\frac{5}{9}\right)^3 = \left(-\frac{5}{9}\right)^{7-3} = \left(-\frac{5}{9}\right)^4$ → divisão de potências de mesma base
- $[(-6,2)^5]^2 = (-6,2)^{5 \cdot 2} = (-6,2)^{10}$ → potência de uma potência

Veja agora como podemos calcular o valor de uma expressão numérica que envolve números racionais.

1. Determinar o valor numérico da expressão $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)^2$.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) =$$

efetuando as potenciações e simplificações

$$= -\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = -\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = -\frac{1}{12}$$

eliminando os parênteses e fazendo o mmc

2. Qual é o número racional expresso por $(-0,5)^3 - (-0,5)^2 - (-0,5)$?
- $$(-0,5)^3 - (-0,5)^2 - (-0,5) = (-0,125) - (+0,25) - (-0,5) =$$
- $$= -0,125 - 0,25 + 0,5 = +0,125$$

2. (Unipar-PR) O valor de b na expressão abaixo é igual a:

$$b = \frac{2^9 \cdot 3^9 \cdot 5^9}{30^{10}}$$

- a) 30
- b) 300
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{1}{300}$
- e) $\frac{1}{30}$

Resolução da atividade

$$b = \frac{2^9 \cdot 3^9 \cdot 5^9}{30^{10}} =$$

$$= \frac{2^9 \cdot 3^9 \cdot 5^9}{(2 \cdot 3 \cdot 5)^{10}} =$$

$$= \frac{2^9 \cdot 3^9 \cdot 5^9}{2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}} = \frac{1}{30}$$

Alternativa e.

Pense e responda

Acompanhar a discussão de cada dupla e fazer intervenções quando necessário.

No **item a** da **questão 1**, espera-se que os alunos percebam, depois de aplicar a propriedade da divisão de potência de mesma base, que o quociente $10^2 : 10^3$ deve ser:

$$10^2 : 10^3 = 10^{2-3} = 10^{-1}$$

No **item b**, espera-se que eles mobilizem seus conhecimentos sobre potências de números naturais e multiplicação:

$$\begin{aligned} 10^2 : 10^3 &= \frac{10^2}{10^3} = \\ &= \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

No **item c**, ao fazerem a comparação dos resultados obtidos, espera-se que percebam que, como se trata do mesmo quociente, os resultados devem ser iguais, ou seja, $10^{-1} = \frac{1}{10}$.

Se julgar necessário, propor outros quocientes para eles resolverem e compararem usando os mesmos procedimentos.

Para a **questão 2, item a**, espera-se que os alunos obtenham:

$$\begin{aligned} 10^3 : 10^5 &= \frac{10^3}{10^5} = \\ &= \frac{10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \\ &= \frac{1}{10^2} \end{aligned}$$

Caso eles fiquem com $\frac{1}{100}$, incentivar os alunos a observar que $100 = 10^2$.

No **item b**, espera-se que os alunos verifiquem, com a aplicação da propriedade da divisão de potência de mesma base, que:

$$10^3 : 10^5 = 10^{3-5} = 10^{-2}$$

E na comparação dos resultados, conclua que:

$$10^{-2} = \frac{1}{100}, \text{ ou seja: } 10^{-2} = \frac{1}{10^2}$$

Explorar com os alunos o fluxograma da página 118 para a potência de expoente negativo.

Expoente inteiro negativo

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 303

Convide um colega para fazer esta atividade.

Responda às questões no caderno.

1. Considere o quociente: $10^2 : 10^3$.

a) Determine o resultado aplicando as propriedades de potências. $10^{2-3} = 10^{-1}$

b) Escreva o quociente dado em forma de fração $\left(\frac{10^2}{10^3}\right)$ e realize os cálculos para obter o resultado.

c) Compare os resultados obtidos nos itens a e b para a mesma divisão. O que você observa? $10^{-1} = \frac{1}{10}$

2. Considere agora o quociente: $10^3 : 10^5$.

a) Escreva esse quociente em forma de fração, realize os cálculos e obtenha o resultado.

b) Resolva o quociente dado aplicando propriedade de potências e compare com o resultado obtido no item anterior. O que você observa? $10^{3-5} = 10^{-2} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

De modo geral, para estender a potenciação de números racionais para expoente negativo, mantendo as propriedades válidas para expoentes naturais, definimos:

Para todo número racional a , com $a \neq 0$, temos:

$$\bullet a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \bullet a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n, \text{ com } n \text{ natural}$$

Acompanhe alguns exemplos:

$$\bullet 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet 6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

$$\bullet \left(+\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(+\frac{2}{5}\right)^2} = \left(+\frac{5}{2}\right)^2 = +\frac{25}{4}$$

$$\bullet \left(-\frac{7}{10}\right)^{-1} = \frac{1}{-\frac{7}{10}} = -\frac{10}{7}$$

Note que, para indicar uma potência com expoente inteiro negativo, escreve-se o inverso da base e muda-se o sinal do expoente.

$$\bullet (-4)^{-3} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3$$

$$\bullet \left(+\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(+\frac{5}{2}\right)^2$$

Atividades

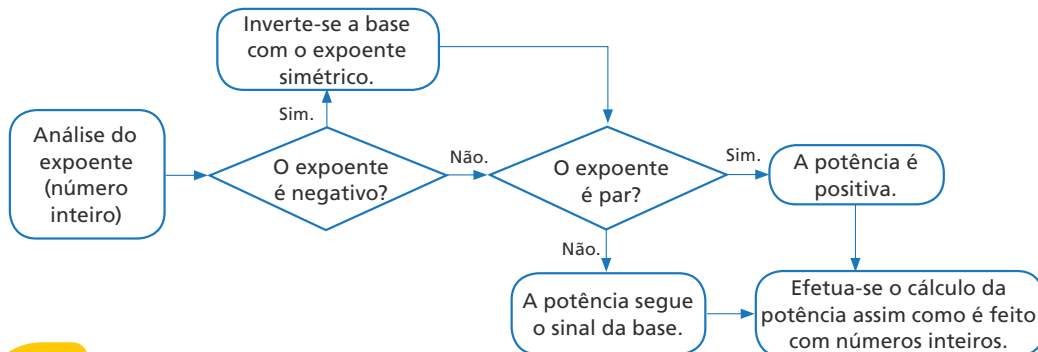
Estas atividades têm como objetivo dar condições aos alunos de calcular potências de bases racionais e expoentes inteiros. Incentivar os alunos a resolver os exercícios consultando, se necessário, as explicações no livro e trocando ideias com os colegas, pois assim vão experimentar suas hipóteses e aplicar os conceitos que aprenderam. Socializar a explicação do raciocínio empregado para cada resolução.

Para consolidar o trabalho com as operações feito até aqui, se julgar adequado, organizar os alunos em duplas ou trios, entregar a eles alguns desafios relacionados com a multiplicação, a divisão e a potenciação de números racionais para eles refletirem e resolverem.

Explicar a eles que é importante registrar as ideias de resolução levantadas pelo grupo e é permitido arriscar estratégias que julgarem convenientes e adequadas.

Após um tempo de exploração, incentivar os alunos a socializar as maneiras utilizadas, o que tornará possível perceber as hipóteses e os conhecimentos que o grupo possui acerca dos conteúdos e, com base nas resoluções, realizar as adequações e problematizações que os levem a trilhar os caminhos propostos no livro.

Observe como podemos representar o cálculo da potenciação de números racionais com expoente inteiro por meio de um fluxograma:



ATIVIDADES

Resoluções
na p. 303

Responda às questões no caderno.

1. Escreva o valor de:

- a) $\left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \frac{1}{100}$ d) $(-3,6)^2 + 12,96$
 b) $\left(-\frac{5}{12}\right)^0 + 1$ e) $(+6,4)^2 + 40,96$
 c) $(+0,5)^3 + 0,125$ f) $(+7,6)^0 + 1$

2. Reduza a uma só potência as expressões:

- a) $(+2,4)^3 \cdot (+2,4)^6 + (+2,4)^9$
 b) $\left(+\frac{2}{3}\right)^9 : \left(+\frac{2}{3}\right)^5 + \left(+\frac{2}{3}\right)^4$
 c) $\left[(-1,5)^3\right]^3 + (-1,5)^9$
 d) $\left(+\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(+\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(+\frac{1}{6}\right)^3 + \left(+\frac{1}{6}\right)^7$

3. Calcule o valor das seguintes expressões numéricas:

- a) $\left(-\frac{7}{9}\right) : \left(-\frac{7}{6}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{36}$
 b) $(-2)^3 - (-0,5)^3 - 7,875$
 c) $(-2)^2 - (-0,5)^2 + 3,75$

4. Calcule o valor de A na expressão
 $A = (+0,8) : (-0,2)^2 + (-2,7) : (-0,3)^2$
 -10

5. Sendo $x = 3^{-1}$, $y = 6^{-1}$ e $z = 9^{-1}$, calcule o valor da expressão $y + z - x$. $-\frac{1}{18}$

6. Calcule o valor de:

- a) 3^{-2} d) $10^{-5} \frac{1}{100\,000}$
 b) $\left(+\frac{2}{7}\right)^{-1} + \frac{7}{2}$ e) $\left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} + \frac{4}{25}$
 c) $(-5)^{-1} - \frac{1}{5}$ f) $20^{-2} \frac{1}{400}$

7. Escreva na forma de potência com expoente inteiro negativo os seguintes números racionais:

- a) 0,001 10^{-3} c) 0,01 10^{-2}
 b) 0,000001 10^{-6} d) 0,0000001 10^{-7}

8. Sabe-se que $a = 2^{-5}$ e $b = 4^{-3}$. Se você dividir o número a pelo número b, qual será o resultado? 2

9. Dê o valor de cada potência expresso na forma decimal:

- a) 10^{-4} 0,0001 b) $\left(+\frac{5}{2}\right)^{-2}$ 0,16

10. Determine o valor das seguintes expressões numéricas:

- a) $\left(1 - \frac{2}{3}\right)^{-4} + 81$ b) $\left(\frac{5}{4} - 1\right)^{-3} + 64$

11. Sabendo que $A = 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3}$, determine o valor do número A. 0,111

Esportes: o atletismo

O atletismo é uma competição que envolve várias modalidades:

- Corrida rasa: de 100, 200, 400, 800, 1500, 5000 e 10000 metros;
- Corrida com barreiras: de 110 e 400 metros;
- Corrida com obstáculos: 3000 metros;
- Revezamento: 4×100 e 4×400 metros;
- Marcha atlética: 20000 metros;
- Saltos: altura, distância, triplo e com vara;
- Arremessos/lançamentos: peso, disco, dardo e martelo;
- Prova combinada: decatlo (masculino) e heptatlo (feminino).

Informações obtidas em: <http://www.cbat.org.br/atletismo/categorias_oficiais.asp>. Acesso em: 10 ago. 2018.



DEPOSITPHOTOS/GLOW IMAGES

- Mirieli Estaili, vice-campeã mundial no salto triplo, subiu ao pódio e recebeu a medalha de prata no Mundial de Atletismo Sub-20 de Tampere, Finlândia, 2018. Foto tirada em 2018.



STEPHEN POND/GETTY IMAGES

- A equipe brasileira, formada por Bruno B. da Silva, Giovana R. dos Santos, Jéssica V. Moreira e Alison B. dos Santos, conquistou o ouro no revezamento misto 4×400 m no Campeonato Mundial Sub-18 de Atletismo realizado em Nairóbi, Quênia, 2017. Foto tirada em 2017.

1. O Brasil disputou o Campeonato Sul-Americano de Atletismo, no Paraguai, em 2017. Os brasileiros conquistaram 17 medalhas de ouro, 12 de prata e 7 de bronze. A Colômbia classificou-se em segundo lugar, com 9 medalhas de ouro, 12 de prata e 9 de bronze. E em terceiro lugar classificou-se a Argentina, com 6 medalhas de ouro, 3 de prata e 5 de bronze.

Informações obtidas em: <<http://www.cbat.org.br/noticias/noticia.asp?news=9337>>. Acesso em: 1º out. 2018.

Organize os dados apresentados e construa no caderno um quadro de medalhas, com quatro colunas, semelhante ao quadro a seguir. Depois, escreva a fração correspondente à relação entre a quantidade de medalhas de prata e o total de medalhas que cada país conquistou. Em seguida, escreva a fração que representa a razão entre a quantidade de medalhas de prata e a de medalhas de ouro conquistadas pela Argentina.

Número de medalhas				
País \ Medalha	Ouro	Prata	Bronze	

Brasil: $\frac{1}{3}$, Colômbia: $\frac{2}{5}$, Argentina: $\frac{3}{14}$; $\frac{1}{2}$.

119

Observar que a fonte dos dados também está no enunciado da atividade.

Ressaltar que as frações que representam as medalhas de prata de cada país exprimem uma comparação entre a quantidade de medalhas de prata e a quantidade total de medalhas do país (comparação de parte com todo). Desse modo, os alunos devem perceber que precisam do total de medalhas de cada país: Brasil: 36 medalhas; Colômbia: 30 medalhas; Argentina: 14 medalhas

Assim, obtêm-se:

- medalhas de prata do Brasil: $\frac{1}{3}$. O que significa que em cada 3 medalhas que o Brasil conquistou, 1 é de prata.
- medalhas de prata da Colômbia: $\frac{2}{5}$ (em cada 5 medalhas, 2 são de prata).
- medalhas de prata da Argentina: $\frac{3}{14}$ (em cada 14 medalhas, 3 são de prata).

Já a outra comparação solicitada: fração que representa o total de medalhas de prata em relação ao total de medalhas de ouro que a Argentina recebeu, é uma comparação de parte com parte. Assim, espera-se que os alunos concluam que a fração $\frac{3}{6}$, ou seja, $\frac{1}{2}$, mostra que as medalhas de prata e ouro conquistadas pela Argentina estão na relação de 1 para 2 – para cada medalha de prata ganha, a Argentina conquistou 2 medalhas de ouro, ou seja, a quantidade de medalhas de prata é a metade da quantidade de medalhas de ouro recebida pela Argentina.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Por toda parte

Esta seção trata de esportes, em particular das modalidades do atletismo: corrida rasa, corrida com barreiras, corrida com obstáculos, revezamento, marcha atlética, sal-

tos, arremessos/lançamentos e prova combinada. Verificar a possibilidade de realizar um trabalho interdisciplinar com a área de Educação Física.

Apresentamos a seguir a tabela completa solicitada na questão proposta:

Número de medalhas			
País \ Medalha	Ouro	Prata	Bronze
Brasil	17	12	7
Colômbia	9	12	9
Argentina	6	3	5

EDITORIA DE ARTE

Fonte: <<http://www.cbat.org.br/noticias/noticia.asp?news=9337>>. Acesso em: 1º out. 2018.

Raiz quadrada exata de números racionais

O objetivo aqui é levar os alunos a calcular a raiz quadrada exata de um número racional não negativo. Começar relembando as ideias que envolvem a operação raiz quadrada no conjunto dos números naturais, dando ênfase na relação entre a raiz quadrada e sua representação geométrica. Mostrar que a raiz quadrada exata de um número é a medida do lado de um quadrado cuja área é igual ao referido número, e por isso a raiz quadrada exata de um número natural só é possível quando esse número for um *quadrado perfeito*. Recordar, também, o processo de fatoração de um número como método para calcular a raiz quadrada de um número quadrado perfeito.



RAIZ QUADRADA EXATA DE NÚMEROS RACIONAIS

Vimos como determinar a raiz quadrada exata de um número inteiro positivo. Agora estudaremos a raiz quadrada exata de um número racional positivo.

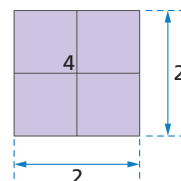
A **raiz quadrada exata** de um número racional positivo é o número racional positivo que, elevado ao quadrado, resulta no número inicial.

Veja alguns exemplos a seguir:

- 2 é a raiz quadrada de 4, pois $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$.

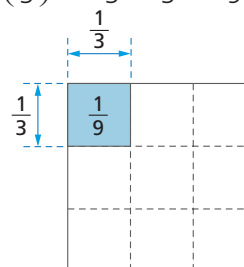
Indica-se: $\sqrt{4} = 2$.

Geometricamente, a raiz quadrada de um número é expressa pela medida do lado de um quadrado cuja área corresponde a esse número.



- $\frac{1}{3}$ é a raiz quadrada de $\frac{1}{9}$, pois $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.

Indica-se: $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$.



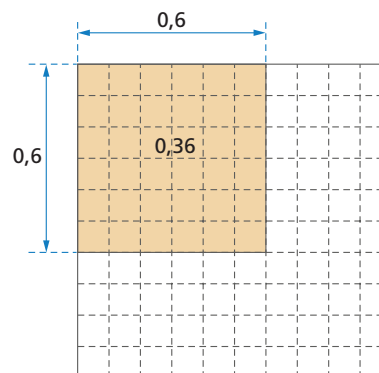
IMAGENS FORA DE PROPORÇÃO.

Geometricamente, temos:

- 0,6 é a raiz quadrada de 0,36, pois $(0,6)^2 = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$.

Indica-se: $\sqrt{0,36} = 0,6$.

Geometricamente, temos:



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Depois, sugerimos que os alunos façam a leitura e a discussão coletiva do texto do livro para facilitar a troca de informações e ideias. Levá-los a relacionar as ideias estudadas sobre o cálculo da raiz quadrada de números naturais e o cálculo da raiz quadrada de números racionais não negativos.

É importante que os alunos percebam que é possível expressar os números racionais como quadrados para depois determinar a raiz quadrada, como no caso dos **exemplos 2 e 3**.

AMPLIANDO

Atividade complementar

Resolva a expressão numérica a seguir, lembrando que:

- primeiro resolvem-se as raízes quadradas e as potências, na ordem em que aparecem;
- em seguida resolvem-se as multiplicações e divisões, na ordem em que aparecem;
- e, por fim, resolve-se a adição algébrica.

$$\frac{4}{10} - \sqrt{0,0225 + (0,2)^2} + \left(-1 + \frac{4}{5}\right)^{-1}$$

Resolução da atividade

$$\begin{aligned} & \frac{4}{10} - \sqrt{0,0225 + (0,2)^2} + \left(-1 + \frac{4}{5}\right)^{-1} = \\ & = \frac{4}{10} - \sqrt{0,0225 + 0,04} + \\ & + \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} = \\ & = \frac{4}{10} - \sqrt{0,0625} + (-5) = \\ & = \frac{4}{10} - 0,25 + (-5) = \\ & = 0,4 - 0,25 - 5 = -4,85 \end{aligned}$$

Estudaremos, agora, como determinar a raiz quadrada exata de outros números racionais. Vamos analisar alguns exemplos:

- 1** Para determinar a raiz quadrada do número 1 024, vamos fazer a decomposição em fatores primos de 1 024.

1 024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$$1\,024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{10}$$

Como 2^{10} pode ser escrito na forma $(2^5)^2$ (potência de uma potência), temos:

$$1\,024 = 2^{10} = (2^5)^2 = (32)^2 = 32 \cdot 32$$

$$\text{Como } 1\,024 = 32 \cdot 32, \text{ temos: } \sqrt{1\,024} = 32.$$

- 2** Determinar a raiz quadrada exata de $\frac{81}{121}$.

Vamos fazer a decomposição em fatores primos do numerador e do denominador.

81	3	121	11
27	3	11	11
9	3	1	
3	3		
1			

$$\frac{81}{121} = \frac{3^4}{11^2} = \frac{(3^2)^2}{(11)^2} = \left(\frac{9}{11}\right)^2 = \frac{9}{11} \cdot \frac{9}{11}$$

$$\text{Como } \frac{81}{121} = \frac{9}{11} \cdot \frac{9}{11}, \text{ temos: } \sqrt{\frac{81}{121}} = \frac{9}{11}.$$

- 3** Qual é a raiz quadrada exata de 4,41?

Lembrando que $4,41 = \frac{441}{100}$, vamos fazer a decomposição em fatores primos do numerador e do denominador.

441	3	100	2
147	3	50	2
49	7	25	5
7	7	5	5
1		1	

$$\begin{aligned} \frac{441}{100} &= \frac{3^2 \cdot 7^2}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{(3 \cdot 7)^2}{(2 \cdot 5)^2} = \left(\frac{21}{10}\right)^2 = \\ &= (2,1)^2 = 2,1 \cdot 2,1 \end{aligned}$$

$$\text{Como } 4,41 = \frac{441}{100} = 2,1 \cdot 2,1, \text{ temos: } \sqrt{4,41} = 2,1.$$

SAIBA QUE

Nem todo número racional positivo tem raiz quadrada exata.

Atividades

Estas atividades têm como objetivo levar os alunos a calcular a raiz quadrada exata de um número racional (nas formas decimal e de fração) não negativo.

Na **atividade 1**, podemos associar diretamente o radicando ao número de quadrados pintados em cada figura, que representa a área do quadrado formado. Logo, a raiz quadrada é a medida do lado de cada um desses quadrados, respectivamente. Assim, espera-se que os alunos percebam que $\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{0,49} = 0,7$ e $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$.

Perguntar aos alunos como eles poderiam fazer esse cálculo, sem utilizar as figuras. Socializar os diferentes procedimentos, validando-os com os alunos. Uma possível resposta é:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sqrt{36} &= \sqrt{6^2} = 6 \\ \text{b)} \quad \sqrt{0,49} &= \sqrt{(0,7)^2} = 0,7 \\ \text{c)} \quad \sqrt{\frac{4}{9}} &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Na **atividade 4**, espera-se que os alunos façam e utilizem as propriedades de potências para obter um único quadrado e, assim, determinar o valor de a , para então criar a expressão. Assim, uma possível resolução é:

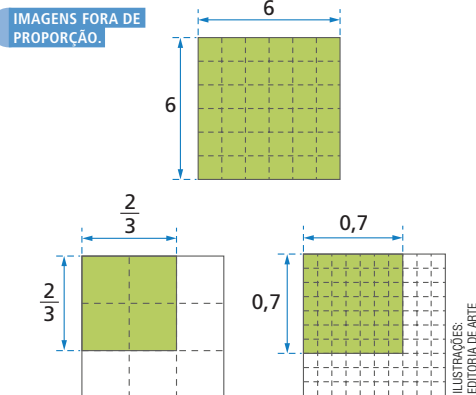
$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{121}{196}} = \sqrt{\frac{11^2}{2^2 \cdot 7^2}} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{11}{2 \cdot 7}\right)^2} = \frac{11}{2 \cdot 7} = \frac{11}{14} \end{aligned}$$

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 303

Responda às questões no caderno.

1. Observe as seguintes figuras:



Por meio dessas figuras, descubra, geometricamente, o valor de:

$$\text{a)} \quad \sqrt{36} \quad 6 \quad \text{b)} \quad \sqrt{0,49} \quad 0,7 \quad \text{c)} \quad \sqrt{\frac{4}{9}} \quad \frac{2}{3}$$

2. Determine a raiz quadrada exata dos números a seguir:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 2\,304 \quad 48 \quad & \text{d)} \quad 2\,500 \quad 50 \quad & \text{g)} \quad 6\,561 \quad 81 \\ \text{b)} \quad 676 \quad 26 \quad & \text{e)} \quad 3\,600 \quad 60 \quad & \text{h)} \quad 5\,184 \quad 72 \\ \text{c)} \quad 1\,764 \quad 42 \quad & \text{f)} \quad 1\,089 \quad 33 \end{aligned}$$

3. Substitua a letra x pelo número racional positivo que verifica cada uma das seguintes igualdades:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x^2 &= 100 \quad 10 \quad & \text{d)} \quad x^2 &= 0,0016 \quad 0,04 \\ \text{b)} \quad x^2 &= 121 \quad 11 \quad & \text{e)} \quad x &= \sqrt{25} \quad 5 \\ \text{c)} \quad x^2 &= \frac{1}{16} \quad \frac{1}{4} \quad & \text{f)} \quad x &= \sqrt{\frac{36}{49}} \quad \frac{6}{7} \end{aligned}$$

4. Sabe-se que $a = \sqrt{\frac{121}{196}}$. Qual é o número a ? $\frac{11}{14}$

5. Se x representa a raiz quadrada do número $\frac{64}{225}$, qual é o valor do número x ? $\frac{8}{15}$

6. Calcule o valor das expressões:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sqrt{\frac{16}{9}} \quad \frac{4}{3} \quad & \text{d)} \quad \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \frac{1}{2} \\ \text{b)} \quad \sqrt{0,25} \quad 0,5 \quad & \text{e)} \quad \sqrt{\frac{49}{100}} \quad \frac{7}{10} \\ \text{c)} \quad \sqrt{\frac{25}{36}} \quad \frac{5}{6} \quad & \text{f)} \quad \sqrt{1,96} \quad 1,4 \end{aligned}$$

7. Calcule o valor das expressões a seguir.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sqrt{441} + \sqrt{256} - \sqrt{900} \quad 7 \\ \text{b)} \quad \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{16}{9}} - \sqrt{\frac{25}{36}} \quad 1 \end{aligned}$$

8. Qual é a raiz quadrada exata de cada um dos números a seguir?

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 12,25 \quad 3,5 \quad & \text{e)} \quad 0,0784 \quad 0,28 \\ \text{b)} \quad 12,96 \quad 3,6 \quad & \text{f)} \quad 0,1024 \quad 0,32 \\ \text{c)} \quad 30,25 \quad 5,5 \quad & \text{g)} \quad 0,0729 \quad 0,27 \\ \text{d)} \quad 29,16 \quad 5,4 \quad & \text{h)} \quad 0,0324 \quad 0,18 \end{aligned}$$

9. Qual destes números é igual a $\sqrt{0,0064}$?

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{1}{8} \quad & \text{c)} \quad \frac{2}{5} \quad & \text{e)} \quad \frac{2}{25} \\ \text{b)} \quad \frac{8}{10} \quad & \text{d)} \quad \frac{1}{80} \quad & \text{Alternativa e.} \end{aligned}$$

10. Um número é expresso por $a^{10} \cdot b^4$. Qual é a expressão que representa a raiz quadrada desse número? $a^5 \cdot b^2$

11. Sabe-se que $x = \sqrt{\frac{1,69}{1,44}}$ e $y = \sqrt{\frac{0,81}{0,04}}$. Calcule o valor de $x : y$. $\frac{13}{54}$

12. Classifique cada uma das afirmações como verdadeira (V) ou falsa (F).

- A raiz quadrada de um número racional positivo sempre é exata. **F**
- O oposto do módulo de -5 é a raiz quadrada exata de 25. **F**
- O número 250 000 tem raiz quadrada exata. **V**

Educação financeira

Nesta seção, o texto leva os alunos a refletir sobre os custos envolvidos na fabricação, por exemplo, de pratos rápidos e a lógica comercial utilizada pelos comerciantes. Aproveitar para resgatar situações vivenciadas por eles, nas quais a promoção anunciada pelo comerciante os levou a uma compra que talvez não fosse tão lucrativa assim. Se julgar conveniente, convidá-los a criar uma pequena palestra sobre o assunto e apresentá-la para toda a comunidade escolar.

Para as questões abordadas temos as resoluções:

1. a) $3,30 : 3 = 1,10$
Custará R\$ 1,10.

b) $4,70 : 5 = 0,94$
Custará R\$ 0,94.

c) $5 \cdot 1,10 = 5,50$
Custaria R\$ 5,50.

2. A resposta depende da pesquisa de cada aluno.

A ciência dos preços

Por Felipe van Deursen
31 out. 2016- Publicado em 28 ago. 2011

[...]

Mas não é só lugar badalado que usa e abusa da psicologia dos preços. O prato feito da esquina também. Muitas vezes ele o induz a escolher exatamente aquilo que quer que você escolha. Pense em um filé com fritas. Pequeno, R\$ 15; médio, R\$ 20; grande, R\$ 22. Se a fome for grande, você tenderá a escolher o maior prato porque proporcionalmente ele é mais barato. O restaurante

pode cobrar menos, pois a quantidade de comida no prato não interfere tanto assim no custo (há outras partes envolvidas, como mão de obra, energia elétrica, gás, água etc.). Cobrando menos, o restaurante o leva a pedir logo o maior prato. É o chamado “menu induzidor”, que faz parte de um conceito largamente usado para conquistar o consumidor: o preço não linear.

Fonte: VAN DEURSEN, F. A ciência dos preços. Superinteressante. <<https://super.abril.com.br/%20comportamento/a-ciencia-dos-precos/>>. Acesso em: 1º out. 2018.

Para entender melhor o tema dos preços não lineares, resolva as questões a seguir no caderno.

1. Numa lanchonete, um suco de laranja pequeno (300 mL) é vendido por R\$ 3,30 e o suco grande (500 mL), por R\$ 4,70. Supondo que os preços são proporcionais às quantidades de líquido no copo, calcule:
 - a) Quanto custará cada 100 mL de suco de laranja se for comprado o suco pequeno? **R\$ 1,10.**
 - b) Quanto custará cada 100 mL de suco de laranja se for comprado o suco grande? **R\$ 0,94.**
 - c) Quanto custaria o suco grande se seu preço fosse calculado proporcionalmente em relação ao volume do suco pequeno? **R\$ 5,50.**
2. Você pode verificar que o preço não linear é bastante praticado, mesmo fora das promoções do tipo “leve mais e pague menos”. Visite um supermercado e observe alguns produtos, consumidos na sua residência, que são vendidos em embalagens de vários tamanhos. Anote para cada produto os tamanhos de embalagens e os respectivos preços. Veja o exemplo a seguir.

Produto	Embalagem menor		Embalagem maior		Preço da embalagem maior, caso ela seja proporcional à menor	Diferença entre o preço real e o preço proporcional
	Quantidade	Preço	Quantidade	Preço		

Faça uma análise e compartilhe com os amigos as vantagens de compra que você encontrou. **Resposta pessoal.**

Média aritmética e média aritmética ponderada

O objetivo destas situações consiste em ajudar os alunos a compreender o conceito de média, criando a possibilidade de calcularem a média aritmética e a média aritmética ponderada, quando se atribuem pesos aos números de um conjunto de valores.

Para introduzir o tema, propomos que seja desenvolvido um trabalho de investigação por parte dos alunos para descobrir:

- O que é média?
- Onde a média é utilizada?
- A média pode ser usada em todas as situações? Explique.

Dividir a turma em grupos de quatro alunos para que realizem uma pesquisa na biblioteca da escola ou do bairro, ou mesmo pela internet, procurando as respostas das questões acima. Marcar um dia para que todos tragam a pesquisa. Pedir a eles que apresentem as respostas. Organizar as informações obtidas no quadro de giz para que tenham a possibilidade de visualizar todas as respostas encontradas pela turma.

Instigar um debate entre os alunos sobre o tema, tendo como base as pesquisas que realizaram. Essa atividade desenvolve o conceito de média, dando significado ao trabalho com a média aritmética e a média aritmética ponderada.



MÉDIA ARITMÉTICA E MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA

Acompanhe as situações a seguir.

- 1 Em uma competição de ginástica, Clara obteve as notas registradas a seguir:

Modalidade	Salto sobre cavalo	Trave	Solo
Nota	5,0	8,0	5,0

Qual é a média das notas de Clara nessa competição? Nesse caso, calculamos a média da ginasta adicionando-se as três notas e dividindo-se o resultado por 3, ou seja:

$$\frac{5,0 + 8,0 + 5,0}{3} = \frac{18,0}{3} = 6,0$$

A média das notas de Clara na competição foi 6,0. Dizemos que o valor 6,0 é a **média aritmética** dos números 5,0; 8,0 e 5,0.

A **média aritmética** de n números representa a soma de todos os números dividida por n .

Agora, considere que os juízes atribuíram pesos diferentes a cada nota. Veja o quadro:

Modalidade	Nota	Peso atribuído
Salto sobre cavalo	5,0	3
Trave	8,0	2
Solo	5,0	5

Nesse caso, a média das notas da ginasta será calculada assim:

$$\frac{3 \cdot 5,0 + 2 \cdot 8,0 + 5 \cdot 5,0}{3 + 2 + 5} = \frac{56,0}{10} = 5,6$$

A média das notas de Clara na competição foi 5,6. Dizemos que o valor 5,6 é a **média aritmética ponderada** dos números 5,0; 8,0; e 5,0, aos quais atribuímos os pesos 3, 2 e 5, respectivamente.

Atividades

O objetivo das atividades é propor situações em que serão explorados os conceitos de média aritmética e de média aritmética ponderada, evidenciando a diferença entre elas.

Desafio

Resolução do desafio

Para resolver esse desafio, vamos verificar o que ocorre para $t = 11$.

$$S = 200 + 8 \cdot 11 = 288 \text{ e } 288 > 285$$

Para $t = 10$:

$$S = 200 + 8 \cdot 10 = 280 \text{ e } 280 < 285$$

Logo, somente para $t = 11$, o saldo é suficiente para comprar a máquina, o que corresponde ao mês de dezembro.

A **média aritmética ponderada** de um conjunto de valores é calculada pela soma dos produtos desses valores por seus respectivos pesos, dividida pela soma desses pesos.

Com base nos dois casos apresentados, observamos que o cálculo da média depende das regras previamente estabelecidas.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 304

Responda às questões no caderno.

1. Considere os seguintes números:

−32 −53 −45 25 60

Qual é a média aritmética desses números? **−9**

2. Um pediatra anotou as alturas de seis meninas de oito anos, medidas em seu consultório: 125 cm, 127 cm, 130 cm, 123 cm, 131 cm e 126 cm. Qual é a altura média dessas seis meninas, em centímetros? **127 cm.**

3. Caio e Lucca foram classificados em um concurso. A tabela mostra os pontos obtidos por eles nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos gerais.

Pontos nas provas

Estudante	Caio	Lucca
Disciplina		
Matemática	14	8
Português	15	16
Conhecimentos gerais	16	18

Fonte: Dados fictícios.

- a) Qual é a média de aproveitamento de:
- Caio?
 - Lucca? **15; 14**
- b) Qual deles apresentou a melhor média de aproveitamento? **Caio.**

4. Em uma lanchonete, a receita para preparar os sucos é: 8 copos de água mineral para 2 copos de groselha. Qual o custo de cada copo de suco, sabendo que cada copo de água mineral custa 50 centavos, e o de groselha custa 85 centavos?

57 centavos.

5. Uma equipe de handebol é formada por 12 jogadores. Três desses jogadores têm 20 anos, dois jogadores têm 26 anos, quatro jogadores têm 23 anos, e os demais têm 21 anos, 25 anos e 27 anos. Qual é a idade média aproximada dessa equipe? **23 anos.**

6. Uma indústria produziu 1800 aparelhos de um modelo de telefone por 30 reais a unidade e 1200 unidades de outro modelo por 27 reais cada um. Qual foi o preço médio desses aparelhos, por unidade? **R\$ 28,80.**

DESAFIO

7. Ana vai comprar uma máquina de R\$ 285,00. Ela tinha R\$ 200,00 em um investimento que obedeceu à seguinte regra, no ano de 2018: $S = 200 + 8t$, em que S representava o saldo em função de t , em meses ($0 \leq t \leq 11$).

- Supondo que o preço da máquina tenha sido o mesmo durante todo o ano, que $t = 0$ represente janeiro, $t = 1$, fevereiro e assim por diante, em que mês o saldo do investimento alcançou o valor da máquina?

No mês de dezembro.

Tratamento da informação

Na **unidade 2**, o gráfico de colunas também foi utilizado para apresentar informações com números inteiros negativos. Nesta Unidade, apresentamos o gráfico de colunas com informações com números racionais positivos e negativos na forma decimal.

Solicitar aos alunos que leiam o texto da notícia e que localizem as informações apresentadas no gráfico.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Resoluções na p. 304

🔍 **Análise de tabelas e gráficos com números racionais negativos**

Leia o texto a seguir.

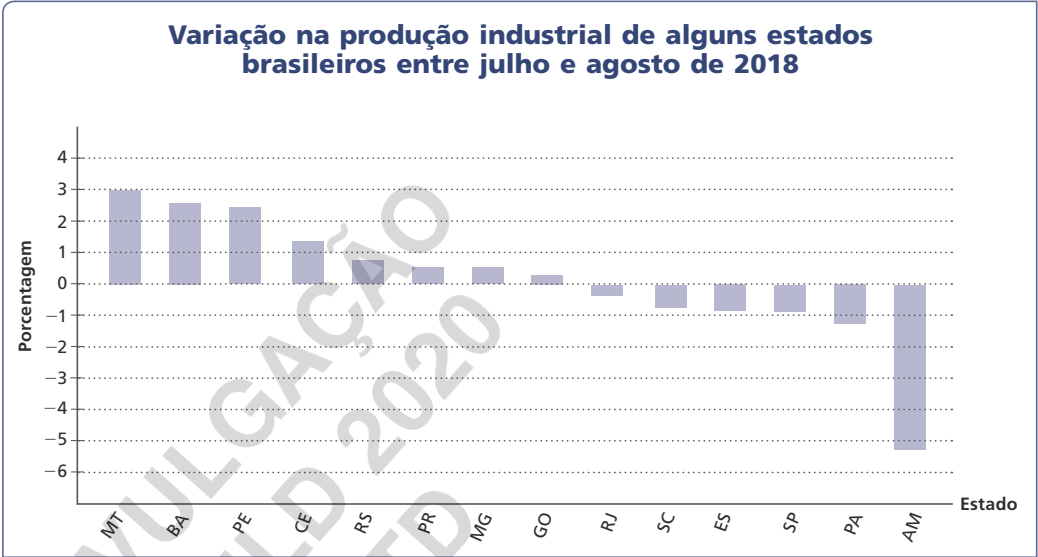
São Paulo puxa queda na produção industrial em agosto

A queda de 0,9% da produção industrial em São Paulo foi a principal influência para a baixa de 0,3% no setor entre julho e agosto deste ano, de acordo com os dados da Pesquisa Industrial Mensal Regional (PIM-PF Regional), divulgada hoje pelo IBGE. [...]

No total, em agosto, nove das quinze áreas pesquisadas tiveram variações positivas na produção industrial: Mato Grosso (3,0%), Bahia (2,7%), Pernambuco (2,6%), Ceará (1,5%), Nordeste (1,5%), Rio Grande do Sul (0,8%), Paraná (0,7%), Minas Gerais (0,5%) e Goiás (0,2%). Por outro lado, caíram Rio de Janeiro (−0,3%), Santa Catarina (−0,7%), São Paulo (−0,9%), Espírito Santo (−0,9%), Pará (−1,1%) e Amazonas (−5,3%). [...]

Fonte: IBGE. São Paulo puxa queda na produção industrial em agosto. **Agência IBGE Notícias**. Disponível em: <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/22767-sao-paulo-puxa-queda-na-producao-industrial-em-agosto>>. Acesso em: 26 out. 2018.

Agora observe o gráfico que representa alguns dados desse texto:



Fonte: IBGE. São Paulo puxa queda na produção industrial em agosto. **Agência IBGE Notícias**. Disponível em: <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/22767-sao-paulo-puxa-queda-na-producao-industrial-em-agosto>>. Acesso em: 26 out. 2018.

Responda no caderno.

1. Em quais estados pesquisados a produção industrial apresentou variação positiva entre julho e agosto de 2018? **Mato Grosso, Bahia, Pernambuco, Ceará, Rio Grande do Sul, Paraná, Minas Gerais e Goiás.**
2. Em quais estados pesquisados a produção industrial apresentou variação negativa nesse período? **Rio de Janeiro, Santa Catarina, Espírito Santo, São Paulo, Pará e Amazonas.**
3. Qual estado pesquisado apresentou maior variação positiva? **Mato Grosso, 3,0%.**
4. Qual estado pesquisado apresentou maior variação negativa? **Amazonas, -5,3%.**
5. Qual foi a diferença, em pontos percentuais, entre a maior variação positiva e a menor variação negativa? **8,3%**
6. Mensalmente o IBGE divulga a **Pesquisa Mensal de Serviços** que produz indicadores que permitem acompanhar o setor de serviços no país, investigando a receita bruta de serviços nas empresas que desempenham como principal atividade um serviço não financeiro, excluídas as áreas de saúde e educação. Considere a tabela a seguir.

Pesquisa Mensal de Serviços
Indicadores do Volume de Serviços, segundo as atividades de divulgação
Agosto 2018 – Variação (%)

Atividades de divulgação	Mensal		
	Jun.	Jul.	Ago.
Serviços prestados às famílias	-4,2	-0,1	5,0
Serviços de informação e comunicação	1,4	0,1	-1,1
Serviços profissionais, administrativos e complementares	-3,5	-2,8	-0,3
Transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio	4,4	1,4	4,6
Outros serviços	3,3	1,0	1,3

- a) Quais foram os serviços que apresentaram apenas variação positiva nos meses divulgados?
 - b) Quais foram os serviços que apresentaram apenas variação negativa nos meses divulgados?
 - c) Escolha ao menos duas atividades de divulgação apresentadas na tabela e elabore um gráfico de múltiplas colunas utilizando os três meses que compõem a pesquisa. Você pode usar cores diferentes para indicar os dados para cada mês. Não se esqueça de elaborar uma legenda. **Resposta pessoal.**
 - d) Qual foi a média da variação percentual das atividades divulgadas no mês de agosto? **1,9%**
6. a) Transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio e outros serviços.
b) Serviços profissionais, administrativos e complementares.

127

Uma sugestão é que os alunos trabalhem as questões desta seção em duplas, propiciando a discussão de estratégias e a interpretação dos dados, trocando informações e ideias.

Se julgar necessário, solicitar aos alunos que elaborem outras questões para explorar as informações do gráfico sobre a produção industrial e da tabela sobre a pesquisa mensal de serviços.

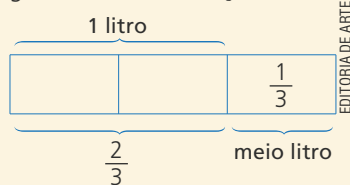
Retomando o que aprendeu

O objetivo das atividades desta seção é propiciar aos alunos que retomem os conteúdos estudados na Unidade e, caso seja necessário, façam retomadas para sanar as dúvidas que possam surgir. Sugerir que realizem individualmente os exercícios. Orientá-los a consultar o livro para tirar dúvidas e buscar informações. Será valioso para o desenvolvimento da autonomia intelectual de cada um deles que percebam seu processo de aprendizagem, suas dificuldades e a busca de informações.

Usar esse momento para avaliar as possíveis dificuldades dos alunos. Socializar os diferentes procedimentos e discutir as dúvidas com a turma.

Na **atividade 3**, analisar com os alunos a situação, levando-os a concluir que a capacidade da jarra corresponde ao inteiro (jarra cheia), que seria 1 litro mais $\frac{1}{3}$. Propor-lhes que reproduzam o desenho da jarra no caderno e façam a divisão das demais partes para completar o inteiro (dividido em três partes iguais).

Outra possibilidade é que eles façam uma representação geométrica da situação:



Assim, eles poderão perceber que a parte da jarra com 1 litro de água corresponde a $\frac{2}{3}$ de sua capacidade, ou seja, $\frac{1}{3}$ da capacidade da jarra corresponde a meio litro. Portanto, a capacidade da jarra é de 1,5 litro (um litro e meio).

Como uma ampliação desta atividade, perguntar: "Para obter 6 litros de suco, quantas dessas jarras cheias são necessárias?".

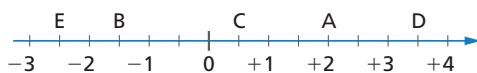
RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções na p. 304

Responda às questões no caderno.

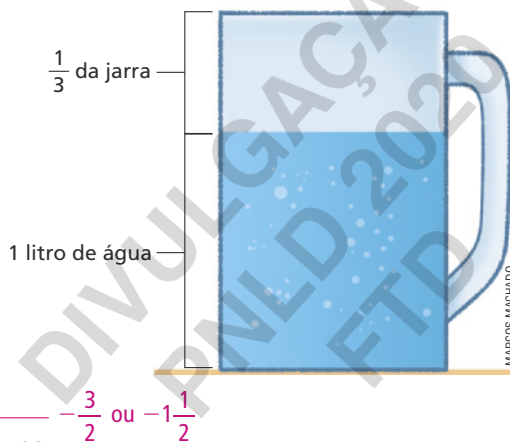
1. Qual é a distância, em metros, de um ponto situado a $-6,35$ m do nível do mar até um ponto situado a $-1,5$ m do nível do mar? Suponha que os dois pontos considerados estejam alinhados verticalmente. **Alternativa d.**
 - a) 4,35
 - b) 4,45
 - c) 4,65
 - d) 4,85

2. Observe a reta numérica e responda:



- a) Qual é a abscissa do ponto C? **$+\frac{1}{2}$**
- b) Qual é a abscissa do ponto B?
- c) Qual é a imagem geométrica do número $+\frac{7}{2}$ (ou $+3\frac{1}{2}$)? **Ponto D.**
- d) Qual é a imagem geométrica do número $-\frac{5}{2}$ (ou $-2\frac{1}{2}$)? **Ponto E.**

3. Em uma jarra foi colocado 1 litro de água, e ainda sobra $\frac{1}{3}$ da jarra para completar. Quantos litros de água cabem nessa jarra? **1,5 litro de água.**



128

Como cada jarra tem a capacidade de 1,5 litro, precisamos saber quantos 1,5 litro cabem em 6 litros, ou seja, basta dividir 6 por 1,5.

$$6 : 1,5 = 60 : 15 = 4$$

Logo, são necessárias 4 jarras.

$$-\frac{7}{4}; \text{ inverso de } -\frac{4}{7}.$$

4. Em uma sala de aula, $\frac{2}{3}$ dos alunos praticam esportes. Desses alunos, $\frac{3}{4}$ jogam voleibol. Que fração dos alunos da sala pratica voleibol? **$\frac{1}{2}$**
5. Escreva o número que multiplicado por $-\frac{4}{7}$ dá 1. Como se chama esse número em relação ao número $-\frac{4}{7}$?

6. Calcule o valor dos produtos.

- a) $(-4) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) + \frac{7}{2}$
- b) $(-6,4) \cdot (+3,5) - 22,40$
- c) $(-2) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) - \frac{3}{14}$
- d) $\left(-\frac{7}{10}\right) \cdot \left(+\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) + \frac{1}{6}$
- e) $(+5,5) \cdot (-1,1) \cdot (-0,66) + 3,993$
- f) $(-1,45) \cdot (-1,4) \cdot (-0,8) - 1,624$

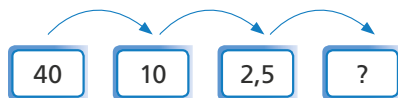
7. Entre quais números inteiros se situa o resultado da expressão $\left(-\frac{3}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right)$? **Alternativa c.**

- a) -3 e -2 .
- b) -2 e -1 .
- c) -1 e 0 .
- d) 0 e -1 .

8. Calcule o valor das expressões numéricas:

- a) $\frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) + 2 \cdot \left(+\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{18}$
- b) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{10}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{30}$
- c) $(-0,28) \cdot (+1,5) - (+0,7) \cdot (-0,72) + 0,084$
- d) $0,625 - (+0,84) \cdot (+0,6) + 0,121$

9. Qual é o próximo número desta sequência? **Alternativa a.**



- a) 0,625 d) 62,5
b) 0,0625 e) 4,25
c) 6,25
10. Qual é o número decimal correspondente ao resultado da expressão a seguir? **Alternativa e.**

$$0,25 + 0,19 : (4 - 0,8 : 0,5 - 0,5)$$

- a) 0,2 c) 0,3 e) 0,35
b) 0,25 d) 0,32
11. Quando $x = 6^{-1}$ e $y = 6^{-2}$, quanto vale $x + y$? **Alternativa c.**

- a) $+\frac{7}{6}$ d) $-\frac{7}{36}$
b) $-\frac{7}{6}$ e) $+\frac{1}{6}$
c) $+\frac{7}{36}$

12. (Urca-CE) Qual é a oitava parte de $2^{32} \times 3^{16}$? **Alternativa d.**

- a) $2^{25} \times 3^{16}$
b) $2^{26} \times 3^8$
c) $2^4 \times 3^2$
d) $2^{29} \times 3^{16}$
e) $2^{29} \times 3^{13}$

13. Observe os dados referentes à idade dos alunos da classe de André.

Idade dos alunos

Quantidade de alunos	Idade
3	12
18	13
9	14

Fonte: Dados fictícios.

A média das idades dos alunos dessa classe é: **Alternativa c.**

- a) 13 anos. d) 13,4 anos.
b) 13,1 anos. e) 13,5 anos.
c) 13,2 anos.

UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, foram abordados: o conjunto dos números racionais, as propriedades inerentes a esse conjunto e as estruturas das operações de adição algébrica, multiplicação e divisão. Além disso, foram exploradas as operações que envolvem potências, raiz quadrada, média aritmética e média ponderada.

Esses conceitos foram estudados por meio da observação, inclusive de suas aplicações no cotidiano, como valores em reais, análise de gráficos e resolução de problemas.

Vamos retomar as aprendizagens da Unidade 4 e refletir sobre elas:

- Explique: Entre dois números racionais sempre há outro número racional. **Possível explicação:** Basta calcular a média entre esses dois números, que será um número racional entre eles.
- Quantos números racionais existem entre os números 0 e 1? **Infinitos.**
- Que conjuntos numéricos estão contidos no conjunto dos números racionais? **O conjunto dos números naturais e o conjunto dos números inteiros.**
- Em seu cotidiano, em quais situações é possível perceber a presença de números racionais? **Resposta pessoal.**

Um novo olhar

Os questionamentos existentes no encerramento desta Unidade poderão permitir reflexões sobre as aprendizagens individuais, além de uma breve retomada dos conteúdos apresentados.

É importante que os alunos respondam individualmente a cada uma das questões para que, desse modo, possam perceber o que aprenderam e as possíveis dúvidas que ainda tenham sobre determinado assunto abordado.

O objetivo da primeira questão desta seção é que eles reflitam sobre o conjunto dos números racionais, de modo que percebam que entre dois números racionais sempre há outro número racional.

A segunda questão traz um novo enfoque para fazê-los entender que não é possível representar numericamente o conjunto dos números racionais, já que entre dois inteiros há infinitos racionais e entre dois racionais há sempre outro racional.

A terceira questão retoma a definição de número racional e ressalta o fato de que todo número inteiro é racional e, portanto, todo número natural também é racional.

E a última questão considera a vivência dos alunos, de como eles percebem a presença e utilização dos números racionais em seu cotidiano.

GERAIS

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

ESPECÍFICAS

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras



LINGUAGEM ALGÉBRICA E EQUAÇÕES

Um dos tipos de atendimento nos restaurantes se dá por meio da modalidade comumente denominada *self-service* (sirva-se) ou venda “a quilo”. Essa modalidade, consideravelmente recente, que conquistou o reconhecimento dos brasileiros, consiste em um restaurante em que os alimentos estão dispostos de maneira que o cliente se serve com a quantidade que desejar. Para entender como funciona um restaurante de venda “a quilo”, observe a cena e responda às questões no caderno.

Em um restaurante de venda a quilo, cada pessoa pode decidir qual alimento e qual quantidade ela quer comer. Isso permite uma alimentação balanceada.



- Como podemos saber a massa somente dos alimentos que colocamos em nossa refeição, sem considerar a massa do prato? *Basta medir a massa do prato com a refeição e dela subtrair a massa do prato vazio.*
- Considerando que as pessoas que vão a um restaurante não comem a mesma quantidade de comida, é necessário que o valor a ser pago seja representado matematicamente. Você sabe que nome se dá a essa representação? *Resposta esperada: equação.*
- Para representar o valor a ser pago pela refeição no restaurante apresentado, como você descreveria essa representação e qual seria o resultado dela?
Para essa representação, se julgar necessário, use:
 $P = \text{massa do prato}$ *Valor a pagar = $29,89 \cdot (T - P)$ ou*
 $T = \text{massa total}$ *Valor a pagar = $29,89x$, em que $x = T - P$*
 $x = \text{massa da refeição}$

130

linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

HABILIDADES p. XIX e XX

Números

- EF07MA05
- EF07MA06

Álgebra

- EF07MA13
- EF07MA14
- EF07MA15
- EF07MA16
- EF07MA18

Probabilidade e estatística

- EF07MA36

Abertura de Unidade

Esta Unidade retoma o estudo de regularidades em sequências, ampliando o trabalho iniciado na **Unidade 1** deste volume, destacando as sequências recursivas e a determinação da lei de formação e do termo geral expressos com o uso de simbologia algébrica; trata de equações do 1º grau em variados contextos e aplica os princípios da igualdade na resolução de problemas que podem ser representados por essas equações. Além disso, explora gráficos de linhas.

A abertura é o momento para questionar os alunos sobre o significado de tara de uma balança (um valor a ser descontado quando queremos, por exemplo, desconsiderar a embalagem de um produto ou a massa do prato em um restaurante).

Discutir com os alunos sobre as informações contidas no infográfico e, em seguida, pedir que respondam qual a motivação do Inmetro em criar uma portaria para obrigar os restaurantes a indicarem a massa do prato em local visível. Quanto às equações solicitadas na última pergunta, é de se esperar que nem todos cheguem a elas. Essa abertura poderá ser retomada posteriormente, conforme o andamento da Unidade.

O Inmetro, em 11 de abril de 2000, publicou a Portaria nº 97, em que se instituiu que os estabelecimentos que comercializam alimentos a quilo precisam fixar, em local visível, e devem exibir, de maneira legível, informações relativas à massa do prato utilizado para a colocação dos alimentos na hora da refeição.

Massa do prato:
510 gramas

Este visor mostra o valor que custa cada quilograma da refeição. Neste caso, o preço é R\$ 29,89 o quilograma.

Este visor mostra quanto será pago pela refeição. Neste caso, o preço a ser pago é R\$ 9,67. Este preço não inclui bebidas.

Este marcador mostra a massa do prato e da refeição juntos. Quando não há prato sobre a balança, este marcador deve marcar a massa do prato vazio, mas negativo. Neste caso, 510 g. Somente com o prato vazio sobre a balança este indicador deve marcar zero.

Sequências

Desenvolvemos aqui a noção de sequência e a observação de regularidades presentes de modo a caracterizar a sequência considerada, indo além das classificações de finita/infinita ou crescente/decrescente.

Pense e responda

Explorar cada uma das sequências apresentadas inicialmente. Espera-se que os alunos percebam que a sequência (I): 3; 0,5; -1; 4 foi criada aleatoriamente e, portanto, não há uma lei de formação.

No entanto, é necessário tomar muito cuidado com tais considerações, pois, às vezes, a lei de formação não é tão evidente e pode parecer que não existe. Apresente como exemplo a sequência: 2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, Nesse caso, a regra é listar todos os números naturais cujo nome se inicia pela letra D: dois, dez, doze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, duzentos, ...



1 SEQUÊNCIAS

Na Matemática, utilizamos as sequências numéricas (ou de figuras), que são aquelas que apresentam números escritos (ou figuras dispostas) em determinada ordem preestabelecida. Cada elemento que compõe uma sequência é denominado **termo**. A ordem em que o termo aparece é a **posição** dele na sequência.

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 306

1. Observe estas sequências:

I) 3; 0,5; -1; 4

II) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...

III) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Com base nessas sequências, responda:

- a) Qual sequência apresenta um número finito de elementos? **A sequência I.**
- b) Observe a sequência II: Anote o resultado da divisão de um termo pelo termo que vem imediatamente antes dele. Depois de escolher outros números e repetir o processo, escreva sua conclusão. Que relação podemos fazer entre um termo e o termo que vem imediatamente antes dele? **Pode-se concluir que o resultado obtido é sempre o mesmo; cada termo é o dobro do termo anterior.**
- c) Vimos na Unidade 1 que a sequência III se chama sequência de Fibonacci. A sequência de Fibonacci foi montada sem uma regra definida como a sequência I ou foi montada com uma regra definida, como a sequência II? **Mesmo tipo da sequência II.**

SAIBA QUE

Utilizamos as reticências (...) quando queremos indicar que algo continua indefinidamente, ou seja, quando não tem fim.

Sequências como as sequências II e III são chamadas de **sequências recursivas**, enquanto sequências como a sequência I são chamadas de **sequências não recursivas**.

Uma sequência é **recursiva** quando cada termo depende do termo anterior ou de termos anteriores (conhecido o termo inicial).

São exemplos de sequências recursivas:

- 4, 16, 256, 65 536 → o primeiro termo é o número 4 e cada termo seguinte é o termo anterior elevado ao quadrado



- → o primeiro termo é um quadrado e a cada termo adicionam-se dois quadrados, um alinhado acima e um alinhado à direita

As duas sequências que vimos como exemplo possuem uma regra que chamamos de **lei de formação** da sequência.

Termo geral de uma sequência recursiva

Note também que não podemos prever os próximos termos de sequências que não conheçamos a lei de formação. Por exemplo, na sequência 1, 3, 5, ... é muito provável que os alunos a identifiquem com a sequência dos números naturais ímpares e, assim, digam que o próximo termo é o 7. No entanto, o criador da sequência, que elaborou a regra para a sua criação, pode dizer que o próximo termo é 6. Veja o que ocorre com a sequência que tem o termo geral dado por:

$$T_n = -\frac{n^3}{6} + n^2 + \frac{n}{6}, \text{ com } n \geq 1, n \text{ natural.}$$

Substituindo nesse termo geral os valores de n iguais a 1, 2, 3 e 4, verificamos que eles correspondem, respectivamente, a: 1, 3, 5 e 6.

Por isso, nas atividades precisamos aceitar as leis que os alunos identificarem desde que haja coerência e alertá-los para terem muito cuidado com suas suposições.

Termo geral de uma sequência recursiva

Uma sequência recursiva é definida por sua lei de formação, pois é essa lei que determinará como os termos da sequência são calculados.

Veja as situações a seguir.

- 1 Tomando a sequência 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... podemos fazer algumas observações sobre ela: é infinita, é recursiva, o 1º termo dela é 1 e cada termo é igual ao termo anterior multiplicado por 2.

Com base nessas informações, qual o 30º termo dela?

Para responder à pergunta, podemos fazer sucessivas multiplicações até encontrarmos o valor desejado; no entanto, esse seria um processo longo e demorado.

Mas existe outra forma de solucionar essa questão. Usando a lei de formação, podemos encontrar uma fórmula que expresse cada termo, considerando sua posição. Essa fórmula recebe o nome de **termo geral**.

Vamos indicar cada termo de acordo com a sua posição da seguinte maneira: T_1 (1º termo), T_2 (2º termo), T_3 (3º termo), ... T_n (enésimo termo, ou termo geral).

Para essa sequência, note que:

Posição do termo	Valor do termo	Lei de formação
T_1	1	1
T_2	2	1×2
T_3	4	2×2
T_4	8	$4 \times 2 = 2 \times 2 \times 2$
T_5	16	$8 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$
T_6	32	$16 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Podemos perceber que cada termo pode ser escrito como uma potência de base 2, sendo:

$$T_1 = 2^0; T_2 = 2^1; T_3 = 2^2; T_4 = 2^3; T_5 = 2^4; T_6 = 2^5; \dots$$

Notamos também que:

$$T_1 = 2^0; T_2 = 2^1; T_3 = 2^2; T_4 = 2^3; T_5 = 2^4; T_6 = 2^5; \dots$$

Logo, o termo geral é dado por: $T_n = 2^{n-1}$, em que n é um número natural não nulo.

Ao substituir o valor de n por um número natural não nulo, encontramos o valor do termo de posição n correspondente.

No nosso caso queremos o 30º termo, então: $T_{30} = 2^{30-1}$, ou seja, $T_{30} = 2^{29}$.

Usando uma calculadora científica verificamos que $T_{30} = 536870912$.

Atividades

As atividades deste bloco têm como objetivo preparar os alunos para usar algumas fórmulas para descrever regularidades em sequências e, assim, determinar o termo geral ou a forma recursiva de caracterizar tais sequências numéricas.

Incentivar os alunos a usar estratégias próprias na resolução das atividades. Sugerimos que os alunos tenham um tempo de reflexão individual sobre essas atividades. Em seguida, reuni-los em duplas de modo conveniente, juntando um aluno que lidou muito bem com as questões e outro que ainda demonstra certa dificuldade, para que troquem estratégias e maneiras de pensar sobre as questões.

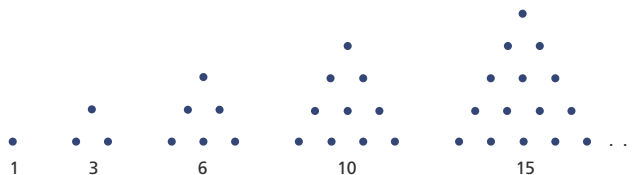
Ao final, escolher alguns alunos para vir ao quadro de giz e mostrar a resolução da dupla, de modo que as estratégias diferentes sejam compartilhadas com toda a turma.

AMPLIANDO

Link

Para enriquecer e ampliar o trabalho com sequências e números figurados, se possível, acessar o *link* a seguir: <<http://livro.pro/avzqc5>>. Acesso em: 27 out. 2018.

- 2 A sequência de figuras a seguir é denominada **sequência dos números triangulares**, cujas figuras são arranjos de pontos em forma de triângulos. Os números associados a cada uma dessas figuras (um número triangular) correspondente ao número de pontos da figura:



Analisando a formação das figuras, percebemos que a segunda figura tem 2 pontos a mais que a primeira, a terceira tem 3 pontos a mais que a segunda, a quarta tem 4 pontos a mais que a terceira e assim por diante.

$$\begin{aligned} \text{Então, temos: } T_1 &= 1 & T_3 &= 6 = T_2 + 3 & T_5 &= 15 = T_4 + 5 \\ T_2 &= 3 = T_1 + 2 & T_4 &= 10 = T_3 + 4 \end{aligned}$$

Logo, o termo geral é $T_n = T_{n-1} + n$, em que n é um número natural e $n > 1$ e $T_1 = 1$.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 306

Responda às questões no caderno.

- Identifique os termos destacados em cada sequência: **2 e zero, respectivamente.**
 - 3º e 6º termos em: 0, 0, 2, 0, 0, 0, 4
 - 1º termo em: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... **Zero.**
 - 10º termo em: -1, 1, -1, 1, -1, 1, ... **1**
- Classifique como recursiva ou não recursiva cada sequência dada a seguir:
 - 1, 2, 3, 1, 5, 1, 7, 1, 1, 1, 11, 1, 13, 1, 1, 1, 17, 1, 19, 1, ... **Não recursiva.**
 - 4, 7, 10, 13, ... **Recursiva.**
 - $T_1 = -2$ e $T_n = 2 \cdot T_{n-1}$, em que n é um número natural e $n > 0$ **Recursiva.**
- Determine o 8º termo da sequência cujo termo geral é:
 - $T_1 = 1$ e $T_{n+1} = T_n + 2$ ($n > 0$) **15**
 - $T_n = n^2$ ($n > 0$) **64**
 - $T_n = n \cdot (n - 1)$, para $n \geq 1$ **56**
- Descubra a lei de formação de cada sequência e determine os elementos que faltam:
 - 1, 4, 8, 13, ? **19**
 - 2, 4, 6, ?, 10, ?, 14, 8; 12
 - ?, 4, 9, ?, 25, 36, ? **1; 16; 49**
 - 8, 1, 12, 10, 14, 11, ?, 3, 7, 5, 16, 9 **6**
- Liste os 10 primeiros termos de cada sequência definida a seguir.
 - $T_n = n + 7$, para $n > 1$ **8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17.**
 - $T_n = (-2)^n$, para $n > 0$ **-2, 4, -8, 16, -32, 64, -128, 256, -512, 1024.**
 - A sequência que começa com 2 e cada termo subsequente é o termo anterior diminuído de 2. **2, 0, -2, -4, -6, -8, -10, -12, -14, -16.**
 - $T_1 = 4$ e $T_n = T_{n-1} + 3$, para $n > 1$ **4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31.**
- Determine o 5º termo da sequência dada por: $T_1 = 2$ e $T_n = 2n + 12 \cdot (n - 1)$, para $n > 1$ **58**
- Forneça lei de formação para cada sequência a seguir. Depois, determine os dois próximos termos dela.
 - 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, ...
Possível lei: $T_1 = 7$ e $T_n = T_{n-1} + 4$; **39 e 43.**
 - 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...
Possível lei: $T_n = 3 \cdot n$; **30 e 33.**
 - 3, 5, 8, 12, 17, 23, 30, ...
Possível lei: $T_1 = 3$ e $T_n = T_{n-1} + n$; **38 e 47.**



Expressões matemáticas que apresentam números e letras, ou somente letras, envolvendo operações são denominadas **expressões algébricas**. As letras das expressões algébricas representam números e são chamadas de **variáveis**.

🕒 A ideia de variável

No estudo que fizemos sobre sequências, utilizamos a letra n para representar a posição de um termo qualquer da sequência (termo geral).

Essa é uma maneira de indicarmos uma generalização de um resultado, no caso a lei de formação da sequência.

Acompanhe agora a situação a seguir.

Observe a sequência dos números quadrados perfeitos.

1, 4, 16, 25, 36, ...

- Vamos indicar por Q_n o termo geral dessas sequências: $Q_n = n^2$ ($n > 0$)

- Note também que:

$$Q_1 = 1 = 2 \cdot 1 - 1$$

$$Q_2 = 4 = 1 + 3 = 1 + (2 \cdot 2 - 1)$$

$$Q_3 = 9 = 1 + 3 + 5 = 1 + 3 + (2 \cdot 3 - 1)$$

$$Q_4 = 16 = 1 + 3 + 5 + 7 = 1 + 3 + 5 + (2 \cdot 4 - 1)$$

⋮

$$Q_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2 \cdot n - 1) = n^2$$

Na fórmula do termo geral $Q_n = n^2$, n é a **variável** (pode assumir o valor de qualquer número natural não nulo) e n^2 é uma expressão algébrica.

Quando substituímos um valor de n na fórmula do termo geral, estamos obtendo o **valor numérico da expressão algébrica** n^2 para esse valor substituído.

Por exemplo, para obter o 10º termo, fazemos $n = 10$ em $Q_n = n^2$, ou seja: $Q_{10} = 10^2 = 100$.

Então, 100 é o valor numérico da expressão n^2 para $n = 10$.

Note que, se já sabemos o valor do termo, então podemos descobrir sua posição na sequência. Por exemplo, qual é a posição do número 625 na sequência dos números quadrados perfeitos? Fazemos: $625 = n^2$, e assim procuramos o número natural n , que elevado ao quadrado, resulta 625; ou seja, $n = 25$.

Nesse caso, dizemos que n é uma **incógnita**, pois representa um valor que se procura.

Expressões algébricas

Ampliar o trabalho com expressões algébricas com outros exemplos. Explorar cada situação com os alunos e pedir que citem outras nas quais julguem que se têm variáveis envolvidas. Possíveis respostas: perímetro de um polígono, área de um retângulo ou de um quadrado, entre outras.

No estudo de equações, mais adiante, ressaltar a presença de letras que representam elementos desconhecidos e, por isso, têm o papel de incógnitas.

Igualdade

É interessante discutir com os alunos em que outras situações (além do tema da abertura) eles acreditam já ter utilizado uma equação.

O objetivo é que eles percebam que, ao realizarem cálculos em outras disciplinas ou no cotidiano, por exemplo, estão empregando conceitos matemáticos de maneira aplicada.

Retomar os símbolos matemáticos conhecidos pelos alunos e, em seguida, ler coletivamente as informações contidas nessas páginas. Depois, pedir a eles que elaborem um pequeno cartaz contendo esses símbolos, seus respectivos significados e as propriedades estudadas com alguns exemplos que os ajudem a compreender e a retornar a eles quando necessário.

Explorar as propriedades de uma igualdade apresentadas, de modo que os alunos possam verificá-las em variados exemplos. Isso pode ser feito em uma roda de conversa, por exemplo.

CAPÍTULO 3

IGUALDADE

Usamos sentenças para nos comunicar tanto em uma conversa quanto na linguagem escrita. Em Matemática, também usamos sentenças; a maioria delas faz afirmações sobre números. Nas sentenças matemáticas, usamos símbolos no lugar de palavras.

$=$ (igual a)

\neq (diferente de)

$>$ (maior que)

$<$ (menor que)

\Leftrightarrow (equivalente a)

\Rightarrow (implica)

Uma sentença matemática em que o símbolo $=$ é usado representa uma **igualdade**.



De modo geral, podemos representar uma igualdade por $a = b$, em que a e b são expressões diferentes para um mesmo número. Chamamos isso de **princípio da igualdade**.

Exemplos:

$$\underbrace{2 + 5}_a = \underbrace{7}_b$$

$$\underbrace{2^3 - 5}_a = \underbrace{3}_b$$

$$\underbrace{3^2 + 4^2}_a = \underbrace{5^2}_b$$

Em uma igualdade:

- A expressão matemática situada à **esquerda** do símbolo $=$ é denominada **1º membro da igualdade**.
- A expressão matemática situada à **direita** do símbolo $=$ é denominada **2º membro da igualdade**.

Assim:

$$\begin{array}{c} 2 + 5 = 7 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{1º membro} \quad \text{2º membro} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2^3 - 5 = 3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{1º membro} \quad \text{2º membro} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3^2 + 4^2 = 5^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{1º membro} \quad \text{2º membro} \end{array}$$

Propriedades de uma igualdade

Uma igualdade apresenta três propriedades.

1ª propriedade: $a = a$, para qualquer a . Essa é a propriedade **reflexiva**.

$$\bullet 2 = 2 \qquad \bullet \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

2ª propriedade: $a = b \Leftrightarrow b = a$, para quaisquer a e b . Essa é a propriedade **simétrica**.

$$\bullet 2 + 5 = 7 \Leftrightarrow 7 = 2 + 5 \qquad \bullet 2^3 - 5 = 3 \Leftrightarrow 3 = 2^3 - 5$$

3ª propriedade: $a = b$ e $b = c \Rightarrow a = c$, para quaisquer a , b e c . Essa é a propriedade **transitiva**.

$$\bullet 2 + 5 = 7 \text{ e } 7 = 8 - 1 \Rightarrow 2 + 5 = 8 - 1$$

$$\bullet 2^3 - 5 = 3 \text{ e } 3 = 2 + 2^0 \Rightarrow 2^3 - 5 = 2 + 2^0$$

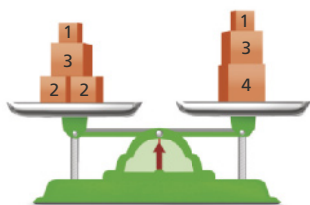
Princípios de equivalência

Os princípios de equivalência serão muito úteis na resolução de equações, assunto que veremos ainda nesta unidade.

Princípio aditivo: adicionando um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade, ou seja:

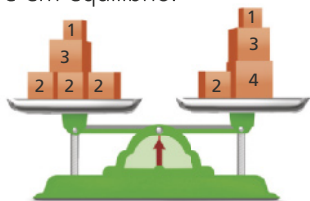
$$a = b \Rightarrow a + c = b + c$$

Vamos observar a balança de dois pratos a seguir para compreendermos melhor o princípio aditivo ao pensarmos na ideia de equilíbrio da balança. Note que a balança a seguir está equilibrada.



$$\underbrace{2 + 2 + 1 + 3}_{8} = \underbrace{4 + 1 + 3}_{8}$$

Aqui adicionamos **2** aos dois pratos da primeira balança. Note que ela se manteve em equilíbrio.



Então devemos adicionar 2 aos dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira:

$$\underbrace{(2 + 2 + 1 + 3) + 2}_{10} = \underbrace{(4 + 1 + 3) + 2}_{10}$$

Aqui retiramos **3** dos dois pratos da primeira balança. A balança continuou em equilíbrio.



Então devemos subtrair 3 dos dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira:

$$\underbrace{(2 + 2 + 1 + 3) - 3}_{5} = \underbrace{(4 + 1 + 3) - 3}_{5}$$

ILUSTRAÇÕES: LUCAS FARAU

Propriedades de uma igualdade e princípios de equivalência

Explicar a situação de equilíbrio de uma balança de dois pratos, quando esses pratos ficam à mesma altura com as massas colocadas em cada um deles, o que indicará que as massas que estão em cada prato são iguais.

Destacar o princípio aditivo, pedir aos alunos que descrevam outras modificações que podem ser feitas na balança ilustrada, de modo que se mantenha o equilíbrio dos pratos. Esclarecer que ao retirar massas de cada prato, isso equivale a somar negativamente.

Se julgar oportuno, apresentar aos alunos uma balança de dois pratos e objetos de diferentes massas e pesos usados para atingir o equilíbrio da balança, como mostrado nas figuras do livro.

Realizar com os alunos as pesagens iguais ou similares às do exemplo do livro. Assim, eles podem vivenciar uma situação concreta sobre o princípio de equivalência.

É sempre bom lembrar que, por meio dessas situações, os alunos podem compreender melhor os conceitos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Assim como foi feito com o princípio aditivo, pedir aos alunos que descrevam outras modificações, usando o princípio multiplicativo, que podem ser feitas na balança ilustrada de modo que se mantenha o equilíbrio dos pratos. Comentar que, ao dividir as massas de cada prato por um certo número não nulo, isso equivale a multiplicar pelo seu inverso. Desse modo, por exemplo, reduzir as massas pela metade (dividir por 2) corresponde a multiplicar por meio seus valores; reduzir à terça parte (dividir por 3) corresponde a multiplicar por um terço, e assim por diante.

Atividades

O objetivo deste bloco de atividades é levar os alunos a identificar sentenças matemáticas que são igualdades, determinar o primeiro e o segundo membro de uma igualdade, verificar as propriedades das igualdades e aplicar os princípios aditivo e multiplicativo.

Na **atividade 1**, orientar os alunos a perceberem que o sinal = tem a função de validar a equivalência, isto é, a igualdade entre as expressões do 1º membro e do 2º membro. Pedir a eles que identifiquem nas sentenças matemáticas o 1º e o 2º membro.

Os alunos também podem criar sentenças matemáticas que apresentem igualdades, como:

$$0,5 \cdot 16 = 8$$

Para melhor entendimento do assunto, trabalhar primeiramente com material manipulável.

Resolução da atividade

Atividade 1, item b: $3^3 + 3^2 = 2^5 + 2^2$

$$1^\circ \text{ membro: } 3^3 + 3^2$$

$$2^\circ \text{ membro: } 2^5 + 2^2$$

Resolvendo a expressão do 1º membro:

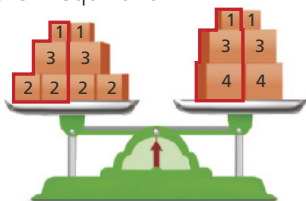
$$3^3 + 3^2 = 27 + 9 = 36 \quad (1)$$

Princípio multiplicativo: multiplicando os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, obtemos uma nova igualdade, ou seja:

$$a = b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$$

Vamos observar novamente a balança, a fim de compreendermos melhor o princípio multiplicativo.

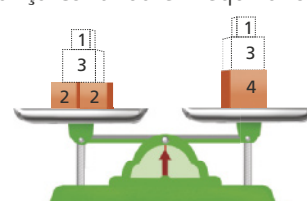
Aqui multiplicamos por 2 a massa em cada prato da primeira balança e ela continua em equilíbrio.



Então devemos multiplicar por 2 os dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira.

$$\underbrace{(2 + 2 + 1 + 3)}_{16} \cdot 2 = \underbrace{(4 + 1 + 3)}_{16} \cdot 2$$

Aqui vamos dividir por 2 a massa em cada prato da primeira balança. A balança continua em equilíbrio.



Então devemos dividir por 2 os dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira.

$$\underbrace{(2 + 2 + 1 + 3)}_4 : 2 = \underbrace{(4 + 1 + 3)}_4 : 2$$

ILUSTRAÇÕES: LUCAS PARAU

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 306

Responda às questões no caderno.

1. Identifique o 1º e 2º membros em cada igualdade:
1º membro: $3^3 + 3^2$;
2º membro: $2^5 + 2^2$
a) $6^2 - 5 = 31$ b) $3^3 + 3^2 = 2^5 + 2^2$
1º membro: $6^2 - 5$; 2º membro: 31
2. Na hora de escrever a sentença $-8 = x + 3$ apliquei uma propriedade da igualdade e escrevi: $x + 3 = -8$. Eu acertei? Em caso afirmativo, qual a propriedade que usei? *Sim; propriedade simétrica.*
3. Considere as igualdades $x = y$ e $y = -10$.
a) Qual é o valor de x ? $x = -10$
b) Que propriedade você usou para responder o item anterior? *Propriedade transitiva.*
4. Com base nas igualdades $x = 3y$ e $3y = a - b$, escreva uma nova igualdade.
 $x = a - b$

5. Na igualdade $x - 10 = 2$, eu adicionei 10 ao 1º membro. Como devo escrever o 2º membro para que continue existindo uma igualdade? $2 + 10$ ou 12.
6. Se você multiplicar o 1º membro da igualdade $3x = 27$ por $\frac{1}{3}$, como deverá ser escrito o 2º membro para que se obtenha uma nova igualdade? $(27) \cdot \frac{1}{3}$ ou 9.
7. Adicione o número (-6) aos dois membros da igualdade $x + 6 = 1$ e descubra o valor de x . $x = -5$
8. Multiplique cada membro da igualdade $4x = 28$ pelo número $\frac{1}{4}$. Em seguida, descubra o valor de x na nova igualdade obtida. $x = 7$

Resolvendo a expressão do 2º membro:

$$2^5 + 2^2 = 32 + 4 = 36 \quad (2)$$

Comparando os valores obtidos em (1) e em (2), relativos a cada membro, verificamos que a igualdade é verdadeira.



PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 306

Responda às questões no caderno.

1. Hoje Fernando tem 10 anos. Qual será a idade de Fernando nesse mesmo mês e dia daqui a:
a) 10 anos? **20 anos.** b) 25 anos? **35 anos.** c) x anos? **$(10 + x)$ anos.**
2. Quando Carlos subiu na balança, o visor mostrou 46 kg. Quantos quilogramas ele terá se:
a) ganhar 10 kg? **56 kg**
b) perder 5 kg? **41 kg**
c) ganhar x kg? **$(46 + x)$ kg**
d) perder y kg? **$(46 - y)$ kg**



DANILLO SOUZA

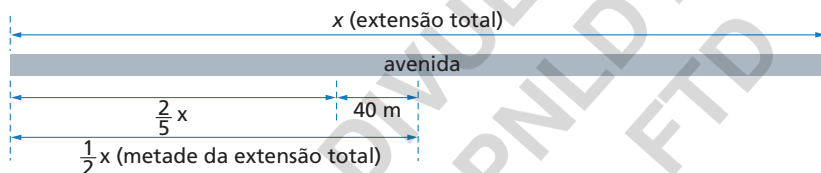
Conhecendo as equações

Em uma situação, quando precisamos encontrar o valor de um ou mais números desconhecidos, transformamos o texto que apresenta o problema em uma sentença escrita na linguagem matemática, usando letras e símbolos.

Imagine resolver situações usando palavras e desenhos. Parece bastante complicado, não é? Mas durante muito tempo era assim que as situações com números desconhecidos eram resolvidas. O uso de letras para representar os números desconhecidos facilitou a resolução de problemas e trouxe enormes progressos para a Matemática.

Quer ver? Acompanhe as situações a seguir.

1. Passeando com seus netos, Helena percorreu $\frac{2}{5}$ do comprimento total de uma avenida. Se andasse mais 40 metros, teria percorrido a metade da extensão total da avenida. Por meio de qual sentença matemática poderíamos obter, em metros, a extensão total dessa avenida? Primeiro precisamos encontrar um número que represente, em metros, a extensão total da avenida. Vamos indicar esse número pela letra x e fazer um esquema da situação:



Pense e responda

As atividades desta seção têm como objetivo preparar os alunos para o trabalho com equações e incógnitas. Pedir a alguns deles que mostrem no quadro de giz como procederam.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Explorar a situação apresentada com os alunos. Discutir coletivamente antes de apresentar as representações do livro. Incentivar os alunos a fazer registros pessoais e a expor para os colegas. Enfatizar que o uso de desenhos ou esquemas pode contribuir sobremaneira para a compreensão da questão proposta.

Em seguida, pedir que acompanhem o desenvolvimento apresentado pelo livro e comparem com o que fizeram.

Revisitar a situação depois de ter refletido sobre ela é uma importante estratégia para a aprendizagem significativa.

Observando o esquema, fica mais fácil escrever a sentença matemática:

$$\frac{2}{5}x + 40 = \frac{1}{2}x$$

Diagrama de anotações para a equação acima:

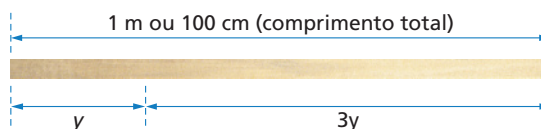
- Uma seta aponta de $\frac{2}{5}x$ para a expressão " $\frac{2}{5}$ da extensão total".
- Uma seta aponta de 40 para a expressão "metade da extensão total".
- Uma seta aponta de 40 para a expressão "40 m".

Note que formamos uma sentença matemática representada por uma igualdade, em que usamos a letra x para nos referir a um número desconhecido dessa sentença.

- 2 Um carpinteiro serra uma tábua de 1 m (ou 100 cm) em dois pedaços. Um dos pedaços tem um comprimento igual ao triplo do comprimento do outro. Que sentença matemática poderíamos escrever para calcular o comprimento de cada pedaço?

Devemos encontrar dois números que representem, em centímetros, os comprimentos dos pedaços em que a tábua foi serrada. Como um dos comprimentos é o triplo do outro (**triplo** significa três vezes), podemos indicar o comprimento do menor pedaço pela letra y e o comprimento do maior pedaço por $3y$.

Fazendo um esquema dessa situação, temos:



Observando o esquema, escrevemos a sentença matemática:

$$y + 3y = 100$$

Diagrama de anotações para a equação acima:

- Uma seta aponta de y para a expressão "comprimento do pedaço menor".
- Uma seta aponta de $3y$ para a expressão "comprimento do pedaço maior".
- Uma seta aponta de 100 para a expressão "comprimento total".

Usamos a letra y para compor os números desconhecidos nessa sentença representada por uma igualdade.

As sentenças matemáticas que escrevemos nas duas situações são chamadas equações.

Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja um ou mais símbolos que representem números desconhecidos dessa sentença, é denominada **equação**.

Cada símbolo que representa um número desconhecido chama-se **incógnita**.

Assim:

- A sentença matemática $x - y = 20$ é uma equação com duas incógnitas representadas pelas letras x e y .
- Como toda equação é uma igualdade, temos:

$$\frac{2}{5}x + 40 = \frac{1}{2}x$$

Diagrama de anotações para a equação acima:

- Uma seta aponta de $\frac{2}{5}x + 40$ para a expressão "1º membro".
- Uma seta aponta de $\frac{1}{2}x$ para a expressão "2º membro".

$$y + 3y = 100$$

Diagrama de anotações para a equação acima:

- Uma seta aponta de $y + 3y$ para a expressão "1º membro".
- Uma seta aponta de 100 para a expressão "2º membro".

1. Embora elas sejam igualdades, não apresentam número desconhecido.

Responda às questões no caderno.

1. Explique por que as igualdades matemáticas abaixo não são equações.

$$3^2 + 1 = 2 + 2^3$$

$$2^5 + 2^3 = 2^2 \cdot 10$$

2. Quais sentenças matemáticas a seguir representam equações?

$$x + 5 = 12$$

$$x + 10 > 10$$

$$x - 10 \neq 0$$

$$x - 5 = 2$$

$$x = -10$$

$$10x = 1$$

$x + 5 = 12$; $x - 5 = 2$; $x = -10$; $10x = 1$.

3. Veja as equações que Helena escreveu:

$$3x - 1 = 2x + 1$$

$$2x - y = 10 - y$$

Quantas incógnitas há:

- a) na 1ª equação? **Uma: x .** b) na 2ª equação? **Duas: x, y .**

4. Escreva as sentenças a seguir usando a linguagem simbólica matemática.

- a) O dobro de um número x é igual a 20. **$2x = 20$**
b) Um número z aumentado de 82 é igual a 150. **$z + 82 = 150$**
c) Se subtraímos um número x de 100, obteremos 36. **$100 - x = 36$**
d) A metade de um número x é igual a 25.

5. Escreva a equação correspondente a cada sentença:

- a) Ao triplo de um número t adicionamos 40 e obtemos 61. **$3t + 40 = 61$**
b) Subtraindo 20 do dobro de um número y , obtemos 160. **$2y - 20 = 160$**
c) A metade de um número x aumentada do próprio número x é igual a 96. **$\frac{x}{2} + x = 96$**
d) O quádruplo de um número x é igual ao triplo do número x , aumentado de 62. **$4x = 3x + 62$**
4. d) $\frac{1}{2}x = 25$ ou $\frac{x}{2} = 25$. $5x = 3x + 62$

6. Daqui a 5 anos Karina terá 37 anos. Usando a letra x , escreva uma equação que permita calcular a idade que Karina tem hoje. **$x + 5 = 37$**

7. A diferença entre a idade de Mariana e a de Gabriela é de 2 anos. Se Gabriela hoje está com 23 anos e é a mais nova das duas, use a letra x , e escreva uma equação para calcular a idade de Mariana.

$$x - 23 = 2 \text{ ou } x - 2 = 23.$$

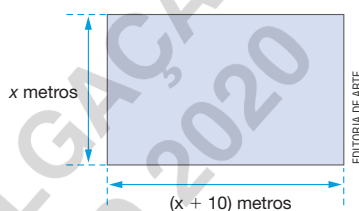
8. (Prova Brasil/Saeb) Uma prefeitura aplicou R\$ 850 mil na construção de três creches e um parque infantil. O custo de cada creche foi de R\$ 250 mil. A expressão que representa o custo do parque, em mil reais, é: **Alternativa d.**

- a) $x + 850 = 250$ c) $850 = x + 250$
b) $x - 850 = 750$ d) $850 = x + 750$

9. Duas caixas são colocadas em uma balança que marca 68 quilogramas. A massa da caixa maior é igual ao triplo da caixa menor. Usando a letra x , represente esse fato com uma equação.

$$x + 3x = 68$$

10. Em um terreno retangular, o comprimento tem 10 metros a mais que a largura. Se representarmos pela letra x o número de metros da largura, o comprimento será representado por $x + 10$.



Sabendo que o perímetro desse terreno é 80 metros, escreva uma equação que nos permita calcular o comprimento e a largura do terreno. **$2x + 2(x + 10) = 80$**

Atividades

As atividades deste bloco levam os alunos a identificar equações, o elemento desconhecido de uma equação como a incógnita, o 1º membro e o 2º membro de uma equação.

Fazer a **atividade 4** coletivamente no quadro de giz, assim os alunos terão a oportunidade de resolvê-la juntos, além de acompanhar as construções em linguagem simbólica matemática. Por exemplo, para o **item b**, pode-se pensar assim:

Um número z aumentado de 82 é igual a 150: $z + 82 = 150$

Os alunos poderão utilizar suas hipóteses para encontrar o valor de z , ou seja, descobrir o valor da incógnita.

Esse processo de elaboração de estratégias para resolver a situação desenvolve a compreensão dos alunos em relação ao conteúdo que estão construindo significativamente.

Pense e responda

O objetivo das atividades desta seção é os alunos poderem elaborar hipóteses para resolver as equações sem padronização de regras ou estratégias preestabelecidas. Enfatizar, por meio da gincana, o trabalho em duplas.

Os alunos podem realizar juntos os cálculos, na tentativa de encontrar a solução no tempo estabelecido. Essa atividade poderá ser proposta de maneira lúdica. É importante que eles sintam alegria em participar e, ao mesmo tempo, em aprender.



CONJUNTO UNIVERSO E SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO

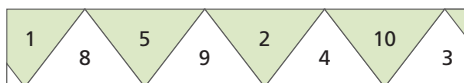
PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 306

O programa "A escola na TV" organiza gincanas semanais entre estudantes. Em um dos programas foram apresentadas as questões a seguir. Observe as opções, o tempo máximo para resposta e a pontuação correspondente a cada acerto e participe da gincana resolvendo as questões no caderno.

1. Qual é o número cujo triplo mais 6 dá 21? 5

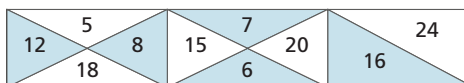
• Quadro de opções de resposta:



• Tempo para resposta: 30 segundos. • Pontuação: 10 pontos.

2. A metade de um número mais o seu dobro dá 20. Qual é esse número? 8

• Quadro de opções de resposta:

ILUSTRAÇÕES:
EDITORIA DE ARTE

• Tempo para resposta: 1 minuto. • Pontuação: 20 pontos.

3. Quantos pontos você conseguiu fazer nessa gincana?
Resposta pessoal.

Vamos considerar as seguintes situações:

1 Qual dos elementos do conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ podemos colocar no lugar da letra x para tornar verdadeira a igualdade $x + 2 = 6$?

Fazendo a substituição, temos:

$$x + 2 = 6 \longrightarrow (0) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

$$x + 2 = 6 \longrightarrow (1) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

$$x + 2 = 6 \longrightarrow (2) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

$$x + 2 = 6 \longrightarrow (3) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

$$x + 2 = 6 \longrightarrow (4) + 2 = 6 \text{ (V)}$$

$$x + 2 = 6 \longrightarrow (5) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

Vemos que o elemento é o número 4; os demais não tornam verdadeira a sentença, ou seja, o 4 é o elemento que satisfaz a equação dada.

- O conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, formado por todos os elementos que a incógnita x pode assumir, é denominado **conjunto universo** da equação.
- O número 4 é a **solução** ou a **raiz** da equação.

Explorar a noção de conjunto universo e conjunto solução de uma equação por meio dos exemplos apresentados (e por outros que julgar necessário ampliar no quadro de giz), enfatizando que uma equação pode ter solução em um universo e não em outro.

Também é importante os alunos verificarem se a solução encontrada satisfaz as condições da situação proposta. Por exemplo, se a incógnita (x) representa uma distância ou uma quantidade de habitantes, valores negativos não servem, ou seja, o universo considerado deve ser de números racionais positivos.

- 2** Qual é o número natural que podemos colocar no lugar da letra x para tornar verdadeira a igualdade $3x = 15$?

Considerando os números naturais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...), vemos que o número natural procurado é 5, pois, fazendo a substituição, temos:

$$3x = 15$$

$$3 \cdot 5 = 15$$

Os demais números naturais não tornam verdadeira a sentença, ou seja, não satisfazem a equação. Assim:

- O conjunto \mathbb{N} dos números naturais, que representa os valores que a incógnita x pode assumir, é denominado **conjunto universo** da equação.
- O número 5 chama-se **solução** ou **raiz** da equação.

- 3** Qual é o número inteiro que podemos colocar no lugar da letra y para tornar verdadeira a sentença dada pela igualdade $y + 1 = -5$?

Fazendo a substituição, vemos que o número inteiro procurado é -6 , pois:

$$y + 1 = -5$$

$$-6 + 1 = -5$$

Pelas situações apresentadas, verifica-se que, dada uma equação, devemos estabelecer inicialmente um conjunto numérico formado por todos os valores pelos quais a incógnita pode ser substituída. Esse conjunto é chamado **conjunto universo** da equação e é representado pela letra **U**.

Por exemplo:

Se $U = \mathbb{Q}$, a incógnita pode assumir o valor de qualquer número racional.

O conjunto S formado pelos elementos de U que satisfazem a equação dada chama-se **conjunto solução** da equação. Assim:

- na situação 1: $S = \{4\}$
- na situação 2: $S = \{5\}$
- na situação 3: $S = \{-6\}$

Uma equação pode não ter solução ou raiz em determinado conjunto universo. Acompanhe mais esta situação:

- 4** Qual é o conjunto solução da equação $x - \frac{1}{2} = 0$, sendo $U = \mathbb{Z}$?

Equação: $x - \frac{1}{2} = 0$

Conjunto universo: \mathbb{Z}

Como nenhum número inteiro satisfaz a equação dada, dizemos que a equação não tem solução ou raiz no conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

Atividades

As atividades deste bloco levam os alunos a identificar e determinar a solução de uma equação em um dado conjunto universo, a reconhecer a solução de uma equação como a raiz dessa equação e a verificar se um número dado é ou não raiz de uma equação.

Para melhor entendimento dos alunos, sugere-se que, na **atividade 1**, seja feita uma revisão com eles dos campos numéricos estudados, apresentando a simbologia formal dos conjuntos numéricos que conhecem.

Organizar os alunos em duplas para fazer essa atividade. Assim, eles terão a possibilidade de trocar informações sobre os conjuntos e a forma como se constituem, além de poderem conhecer a hipótese que o colega elabora.

A **atividade 5** pode ser explorada de duas maneiras:

- por meio da substituição da incógnita x ;
- pela resolução com base nos princípios de uma igualdade.

Como verificar se um número dado é raiz de uma equação

Podemos verificar se um número dado é raiz ou não de uma equação, procedendo do seguinte modo:

- substituímos a incógnita pelo número dado;
- calculamos, separadamente, o valor numérico de cada membro da igualdade obtida.

Se o valor numérico do 1º membro for igual ao valor numérico do 2º membro, o número dado será raiz ou solução da equação; se os valores numéricos forem diferentes, o número dado não será raiz ou solução da equação. Veja como resolvemos as questões a seguir:

- 1** Verificar se o número -6 é raiz da equação $3x - 5 = 5x + 7$.

1º membro: $3x - 5$

2º membro: $5x + 7$

$3 \cdot (-6) - 5 = -18 - 5 = -23$

$5 \cdot (-6) + 7 = -30 + 7 = -23$

Como os valores numéricos dos dois membros são iguais, dizemos que -6 é raiz da equação $3x - 5 = 5x + 7$.

- 2** Verificar se o número 2 é raiz da equação $y^2 - 5y = 3y + 6$.

1º membro: $y^2 - 5y$

2º membro: $3y + 6$

$(2)^2 - 5 \cdot (2) = 4 - 10 = -6$

$3 \cdot (2) + 6 = 6 + 6 = 12$

Como os valores numéricos dos dois membros são diferentes, dizemos que 2 não é raiz da equação $y^2 - 5y = 3y + 6$.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 307

Responda às questões no caderno.

- 1.** Escreva a raiz ou solução das seguintes equações:

a) $x - 7 = 0$, $U = \mathbb{N}$ **7**

b) $x + 9 = 0$, $U = \mathbb{Z}$ **-9**

c) $x - \frac{3}{8} = 0$, $U = \mathbb{Q}$ **$\frac{3}{8}$**

d) $x + 1 = 0$, $U = \mathbb{N}$ **Não tem raiz em \mathbb{N} .**

e) $x - 10 = 3$, $U = \mathbb{Q}$ **13**

- 2.** Verifique se o número:

a) 5 é raiz da equação $4x - 7 = x + 8$. **Sim.**

b) 10 é raiz da equação $7x + 30 = 10x$. **Sim.**

c) -6 é raiz da equação $3x - 1 = 11 + 2x$. **Não.**

d) -2 é raiz da equação $y^2 - 8 = 2y$. **Sim.**

- 3.** São dados os números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{6}$.

Qual deles é a raiz da equação $2x - \frac{1}{2} = 3x - \frac{2}{3}$? **$\frac{1}{6}$**

- 4.** A raiz da equação $\frac{x+3}{2} + \frac{x-3}{2} = 6$

é o número racional inteiro 7 . Essa afirmação é verdadeira? **Sim.**

- 5.** Quais destes números são raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$? **2 e 3.**

0 1 2 3 4

Crescimento populacional

Você sabia que a estimativa do crescimento populacional pode ser utilizada como uma das referências para calcular indicadores demográficos, sociais e econômicos?

Observe os dados a seguir sobre duas cidades, Boa Vista e Goiânia. A cidade de Boa Vista, no estado de Roraima, é a capital mais distante de Brasília, e a capital mais próxima é Goiânia, no estado de Goiás.

Boa Vista é uma cidade plana, que impressiona por seu traçado moderno e por sua arborização. Quem a observar do alto perceberá suas avenidas largas que convergem para o centro, lembrando Paris. Esse projeto foi idealizado pelo arquiteto Alexandre Dornusson, nos anos 1930. A cidade é a única capital brasileira situada no Hemisfério Norte; em Boa Vista há a diferença de uma hora a menos em relação ao horário oficial brasileiro.

Informações obtidas em: PREFEITURA DE BOA VISTA. <www.boavista.rr.gov.br/turismo/a_cidade.php>. Acesso em: 2 set. 2018.

Goiânia já figurou por duas vezes entre as cidades brasileiras com melhor Índice de Qualidade de Vida (IQV). Localizada no Planalto Central, fica a 209 km de Brasília. Urbanização privilegiada, ruas limpas e bem estruturadas, riqueza em serviços e abundância em área verde são alguns dos fatores que levaram as boas condições de vida da cidade ao primeiro reconhecimento público, em 2005, por meio de pesquisa da Fundação Getúlio Vargas.

Informações obtidas em: PREFEITURA DE GOIÂNIA. <www.goiania.go.gov.br/site/index.html>. Acesso em: 2 set. 2018.

Crescimento populacional

Cidade Ano	Boa Vista	Goiânia
1991	144 249	922 222
1996	162 828	996 797
2000	200 568	
2007	249 853	1 244 645
2010	284 313	1 302 001

Os dados da tabela mostram como a população das duas cidades cresceu de 1991 a 2010.

Fonte: IBGE. <www.ibge.gov.br/cidadesat/painel/painel.php?codmun=520870#>. Acesso em: 2 set. 2018.

1. Releia os textos e, em duplas, resolvam no caderno os itens abaixo:

- a) Encontre uma equação que permita relacionar as distâncias de Boa Vista e Goiânia a Brasília, sabendo que Boa Vista fica 4 066 km mais distante de Brasília do que Goiânia.

Uma possível resposta: Chamando de x a distância de Boa Vista a Brasília, temos: $x - 209 = 4 066$.

- b) Elabore uma equação para descobrir qual era aproximadamente a população de Goiânia em 2000, sabendo que o crescimento de sua população entre 1996 e 2000 foi de aproximadamente 96 210 habitantes.

Uma possível resposta: Chamando de x a população de Goiânia em 2000, temos: $x - 96 210 = 996 797$.

- c) Pesquise as populações atuais dessas duas cidades e verifique de quanto foi o crescimento (ou retração) populacional de 2010 para o ano da pesquisa. Resposta pessoal.

Por toda parte

O texto deve despertar nos alunos uma conexão da Geografia com a Matemática: aqui eles poderão aplicar seus conhecimentos de equação em situações reais.

Incentivar os alunos a interpretar o crescimento populacional de várias cidades do Brasil, principalmente da cidade onde moram. Se julgar conveniente, essa atividade poderá ser realizada conjuntamente com os professores de História (observando transformações ocorridas ao longo da história) e de Geografia (observando transformações geográficas da cidade em estudo).

Equações equivalentes

O texto apresentado pode ser usado no início da aula, como motivador para o estudo do tema, ou ao final, como enriquecimento do trabalho feito.

É importante que os alunos conheçam os passos que a humanidade deu na construção de conceitos e percebam que o conhecimento estruturado de hoje não foi criação de apenas uma pessoa.

Comentar com eles que o papiro é um dos mais antigos antecessores do papel, feito com base na planta de mesmo nome. Há notícias de que os egípcios desenvolveram a técnica do papiro por volta de 2 200 a.C.

O objetivo dessas explorações é levar os alunos a compreender o conceito de equações equivalentes, bem como aplicar os princípios de equivalência das igualdades para obter equações equivalentes às dadas, mas escritas de forma mais simples.

Aqui, é importante trabalhar com os alunos a ideia de equações mais simples e evidenciar a utilização desse processo para descobrir o valor do termo desconhecido (incógnita) na equação.

Para interpretar os problemas, os alunos precisam se sentir familiarizados com a linguagem matemática. Esse contato se dá no momento em que eles conseguem traduzir as expressões e as sentenças.



EQUAÇÕES EQUIVALENTES

A primeira referência a equações de que se tem notícia consta no papiro de Rhind, um dos documentos egípcios mais antigos que tratam da Matemática.

Os egípcios não utilizavam a notação algébrica atual, e os métodos de solução de uma equação eram complexos e cansativos.

Os gregos resolviam equações usando a Geometria.

Na obra **Os elementos**, de Euclides de Alexandria, encontramos soluções geométricas de equações.

Foram os árabes que, cultivando a matemática dos gregos, promoveram um acentuado progresso na resolução de equações. No estudo dos árabes, destaca-se o trabalho de al-Khwarizmi (século IX), que resolveu e discutiu equações de vários tipos.

SAIBA QUE

Euclides de Alexandria viveu por volta de 300 a.C. e participou da Escola de Alexandria. Escreveu vários tratados sobre ótica, astronomia, música e mecânica. Euclides é mais conhecido por ter sistematizado o conhecimento em Geometria.

Como reconhecer equações equivalentes

Um número pode ser representado de diferentes modos. Por exemplo, podemos representar o número 9 de diversas maneiras:

$$3^2 \quad 2^3 + 1 \quad 5^2 - 4^2 \quad 18 : 2 \quad 6 + 3 \quad 10 - 1$$

A maneira mais simples de todas é, sem dúvida, **9**.

Fato semelhante ocorre com as equações. Veja a seguir.

- Observe as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

$$x + 3 = 10 \rightarrow \text{raiz ou solução: } 7$$

$$x = 10 - 3 \rightarrow \text{raiz ou solução: } 7$$

$$x = 7 \rightarrow \text{raiz ou solução: } 7$$

As equações $x + 3 = 10$, $x = 10 - 3$ e $x = 7$ são chamadas **equações equivalentes**, porque apresentam a mesma raiz ou solução em um mesmo conjunto universo. O modo mais simples de representar essas equações é $x = 7$.

Em um mesmo conjunto universo, duas ou mais equações que apresentam a mesma raiz ou solução são denominadas **equações equivalentes**.

🔗 Escrever uma equação equivalente a uma equação dada

Podemos escrever uma equação equivalente a uma equação dada por meio de algumas transformações baseadas nos **princípios de equivalência** de uma igualdade:

- se $a = b$, então $a + c = b + c$ (princípio aditivo);
- se $a = b$, então $a \cdot c = b \cdot c$ (princípio multiplicativo).

Vamos ilustrar os princípios de equivalência nas equações, utilizando figuras:



Balança em equilíbrio.



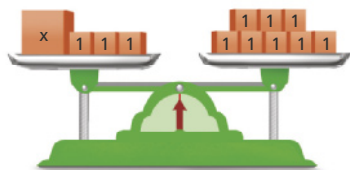
Equivale a x quilogramas.



Equivale a 1 quilograma.

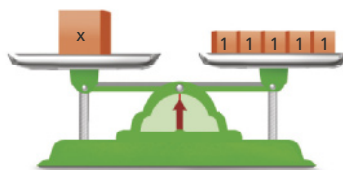
- 1 Vamos obter uma equação equivalente à equação $x + 3 = 8$ e escrevê-la de modo mais simples.

Supondo que x , 3 e 8 sejam as massas colocadas nos pratos de uma balança em equilíbrio, temos:



$$x + 3 = 8$$

Se retirarmos três unidades da quantidade inicial de cada prato da balança, ela permanecerá em equilíbrio e teremos:



$$x = 5 \rightarrow S = \{5\}$$

ILUSTRAÇÕES: LUCAS FARAU

Veja o que fizemos:

- $x + 3 = 8$ —————> equação dada, para a qual $S = \{5\}$
- $x + 3 + (-3) = 8 + (-3)$ —————> adicionamos (-3) aos dois membros da equação
- $x + 3 - 3 = 8 - 3$ —————> anulamos números opostos que estão no mesmo membro
- $x = 5$ —————> equação mais simples equivalente à equação dada, pois $S = \{5\}$

As equações $x + 3 = 8$ e $x = 5$ são equivalentes, pois ambas apresentam a mesma solução, o número 5.

Observe que, para obter a equação $x = 5$, equivalente à equação dada, adicionamos um mesmo número aos dois membros da equação $x + 3 = 8$ (**princípio aditivo** da igualdade).

Ressaltar que as equações $2x + 4 = 10$; $2x = 6$ e $x = 3$ são todas equivalentes.

Comparar a equação a uma balança de dois pratos em constante equilíbrio. Qualquer alteração em um dos pratos provocará o desequilíbrio. Cada membro da equação será representado por um prato. Formar algumas equações e suas resoluções usando esse material.

Aqui pode-se trabalhar uma atividade para aplicar os princípios da igualdade.

Para desenvolver essa atividade, os alunos vão precisar dos seguintes materiais:

- quadradinhos de papel-cartão;
- canudos azuis e vermelhos;
- dois pratos de papelão ou algo que possa substituí-los.

A igualdade será representada pelo equilíbrio. Os quadradinhos de papel-cartão representam a incógnita x . Os canudos azuis representam o termo numérico positivo, e os vermelhos, o negativo.

Entregar aos alunos uma série de cartões com sentenças matemáticas expressas na linguagem corrente para que as representem com o material e com a linguagem simbólica.

Com os alunos, representar, por exemplo:

- a) o dobro de -4 :



- b) o triplo de um número:



- c) a soma entre o dobro de um número e 4:



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

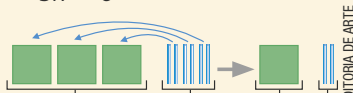
Escrever uma equação equivalente a uma equação dada

Continuar a exploração dos exemplos apresentados com a utilização de material manipulável, como o sugerido a seguir.

Exemplos de situações que podem ser propostas para os alunos resolverem com o material:

- a) O triplo de um número é igual a 6.

$$3x = 6$$



$$\text{Equação equivalente: } x = 2$$

- b) O dobro de um número adicionado a 4 é igual a 10. Qual é esse número?

Representação com o material	Notação matemática
	$2x + 4 = 10$
	$2x + 4 - 4 = 10 - 4$
	$2x = 6$
	$x = 3$

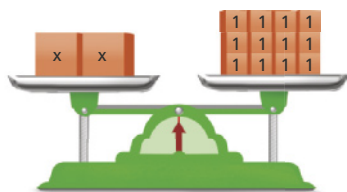
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao explorar as situações propostas, os alunos vão entender a equação como uma sentença expressa por uma igualdade que apresenta um ou mais elementos desconhecidos.

Fazer diversas atividades com material manipulável. Propor aos alunos que registrem todas as etapas, analisando e discutindo a validade das soluções.

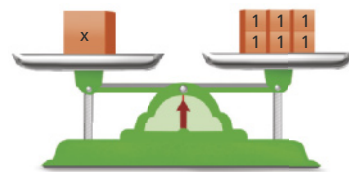
- 2 Vamos obter uma equação equivalente à equação $2x = 12$ e escrevê-la de modo mais simples.

Supondo que $2x$ e 12 sejam as massas colocadas em pratos de uma balança em equilíbrio, temos:



$$2x = 12$$

Se deixarmos a metade das massas da quantidade inicial em cada prato, o que significa multiplicar a quantidade inicial por $\frac{1}{2}$, a balança permanecerá em equilíbrio:



$$x = 6 \longrightarrow S = \{6\}$$

ILUSTRAÇÕES: LUCAS PARAU

Veja o que fizemos:

$2x = 12 \longrightarrow$ equação dada, para a qual $S = \{6\}$

$\frac{1}{2} \cdot (2x) = \frac{1}{2} \cdot (12) \longrightarrow$ multiplicamos os dois membros da equação por $\frac{1}{2}$

$x = 6 \longrightarrow$ equação elementar equivalente à equação dada, pois $S = \{6\}$

As equações $2x = 12$ e $x = 6$ são equivalentes, pois apresentam a mesma solução o número 6.

Observe que, para obter a equação $x = 6$, equivalente à equação dada, multiplicamos os dois membros da equação $2x = 12$ por um mesmo número (**princípio multiplicativo da igualdade**).

- 3 Vamos obter uma equação equivalente à equação $\frac{x}{4} = \frac{1}{6}$ e escrevê-la de modo mais simples.

- Aplicando o princípio multiplicativo, multiplicamos os dois membros por 4, obtendo uma equação equivalente.

$$\frac{x}{4} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x}{\cancel{4}} \cdot (\cancel{4}) = \frac{1}{6} \cdot (4) \Rightarrow x = \frac{4}{6}$$

- Depois, utilizamos a simplificação de frações:

$$x = \frac{4}{6} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

As equações $\frac{x}{4} = \frac{1}{6}$ e $x = \frac{2}{3}$ são equivalentes, pois apresentam a mesma solução, o número $\frac{2}{3}$, e $x = \frac{2}{3}$ é uma forma mais simples de escrever a equação $\frac{x}{4} = \frac{1}{6}$.

Atividades

As atividades estão em um nível crescente de dificuldade: primeiro, equações mais simples; depois, equações com coeficientes não inteiros.

É importante enfatizar a utilização dos princípios aditivo e multiplicativo na resolução das equações, evitando que os alunos usem regras (“muda de lado, muda de sinal” ou “passa para o outro lado”) sem compreender o que isso significa.

Para melhor entendimento dos alunos, sugere-se que, na **atividade 1**, seja feita uma revisão dos campos numéricos estudados, apresentando a simbologia formal dos conjuntos numéricos que conhecem.

Exemplo:

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$

$Z = \{\dots, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Depois, relembrar com os alunos o conceito de número racional e apresentar o conjunto dos números racionais:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Descubra mais

Escolher as partes do livro indicado que julgar oportuno trabalhar com os alunos. Eles podem fazer a leitura em duplas e contar um pouco do que leram e entenderam para os demais colegas.

4 Vamos obter uma equação equivalente à equação $5x + 1 = 21$, escrita em uma forma mais simples.

- Aplicando o princípio aditivo, adicionamos -1 aos dois membros da equação e teremos uma equação equivalente:

$$5x + 1 = 21 \Rightarrow 5x + 1 - 1 = 21 - 1 \Rightarrow 5x = 20$$

- Aplicando o princípio multiplicativo, multiplicamos os dois membros da equação por $\frac{1}{5}$ e teremos uma equação equivalente:

$$5x = 20 \Rightarrow 5x \cdot \left(\frac{1}{5}\right) = 20 \cdot \left(\frac{1}{5}\right) \Rightarrow 1x = 4 \Rightarrow x = 4$$

As equações $5x + 1 = 21$ e $x = 4$ são equivalentes, pois apresentam a mesma solução (o número 4), e $x = 4$ é uma forma mais simples de escrever a equação $5x + 1 = 21$.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 307

Responda às questões no caderno.

1. Considerando os pares de equações em cada item, verifique se são ou não equivalentes no universo Q :

a) $x + 4 = 7$ e $x = 7 - 4$. **Sim.**

b) $x + 2 = 9$ e $x = 7$. **Sim.**

c) $x - 5 = 0$ e $x = -5$. **Não.**

d) $2x = 18$ e $x = 9$. **Sim.**

e) $5x = -15$ e $x = 3$. **Não.**

f) $x - 1 = -3$ e $x = -2$. **Sim.**

2. Usando os princípios de equivalência, escreva, na forma mais simples possível, uma equação equivalente a cada uma das equações a seguir no universo Q .

a) $x + 2 = 5$ **$x = 3$** e) $6x = 6$ **$x = 1$**

b) $x - 11 = 0$ **$x = 11$** f) $3x = 7$ **$x = \frac{7}{3}$**

c) $4x = -8$ **$x = -2$** g) $5x + 1 = 16$ **$x = 3$**

d) $x - 2 = -1$ **$x = 1$** h) $\frac{x}{4} = \frac{3}{10}$ **$x = \frac{6}{5}$**

3. Forme, com as equações a seguir, todos os possíveis pares de equações equivalentes.

a) $2x - 7 = 9$

d) $x = 9$

b) $x = 8$

e) $x = -\frac{1}{4}$

c) $x + 1 = \frac{3}{4}$

f) $4x + 1 = 37$

(a, b); (c, e); (d, f).

4. Sônia abriu uma conta poupança com R\$ 120,00 e, alguns dias depois, precisou sacar x reais desse valor. Sabendo que após o saque o saldo da poupança é R\$ 80,00, escreva uma equação que descreva essa situação. **$120 - x = 80$**

5. Quais das equações a seguir são equivalentes à equação que você escreveu na atividade anterior? **Alternativas a e d.**

a) $240 - 2x = 160$

b) $120 = 80 - x$

c) $-x = 80 + 120$

d) $x = 40$

DESCUBRA MAIS

Equação: o idioma da Álgebra (coleção Contando a história da Matemática), de Oscar Guelli. Editora Ática, 1999.

Com esse livro, você conhecerá a história da transformação da Álgebra, vendo como ela se desenvolveu em várias épocas e culturas. Afinal, não há melhor maneira de se resolver problemas matemáticos do que usando a Álgebra.

Equações do 1º grau
com uma incógnita

Nestas páginas, os alunos serão convidados a refletir sobre as equações do 1º grau com uma incógnita. É importante que eles sejam desafiados a resolver algumas atividades antes mesmo de acompanhar os procedimentos exemplificados no livro. Dessa maneira, poderão “arriscar” e utilizar as estratégias que já conhecem e outras que poderão ser elaboradas intuitivamente, para em seguida explicitarem o caminho por eles trilhado.

Para finalizar, acompanhar os exemplos do livro, fazendo aproximações e associações com as estratégias criadas pelos alunos. Uma possibilidade é realizar uma atividade em dupla em que eles devem ler e resolver as equações dos exemplos mostrados, seguindo as orientações dadas.

EQUAÇÕES DO 1º GRAU
COM UMA INCÓGNITA

Estas equações com uma incógnita são exemplos de equações do 1º grau.

$$x - 6 = 0$$

$$3x - 12 = 0$$

$$3t + 5 = 0$$

$$-2y - 10 = 0$$

Toda equação que pode ser reduzida à forma $ax + b = 0$, em que x representa a incógnita e a e b são números racionais, com $a \neq 0$, é denominada **equação do 1º grau** na incógnita x .

Os números a e b são denominados **coeficientes** da equação.

- $3x - 12 = 0$ → equação do 1º grau na incógnita x , com coeficientes $a = 3$ e $b = -12$.
- $-2y - 10 = 0$ → equação do 1º grau na incógnita y , com coeficientes $a = -2$ e $b = -10$.

Há, ainda, equações do 1º grau que, aparentemente, não estão na forma $ax + b = 0$, por exemplo $3(x - 1) = 6$.

Nesses casos, fazendo transformações com base nos princípios de equivalência das igualdades, essas equações podem ser reduzidas à forma $ax + b = 0$.

☞ Resolvendo equações do 1º grau com uma incógnita

Consideremos a equação $\frac{x}{2} + 3 = 2(x - 1)$, no universo \mathbb{Q} , cuja incógnita é representada pela letra x (x é um número racional desconhecido).

Essa equação estabelece, em uma linguagem matemática, que, para um certo número racional x , as expressões $\frac{x}{2} + 3$ e $2(x - 1)$ representam o mesmo valor numérico.

Observação: resolver a equação significa obter sua solução no universo dado, caso exista.

Para resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita, acompanhe as situações a seguir.

1 Vamos resolver a equação $5x + 1 = 36$, sendo $U = \mathbb{Q}$.

- Aplicando o princípio aditivo, adicionamos (-1) aos dois membros da equação, isolando o termo que contém a incógnita x no 1º membro:

$$5x + 1 = 36$$

$$5x + 1 + (-1) = 36 + (-1)$$

$$5x + 1 - 1 = 36 - 1$$

$$5x = 35$$

- Aplicando o princípio multiplicativo, multiplicamos os dois membros da equação por $\frac{1}{5}$, descobrindo, assim, o valor do número x .

$$\cancel{5}x \cdot \left(\frac{1}{\cancel{5}}\right) = 3\cancel{5} \cdot \left(\frac{1}{\cancel{5}}\right) \Rightarrow x = 7$$

De forma prática:

$$\left[\begin{array}{l} 5x + 1 = 36 \\ 5x = 36 - 1 \longrightarrow \text{pelo princípio aditivo} \\ 5x = 35 \\ x = \frac{35}{5} \longrightarrow \text{pelo princípio multiplicativo} \\ x = 7 \end{array} \right.$$

Como $7 \in \mathbb{Q}$, temos que 7 é a raiz ou solução da equação.

2 Agora, vamos resolver a equação $7x = 4x + 5$, sendo $U = \mathbb{Q}$.

- Aplicando o princípio aditivo, adicionamos $(-4x)$ aos dois membros da equação, isolando no 1º membro apenas os termos que contêm x :

$$7x = 4x + 5$$

$$7x + (-4x) = 4x + 5 + (-4x)$$

$$7x - 4x = 4x + 5 - 4x$$

$$3x = 5$$

- Aplicando o princípio multiplicativo, multiplicamos os dois membros da equação por $\frac{1}{3}$, descobrindo, assim, o valor da incógnita x .

$$\cancel{3}x \cdot \left(\frac{1}{\cancel{3}}\right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

De forma prática:

$$\left[\begin{array}{l} 7x = 4x + 5 \\ 7x - 4x = 5 \longrightarrow \text{pelo princípio aditivo} \\ 3x = 5 \\ x = \frac{5}{3} \longrightarrow \text{pelo princípio multiplicativo} \end{array} \right.$$

Como $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}$, o número $\frac{5}{3}$ é a raiz ou solução da equação.

Acompanhar os exemplos do livro, fazendo aproximações e associações com as estratégias criadas pelos alunos. Uma possibilidade é realizar uma atividade em dupla em que eles devem ler e resolver as equações dos exemplos mostrados, seguindo as orientações dadas.

O objetivo aqui é levar o aluno a resolver equações do 1º grau mais complexas, usando o princípio aditivo, o princípio multiplicativo e a equivalência de números racionais na forma de fração.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Neste momento, é interessante que os alunos façam um trabalho individual para que possam levantar suas dúvidas. Pedir que façam uma leitura individual das equações dadas no livro. Apresentar outras equações similares e pedir que resolvam. Incentivá-los a consultar essas páginas para tentar sanar as dúvidas e, assim, dar oportunidade para que os alunos desenvolvam autonomia.

- 3 Vamos resolver a equação $9x - 7 = 5x + 13$, sendo $U = \mathbb{Q}$.

Para isso, devemos isolar no primeiro membro todos os termos da equação que apresentem a incógnita x e, no 2º membro, os termos que não apresentem a incógnita.

- Inicialmente, adicionamos $(+7)$ aos dois membros da equação, de modo que todos os termos que não apresentem a incógnita x fiquem no 2º membro da equação:

$$9x - 7 + (+7) = 5x + 13 + (+7)$$

$$9x - 7 + 7 = 5x + 13 + 7$$

$$9x = 5x + 20$$

- Vamos, agora, adicionar $(-5x)$ aos dois membros da equação, isolando no 1º membro todos os termos que apresentem a incógnita x :

$$9x + (-5x) = 5x + 20 + (-5x)$$

$$9x - 5x = 5x + 20 - 5x$$

$$4x = 20$$

- Multiplicamos os dois membros da equação por $\frac{1}{4}$ para determinar o valor da incógnita x .

$$4x \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = 20 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow x = 5$$

De forma prática:

$$9x - 7 = 5x + 13$$

$$9x = 5x + 13 + 7 \rightarrow \text{pelo princípio aditivo}$$

$$9x = 5x + 20$$

$$9x - 5x = 20 \rightarrow \text{pelo princípio aditivo}$$

$$4x = 20$$

$$x = \frac{20}{4} \rightarrow \text{pelo princípio multiplicativo}$$

$$x = 5$$

Como $5 \in \mathbb{Q}$, o número 5 é a raiz ou solução da equação.

- 4 Agora preste atenção ao que Cláudia está falando:

Se representarmos o número procurado pela letra x , podemos montar a seguinte equação, de acordo com o que Cláudia apresentou:

$$6x = 2x + 180$$

Resolvendo a equação, temos:

$$6x = 2x + 180$$

$$6x - 2x = 180 \rightarrow \text{pelo princípio aditivo}$$

$$4x = 180$$

$$x = \frac{180}{4} \rightarrow \text{pelo princípio multiplicativo}$$

$$x = 45$$

Logo, o número procurado é 45.



Responda às questões no caderno.

1. Calcule a raiz ou solução das seguintes equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- a) $3x + 5 = 8$ **1**
 b) $10x - 19 = 21$ **4**
 c) $2x - 7 = -10$ **$-\frac{3}{2}$**
 d) $0,5x + 2,6 = 5,1$ **5**
 e) $5x - 27 = -4x$ **3**
 f) $9x + 5 = 4x$ **-1**
 g) $60 + 13x = 3x$ **-6**
 h) $4x - 12 = x$ **4**
 i) $5x + 21 = 10x - 19$ **8**
 j) $11x + 17 = 10x + 13$ **-4**
 k) $3 + 1,6x = 0,1x$ **-2**

2. Ao resolver estas equações, no conjunto \mathbb{Q} , Helena verificou que duas delas eram equivalentes.

$$2x - 6 = 10$$

$$3x - 5 = 4$$

$$5x - 7 = 8$$

Quais são essas equações?

$$3x - 5 = 4 \text{ e } 5x - 7 = 8.$$

3. Um número x de países disputou a primeira edição dos Jogos Olímpicos da Era Moderna, realizados em 1896 na cidade de Atenas (capital da Grécia). Se x representa a raiz da equação $2x + 12 = 110 - 5x$, quantos países disputaram a primeira edição dos Jogos Olímpicos da Era Moderna? **14 países.**



Representação do estádio nos Jogos Olímpicos de Atenas, Grécia, em 1896.

4. A Princesa Isabel, filha do imperador Dom Pedro II, oficializou a abolição da escravidão no Brasil em 1888. Ela nasceu em 1846 e viveu x anos. Sabendo que essa idade é a raiz da equação $112 + 7x - 262 = 5x$, em que ano a Princesa faleceu? **1921**

5. Thaís e Karina estão estudando equações. Karina escreveu estas três afirmações: **Como todas as sentenças são incorretas, Thaís ganhou 30 balas.**

- As raízes das equações $7x + 20 = 2(3x + 1)$ e $9x = 20 + 8(x - 1)$ são números opostos ou simétricos.
- A raiz da equação $3(x + 2) - 2(x - 7) = 0$ é um número negativo maior que -10 .
- Se a expressão $x - 2(3 - 2x)$ for igual a 0 (zero), o valor de x será $-1,2$.

Thaís propôs que, para cada sentença incorreta, Karina lhe daria 10 balas e, para cada sentença correta, ela (Thaís) daria 5 balas. Nesse caso, Thaís ganhou ou perdeu balas? Quantas balas?

6. Dada a equação $3(1,4 - x) + 5x = -(x - 4,8)$, use-a para montar uma questão e escolha um colega para resolvê-la. Depois, corrija a questão feita por você. **Resposta pessoal.**

7. Filho de professores, Júlio César nasceu no Rio de Janeiro, no dia 6 de maio de 1895. Foi professor e gostava muito de escrever. Mas foi com o nome de seu personagem mais famoso, Malba Tahan, que Júlio César ficou conhecido nacionalmente. Escreveu vários livros com esse pseudônimo, sendo **O homem que calculava** o mais conhecido, com traduções para o inglês, o alemão, o italiano e o espanhol. Para saber com quantos anos Júlio César morreu, descubra a raiz da equação: **79 anos.**

$$7(2x - 50) - 4x = 10 \cdot (51,9 - 0,1x)$$

Atividades

Neste bloco de atividades, enfatizar o uso dos passos na resolução de cada problema, como já foi dito anteriormente.

Sugere-se que essas atividades sejam resolvidas em dupla para que haja melhor troca de informações e ideias sobre os conteúdos estudados.

Estimular os alunos a desenvolver estratégias diferentes e a mostrá-las no quadro de giz, lembrando que é com a troca de informações que acontece a aprendizagem.

AMPLIANDO

Atividade complementar

Samira estuda no 7º ano e gosta muito de confeccionar bijuterias. Ela quer ter seu próprio rendimento e resolveu aproveitar o dinheiro que ganhou em seu aniversário investindo em materiais para fazer pulseiras e colares de miçangas. Em parceria com sua irmã, gastou R\$ 80,00 em compras para as bijuterias.

Elas confeccionaram 100 pulseiras, vendidas a R\$ 2,00 cada uma, e 62 colares, vendidos a R\$ 2,50 cada um.

- Qual foi o total arrecadado por Samira? (R\$ 355,00)
- Qual foi o percentual de lucro (total arrecadado menos total investido)? (343,75%)
- Além do dinheiro para a compra de matéria-prima, quais outros custos você imagina que estão envolvidos nessa atividade de Samira? (Resposta pessoal.)
- Você gostaria de ter seu próprio negócio? Qual? (Respostas pessoais.)

Conversar com a turma sobre alguns custos envolvidos em um negócio, como luz, água, local, tempo de trabalho, quantidade de pessoas envolvidas, entre outros, que no caso de Samira não são custos contabilizados.

Atividades

Nestas atividades, algumas explorações têm o objetivo de levar os alunos a representar o enunciado do problema, por meio de uma equação, e a resolver a equação obtida. Antes, pedir a eles que encontrem a resposta de forma intuitiva, sem o uso da equação. Para isso, dividir a classe em grupos de quatro alunos: dois utilizarão uma estratégia, e os outros dois usarão outra. Os alunos vão escolher a estratégia a utilizar para chegar à resolução: números, diagramas, desenhos de figuras geométricas ou material manipulável.

Em seguida, eles devem comparar as estratégias criadas no grupo a que pertencem e apresentá-las para os outros grupos.

Escrever no quadro de giz a estratégia de cada um dos grupos da turma. Esse tipo de atividade desenvolve nos alunos a criatividade e a busca de informações e de estratégias para solucionar um problema.

Incentivar os alunos a usar os diferentes procedimentos apresentados e a comparar as diversas formas de resolver um mesmo problema, aplicando ou não a equação.

8. Determine a raiz das seguintes equações do 1º grau com uma incógnita:

a) $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{5} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2}$

b) $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = x - 100$ 240

c) $\frac{2x}{3} + \frac{5x}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

d) $\frac{x}{5} = 21 - \frac{x}{2}$ 30

e) $\frac{4}{5} + \frac{3x}{4} = \frac{1}{10} + x - \frac{14}{5}$

f) $\frac{1}{6} - \frac{x}{2} = -\frac{2x}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

9. Qual deve ser o valor de x nas equações a seguir para que se tenha $A = B$?

$A = \frac{x}{2} + \frac{2}{5}$ $B = 1 - \frac{3x}{4}$ 12/25

10. A raiz ou solução da equação $x - \frac{x}{7} = 3$

é um número racional situado entre dois números inteiros. Quais são esses números inteiros? Entre os números inteiros 3 e 4.

11. Calcule a raiz ou solução das equações do 1º grau com uma incógnita, sendo $U = \mathbb{Q}$.

a) $x - 4 - \frac{x+4}{3} = 0$ $S = \{8\}$

b) $\frac{4x}{3} - \frac{3}{2} = \frac{x-3}{3}$ $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

c) $\frac{3-x}{8} = \frac{x+1}{4}$ $S = \{3\}$

12. Dadas as equações $\frac{x-1}{6} - \frac{x-2}{9} = \frac{1}{2}$ e $\frac{2y}{3} + \frac{y-2}{9} = 8$, qual é o valor da expressão $x + y$? 18

13. Qual é o número racional que representa a raiz da equação $\frac{2x-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3x+1}{6} + \frac{x}{3}$? $\frac{1}{4}$

14. A raiz da equação $2 - x = \frac{2(x+1)}{3}$ está situada entre dois números inteiros. Quais são esses números? Entre os números inteiros 0 e 1.

15. Responda:

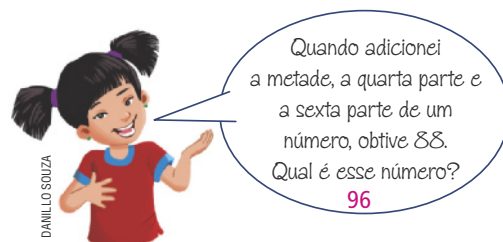
- a) Qual é a raiz da equação a seguir? 10

$$\frac{x-2}{8} = \frac{x-4}{3} - 1$$

- b) Qual é o número que representa o quadrado da raiz dessa equação? 100

- c) Quais são os divisores naturais do número que expressa a solução dessa equação? 1, 2, 5 e 10.

16. Observe a história e responda.



DESAFIO

17. (Unesp-SP) Como resultado de uma pesquisa sobre a relação entre o comprimento do pé de uma pessoa, em centímetros, e o número (tamanho) do calçado brasileiro, Carla obteve uma fórmula que dá, em média, o número inteiro n (tamanho do calçado) em função do comprimento c do pé, em centímetro.

Pela fórmula, tem-se $n = [x]$, em que $x = \frac{5}{4}c + 7$ e $[x]$ indica o menor inteiro maior ou igual a x . Por exemplo, se $c = 9$ cm, então $x = 18,25$ e $n = [18,25] = 19$. Com base nessa fórmula:

- a) determine o número do calçado correspondente a um pé cujo comprimento é 22 cm; 35
- b) se o comprimento c do pé de uma pessoa é 24 cm, então ela calça 37. Se $c > 24$ cm, essa pessoa calça 38 ou mais. Determine o maior comprimento possível, em centímetro, que pode ter o pé de uma pessoa que calça 38. 24,8 cm

AMPLIANDO

Atividade complementar

Uma empresa tem a matriz em São Paulo e filiais em todo o Brasil, possuindo um total de 1 365 funcionários. O número de pessoas que trabalham nas filiais é o quádruplo do número de pessoas que

trabalham na matriz. Quantos funcionários trabalham nas filiais dessa empresa? (1 092 funcionários.)

Resolução da atividade

Espera-se que os alunos estabeleçam a equação $x + 4x = 1 365$ (indicando x como o total de pessoas da matriz). Depois de obter $x = 273$, há

duas maneiras de calcular o total de pessoas das filiais:

- calculando o valor de $4x$, que é 1 092;
- ou obtendo a diferença: $1 365 - 273 = 1 092$.

De qualquer modo, obtém-se um total de 1 092 funcionários.

Para quem quer mais

Dispor os alunos em trios para acompanhar o desenvolvimento do texto e pedir que criem juntos outras situações de “fazer e desfazer”, usando a linguagem com palavras e a linguagem simbólica da Matemática. Em seguida, cada trio mostra para a classe o que fez.

A arte de fazer e desfazer

Que tal construir uma expressão numérica e depois desfazê-la? Para desfazer é fácil: é só usar as operações inversas. Vamos ver como podemos fazer isso!

Construindo e desfazendo uma expressão

Construindo a expressão	
Começo com o número 4.	
Multiplico esse número por 3	→ $3 \cdot 4$
Subtraio 5 do produto	→ $(3 \cdot 4) - 5$
Obtenho o número 7.	

Desfazendo a expressão	
Começo com o número 7.	
Adiciono 5 a esse número	→ $7 + 5$
Divido a soma por 3	→ $(7 + 5) : 3$
Obtenho o número 4.	

Vamos, agora, construir e resolver uma equação.

Construindo e resolvendo uma equação

Construindo a equação	
Penso em um número x .	
Multiplico esse número por 3	→ $3x$
Subtraio 5 do resultado	→ $3x - 5$
Obtenho 7	→ $3x - 5 = 7$

Qual é o número x ?

Resolvendo a equação	
Começo com o número 7.	
Adiciono 5 a esse número	→ $7 + 5$
Divido a soma por 3	→ $(7 + 5) : 3$
Obtenho o número 4.	
Logo, o número pensado é 4.	

Agora, crie uma equação. Depois, troque a sua equação com a de um colega de classe. Você resolve a equação dele, e ele resolve a sua. **Resposta pessoal.**

Equações na resolução de problemas

O objetivo aqui é levar os alunos a resolver problemas por meio de equações. É sempre bom lembrá-los das etapas de resolução de um problema segundo Polya:

- 1ª etapa: compreender o problema;
- 2ª etapa: traçar um plano;
- 3ª etapa: colocar o plano em prática;
- 4ª etapa: comprovar os resultados.

Enfatizar o trabalho de leitura e interpretação dos problemas propostos para que os alunos escrevam corretamente a equação correspondente à situação. Vale ressaltar que eles precisam ser incentivados a buscar mais alternativas de resolução, comparando-as com aquela que a equação propõe.

Esse trabalho é importante para ajudar a resolver as atividades propostas nas próximas páginas.



EQUAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Vamos usar o que aprendemos sobre as equações do 1º grau com uma incógnita na resolução de problemas. Observe alguns passos que podemos seguir:

1º passo: Ler com atenção o problema e levantar os dados.

2º passo: Traduzir o enunciado para a linguagem das equações.

3º passo: Resolver a equação estabelecida.

4º passo: Analisar o resultado obtido e dar a resposta conveniente.

Acompanhe a resolução das situações a seguir:

- 1** Em uma classe, 20% dos alunos treinam capoeira. Sabendo-se que os outros 24 alunos treinam outros esportes, quantos alunos há, ao todo, nessa classe?

1º passo: O problema pede que encontre o total de alunos da classe, informando que 20% treinam capoeira e os demais, 24 alunos, outros esportes.

Lembremos que: $20\% = \frac{20}{100} = 0,20$.

2º passo: Vamos indicar o total de alunos pela letra x e escrever a equação correspondente, usando a incógnita x onde for necessário indicar o número desconhecido:

$$0,20x + 24 = x$$

Diagram showing the components of the equation:

- x → número total de alunos da turma
- 24 → número de alunos que treinam outros esportes
- $0,20x$ → número de alunos que treinam capoeira

3º passo: Resolvendo a equação, temos:

Podemos também resolver essa equação deixando os termos que têm x no segundo membro. Assim, temos:

$$0,20x + 24 = x$$

$$24 = x - 0,20x$$

$$24 = 0,8x$$

$$\frac{24}{0,8} = x \Rightarrow 30 = x, \text{ ou seja, } x = 30$$

4º passo: Nessa classe, há 30 alunos.

Podemos fazer uma análise do resultado obtido calculando 20% de 30. Veremos que 20% de 30 equivalem a 6 e que $30 - 6 = 24$ (os alunos que praticam outros esportes). Com isso, verificamos que a resposta está correta.

- 2 No Colégio do Bairro há turmas de 6º, 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. Nesse colégio um terço dos alunos cursa o 6º ano; um quarto cursa o 7º ano; três décimos dos alunos estudam no 8º ano; e 140 alunos estão no 9º ano. Quantos alunos estudam nas turmas de 6º ao 9º ano dessa escola?

1º passo: O problema pede que descubra o número de alunos que estudam no 6º, 7º, 8º e 9º anos da escola, informando dados de cada ano.

2º passo: Vamos representar esse número pela letra x e escrever a equação correspondente.

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{3}{10}x + 140 = x$$

total de alunos
estudam no 9º ano
estudam no 8º ano
estuda no 7º ano
estuda no 6º ano

3º passo: Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{3}{10}x + 140 = x$$

$$\frac{20}{60}x + \frac{15}{60}x + \frac{18}{60}x + \frac{8400}{60}x = \frac{60}{60}x$$

$$20x + 15x + 18x + 8400 = 60x$$

$$20x + 15x + 18x - 60x = -8400$$

$$(-1) \cdot -7x = -8400 \cdot (-1) \quad \text{usando o princípio multiplicativo, multiplicamos ambos os membros por } -1$$

$$7x = 8400$$

$$x = \frac{8400}{7} \Rightarrow x = 1200$$

4º passo: Estudam 1 200 alunos nas turmas do 6º ao 9º ano nessa escola.

NÓS

A influência da cultura africana no Brasil

A cultura brasileira é muito diversificada. O Brasil tem forte influência de origem africana, portuguesa e indígena, e isso pode ser notado nas manifestações musicais, religiosas e na culinária. A capoeira é um dos exemplos da nossa cultura que têm origem africana. No início, a capoeira era ensinada pelos escravos vindos da África aos negros cativos brasileiros, e os movimentos da luta foram adaptados aos ritmos das músicas para parecer uma dança, pois os senhores de engenho não permitiam que os escravos aprendessem a lutar.

- Pesquise outras influências da cultura afrodescendente no Brasil. **Resposta pessoal.**
- Você acha importante conhecer e valorizar a cultura brasileira? Por quê? **Resposta pessoal.**

- 3 Uma pesquisa, realizada com os alunos de uma classe da Escola Laranjeira, mostrou que os 42 alunos dessa classe ou gostam somente de samba, ou gostam somente de música sertaneja, ou gostam dos dois tipos de música. Quando a professora perguntou:

lho seja feito em grupo com os seguintes passos:

1. Pedir aos alunos que comparem a cultura brasileira, que tem grande influência africana, com outras culturas que têm menor influência dos africanos; a europeia, por exemplo.

2. Com base nessa comparação, levar os alunos a perceberem a importância de valorizar a influência da cultura africana sobre a brasileira, justamente por nos diferenciar das demais e fazer parte da nossa identidade cultural.

Caso seja necessário enriquecer o repertório dos alunos, pedir que façam uma pesquisa na *internet* sobre a influência da cultura africana no Brasil. É provável que eles citem alguns exemplos dessa influência como:

- o sincretismo religioso que mistura elementos africanos com o Catolicismo e o Espiritismo, incluindo a associação de santos católicos aos orixás;
- a culinária regional, especialmente na Bahia, onde foi introduzido o dendezeiro, uma palmeira africana da qual se extrai o azeite de dendê que é utilizado em vários pratos de influência africana, como o vatapá, o caruru e o acarajé;
- os instrumentos musicais brasileiros, como o berimbau, o afoxé e o agogô;
- a capoeira criada pelos escravos no Brasil Colonial, que mistura dança e arte marcial.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Com relação ao 4º passo, analisando a resposta obtida, temos que $\frac{1}{3}$ dos alunos corresponde a $\frac{1}{3} \cdot 1200 = 400$ alunos estudam no 6º ano; $\frac{1}{4}$ dos alunos corresponde a

$\frac{1}{4} \cdot 1200 = 300$ alunos estudam no 7º ano; $\frac{3}{10}$ dos alunos corresponde a $\frac{3}{10} \cdot 1200 = 360$ alunos estudam no 8º ano. O restante pode ser obtido por uma subtração:

$1200 - 400 - 300 - 360 = 140$, que são os alunos do 9º ano. Portanto, a resolução está correta.

Nós

Estimular os alunos a pensarem sobre a influência africana na cultura brasileira. É interessante que esse traba-

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O trabalho de traduzir um problema por meio de equações é aprofundado nesta última situação e nas atividades deste bloco. Deve-se enfatizar o trabalho de leitura e interpretação dos problemas propostos para que os alunos escrevam corretamente a equação correspondente à situação.

Vale ressaltar aqui que os alunos precisam ser incentivados a buscar mais alternativas de resolução, comparando-as com aquela que a equação propõe.

Estimular a resolução dessas atividades em grupo para que haja melhor troca de conhecimento e ideias.

Encorajar os alunos a resolverem os problemas seguindo os passos de Polya: compreender o problema; traçar um plano; colocar o plano em prática; e comprovar os resultados.

Enfatizar a necessidade de fazer uma leitura cuidadosa para interpretar e organizar os dados dos problemas (por meio de um diagrama, por exemplo).

Sugerir aos alunos que estimem as prováveis respostas para que tenham um entendimento maior do problema e verifiquem, conseqüentemente, se o resultado encontrado na resolução por meio de equação faz sentido.

Com relação ao 4º passo, podemos verificar se nossa resolução está correta descobrindo quantos alunos gostam só de sertanejo e quantos gostam só de samba. Os que gostam só de sertanejo são $36 - x$. Como $x = 22$, então há $36 - 22 = 14$ alunos que gostam só de sertanejo; os que gostam só de samba são $28 - x$, ou seja, $28 - 22 = 6$ alunos. Assim, temos 14 alunos que gostam só de sertanejo, 6 alunos que gostam só de samba e 22 alunos que gostam de ambos, totalizando $14 + 6 + 22 = 42$ alunos. Portanto, nossa resolução está correta.

— Quem gosta de música sertaneja?

36 alunos levantaram a mão.

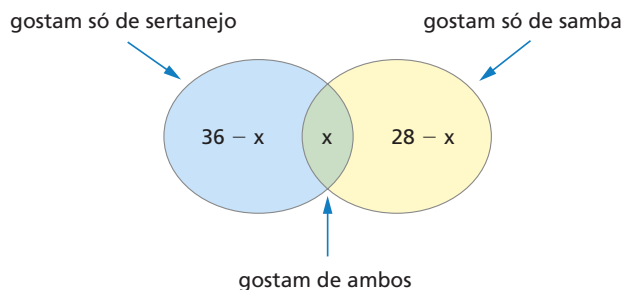
E quando a professora perguntou:

— Quem gosta de samba?

28 alunos levantaram a mão.

Nessa turma, quantos alunos gostam tanto de música sertaneja quanto de samba?

Para resolver esse problema, podemos montar um diagrama.



1º passo: No diagrama, a parte em verde (x) representa o número de alunos que gostam, ao mesmo tempo, dos dois tipos de música.

A parte em azul ($36 - x$) representa o número de alunos que gostam de música sertaneja, mas não gostam de samba.

A parte em amarelo ($28 - x$) representa o número de alunos que gostam de samba, mas não gostam de música sertaneja.

2º passo: A soma desses números é o total de alunos da sala. Assim, montamos a equação:

$$(36 - x) + x + (28 - x) = 42$$

total de alunos

gostam apenas de samba

gostam dos dois tipos de música

gostam apenas de música sertaneja

3º passo: Resolvendo a equação, temos:

$$(36 - x) + x + (28 - x) = 42$$

$$36 - x + x + 28 - x = 42$$

$$-x + 64 = 42$$

$$-x = 42 - 64$$

$$(-1) \cdot -x = -22 \cdot (-1)$$

$$x = 22$$

4º passo: Nessa turma há 22 alunos que gostam, ao mesmo tempo, dos dois tipos de música.

Responda às questões no caderno.

1. Em uma turma de 30 alunos, 6 escrevem apenas com a mão esquerda (são canhotos), e 2 escrevem com as duas mãos (são ambidestros). Quantos alunos escrevem apenas com a mão direita (são destros)? **22 alunos.**
2. Guilherme e Tiago compraram 200 figurinhas. Dessas, 36 foram rasgadas e não puderam ser aproveitadas. Das figurinhas restantes, Guilherme ficou com 20 a mais que Tiago. Com quantas figurinhas cada um ficou?
Guilherme: 92 e Tiago: 72.
3. Os médicos do pronto-socorro de um hospital atenderam 1 400 pessoas no primeiro semestre de 2012. Em janeiro, foram atendidas 180 pessoas e, em junho, 160 pessoas. O número de pessoas atendidas nos outros meses do semestre foi o mesmo em cada mês. Quantas pessoas foram atendidas em cada um desses meses? **265 pessoas.**
4. Uma tábua tem 120 cm de comprimento e deve ser dividida em duas partes, de tal forma que o comprimento da menor seja igual a $\frac{3}{5}$ do comprimento da maior. Qual será, em metros, o comprimento da menor parte? **0,45 m**
5. Foi feita uma pesquisa sobre a preferência de leitura de três revistas. Veja o resultado dessa pesquisa:
 - a terça parte dos entrevistados liam a revista A;
 - $\frac{2}{5}$ dos entrevistados liam a revista B;
 - 832 pessoas liam a revista C.
 Sabendo que cada pessoa lia apenas uma das revistas, quantas pessoas foram entrevistadas? **3 120 pessoas.**

6. Em uma eleição com dois candidatos, A e B, uma pesquisa mostra que 40% dos eleitores votarão no candidato A e 35%, no candidato B. Se entre os pesquisados ainda há 3 500 indecisos, quantos eleitores participaram dessa pesquisa?
14 000 eleitores.
7. Um reservatório estava totalmente cheio de água. Inicialmente, esvaziou-se $\frac{1}{3}$ da capacidade desse reservatório e, depois, foram retirados 400 litros de água. O volume de água que restou no reservatório corresponde a $\frac{3}{5}$ da capacidade do reservatório. Quantos litros de água cabem nesse reservatório?
6 000 L

DESAFIO

8. Essa situação foi adaptada de um problema hindu do século VII.
Uma moça usava um colar de pérolas, que se rompeu. Um sexto das pérolas caiu para a direita, um quinto caiu para a esquerda, um terço a moça conseguiu segurar com a mão direita, um décimo com a mão esquerda, e 6 pérolas continuaram presas no colar. Quantas pérolas tinha esse colar?
30 pérolas.
9. Esse foi um problema elaborado por Bhaskara, um matemático hindu do século XII.
“A quinta parte de um enxame de abelhas pousou numa flor da *Kadamba*, a terça parte numa flor de *Silinda*. O triplo da diferença desses dois números, ó bela com olhos de gazela, voa sobre a flor da *Krutaja*. A abelha que sobra, atraída pelo perfume dum jasmim e dum *pandanus*, paira desorientada no ar; diz-me, amada, o número de abelhas.” **São 15 abelhas.**

Desafio

A seguir, é apresentada uma possível resolução de cada questão proposta no desafio.

Resolução da questão 8

Vamos representar pela letra x a quantidade de pérolas do colar.

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + \frac{x}{10} + 6 = x$$

Reduzindo ao mesmo denominador e efetuando os cálculos em cada um dos membros, obtemos:

$$24x + 180 = 30x$$

$$24x - 30x = -180$$

$$x = \frac{-180}{-6}$$

$$x = 30$$

Esse colar tinha 30 pérolas.

Resolução da questão 9

Vamos representar pela letra x o número de abelhas do enxame.

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3 \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5} \right) + 1 = x$$

De modo análogo à questão anterior, obtemos:

$$14x + 15 = 15x$$

$$x = 15$$

O número de abelhas é 15.

Tratamento da informação

Esta seção explora o gráfico de linhas. Propor aos alunos que desenvolvam o trabalho com essa seção em duplas, para promover a troca de experiências e ampliação do repertório de estratégias. Auxiliar os alunos na construção do gráfico e na elaboração da pesquisa solicitada. Se houver acesso a computadores, propiciar aos alunos que elaborem as tabelas e os gráficos em uma planilha eletrônica.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

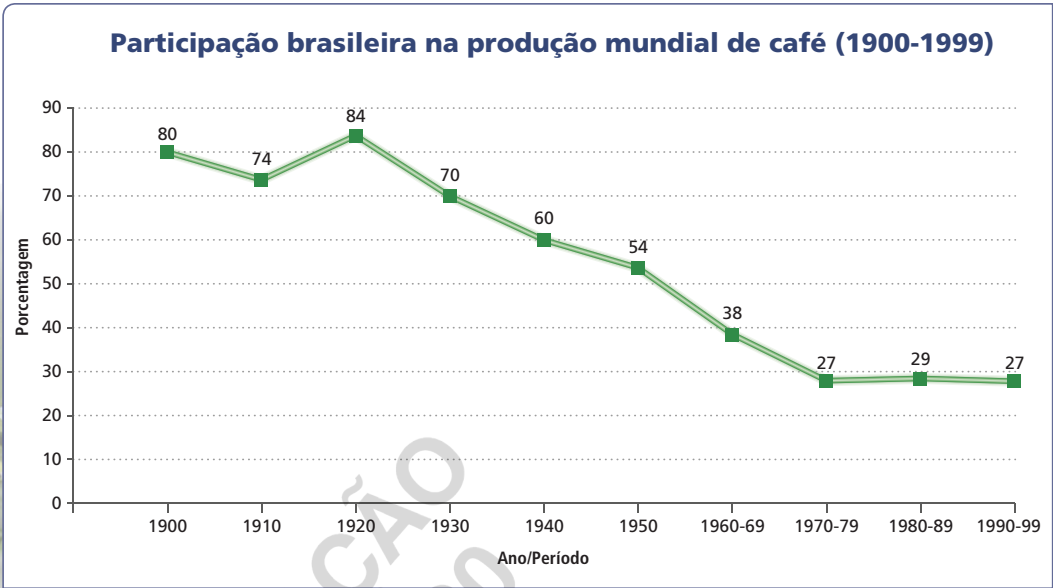
Resoluções na p. 308

Gráfico de linhas (ou de segmentos)

As primeiras mudas de café chegaram ao Brasil no começo do século XVIII e já no fim desse século, o país começou a exportar o produto, mas em pequenas quantidades. No começo do século XIX, já se exportava cerca de 80 mil arrobas de café por ano.

Durante todo o século XIX, o café foi a maior fonte de riqueza do Brasil. Por esse motivo, o café ficou popularmente conhecido como “ouro verde” ou “ouro negro”. No começo do século XX, era responsável por cerca de $\frac{3}{4}$ do valor total das exportações brasileiras. Atualmente, o Brasil é o maior produtor mundial de café.

Observe no gráfico de linhas, a seguir, a participação do Brasil na exportação de café no mercado mundial.



Fonte: O CAFÉ no Brasil - história, produção e exportação. Revista Cafeicultura. Disponível em: <<http://revistacafeicultura.com.br/?mat=3640>>. Acesso em: 29 out. 2018.

1. De acordo com o gráfico da página anterior, responda às questões a seguir.

- a) Em qual ano foi verificada a maior participação do Brasil na produção mundial de café? 1920
- b) Em qual período a participação brasileira na produção mundial de café ficou abaixo de 50%? De 1960 a 1999.
- c) De quanto foi a redução, em porcentagem, da participação do Brasil na produção mundial de café do ano de 1950 para o período 1960-69? 16%
- d) Forme dupla com um colega e, no caderno, elaborem um texto usando as informações apresentadas no gráfico. Resposta pessoal.

No fim da década de 1920, a produção de café no Brasil cresceu muito, mas no final de 1929, com a quebra da bolsa de Nova York, o preço do café desabou e as exportações caíram.

2. Veja a seguir a quantidade de café exportado pelo Brasil entre o fim da década de 1920 e o começo da década de 1930.

Exportação de café pelo Brasil

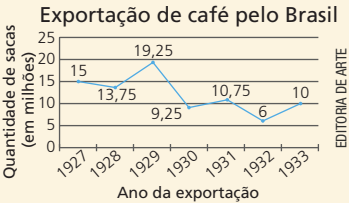
Ano	1927	1928	1929	1930	1931	1932	1933
Quantidade (em arrobas)	60 milhões	55 milhões	77 milhões	37 milhões	43 milhões	24 milhões	40 milhões
x indica a quantidade de milhões de sacas	$2x = 30$	$4x = 55$	$4x - 7 = 70$	$4x = 37$	$8x = 86$	$x - 2 = 4$	$x = 20 - x$

Fontes: Iapar (Instituto Agronômico do Paraná), ICC (Conselho Internacional do Café) e DNC (Departamento Nacional do Café).

Agora, responda às questões no caderno.

- a) A tabela mostra a exportação de café em arrobas (considere 1 arroba = 15 kg), mas normalmente a exportação é indicada em sacas de café (considere 1 saca = 60 kg). Resolva as equações e faça uma nova tabela, indicando o ano e a quantidade de sacas de café exportadas.
- b) A partir da tabela que você fez, construa um gráfico de linhas com a exportação de sacas de café de 1927 a 1933. Respostas no final do livro
- c) Apesar de todas as crises, desde de 1900 o Brasil sempre foi o maior produtor e exportador de café. Em julho de 2018, o café representou cerca de 2,6 bilhões de dólares nas exportações do Brasil. Sabendo que uma saca de café foi cotada em 154 dólares, quantas sacas de café foram exportadas? Aproximadamente 16,9 milhões de sacas.
- d) As exportações de café pelo Brasil no começo do século XX girava em torno de 2 milhões de dólares. Sabendo que cerca de $\frac{3}{4}$ do valor total das exportações brasileiras correspondia ao café, qual era o valor estimado do total das exportações do Brasil nessa época? Aproximadamente 2,67 milhões de dólares.

• Gráfico do item b da questão 2



Depois que os alunos fizerem as atividades propostas, pedir que pesquisem outras informações, criem textos e levantem questões, proponham construções de tabelas e gráficos para serem resolvidos por toda a turma. Levar livros e revistas para pesquisa na própria sala de aula.

Resolução das atividades

- Tabela do item a da questão 2

Exportação de café pelo Brasil

Ano	1927	1928	1929	1930	1931	1932	1933
Quantidade (em sacas)	15 milhões	13,75 milhões	19,25 milhões	9,25 milhões	10,75 milhões	6 milhões	10 milhões

Fontes: Iapar (Instituto Agronômico do Paraná), ICC (Conselho Internacional do Café) e DNC (Departamento Nacional do Café).

Retomando o que aprendeu

O objetivo das atividades desta seção é propiciar aos alunos que retomem os conteúdos estudados na Unidade e, caso seja necessário, façam retomadas para sanar as dúvidas que podem surgir.

Sugerir que refaçam algumas atividades anteriores dos assuntos que surgirem dúvidas. Ressaltar tais temas ao corrigir as atividades.

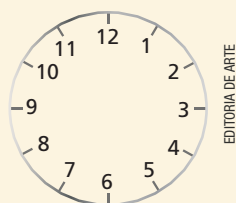
Para enriquecer o trabalho desta seção, propor aos alunos que discutam em duplas cada uma das questões. Verificar se realmente estão fazendo todas as questões juntos. Não permitir que dividam entre si as questões e as resolvam individualmente. É importante a troca de ideias e a busca de um procedimento comum, propiciando o desenvolvimento de estratégias de argumentação para defender ideias.

Escolher alguns problemas desta seção para que os alunos os resolvam no quadro de giz e revisem os procedimentos estudados com toda a classe.

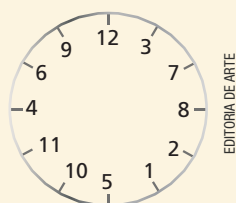
Resolução das atividades

Para a **atividade 1**, observe a condição dada para a construção do relógio: a soma de cada par de números vizinhos é um número triangular, ou seja, é um destes números: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...

Observe a configuração original dos números em um relógio analógico:



Fazendo as trocas, obtém-se a seguinte configuração:



RETOMANDO O QUE APRENDEU

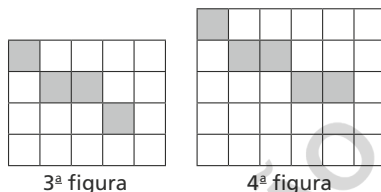
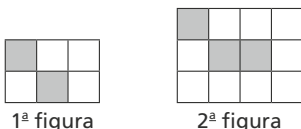
Resoluções
na p. 308

Responda às questões no caderno.

1. (OBM) Esmeralda adora os números triangulares (ou seja, os números 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...), tanto que mudou de lugar os números 1, 2, 3, ..., 11 do relógio de parede do seu quarto de modo que a soma de cada par de números vizinhos é um número triangular. Ela deixou o 12 no seu lugar original. Que número ocupa o lugar que era do 6 no relógio original?

a) 1 c) 5 e) 11
b) 4 d) 10 Alternativa c.

2. (Vunesp) Considere que a regra de formação das figuras seguintes permaneça a mesma. Pode-se afirmar que o número de quadrados brancos da 10ª figura será:



a) 100 d) 121
b) 109 e) 144
c) 112 Alternativa d.

3. São dados três números naturais:



- a) Dê a expressão algébrica que representa a soma desses três números. $4x + 4$
b) Se a soma desses três números é 116, qual o produto desses três números? 50176

4. O professor escreveu no quadro de giz esta equação:

$$2(1 - 0,4x) + x = 4(0,1x - 0,4)$$

O valor de x , nessa equação, é igual a:

a) 18 c) 1,8 e) 3,6
b) -18 d) -1,8 Alternativa a.

5. A média aritmética dos números expressos a seguir é 12,5.



Qual é o número x ? Alternativa c.

a) 5 c) 7 e) 10
b) 6 d) 8

6. Uma tábua com 5,85 metros de comprimento foi dividida em três partes. A primeira delas tem 1,80 m de comprimento, enquanto a segunda tem o dobro do comprimento da terceira. Qual é, em metros, o comprimento da segunda parte da tábua? Alternativa b.

a) 1,35 m d) 3,20 m
b) 2,70 m e) 4,05 m
c) 2,80 m

7. Um tanque está completamente cheio de água. Deixando escoar 68 litros de água, o tanque fica ainda com a terça parte de sua capacidade. Qual é a capacidade desse tanque? Alternativa b.

a) 100 litros. d) 106 litros.
b) 102 litros. e) 108 litros.
c) 104 litros.

8. Em um torneio de futebol, uma equipe venceu $\frac{3}{5}$ dos jogos que disputou, empatou $\frac{1}{3}$ dos jogos e perdeu apenas 2. Essas informações nos mostram que a equipe venceu: Alternativa d.

Comparando com a posição original dos números, verificamos que o 5 ficou no lugar do 6.

Alternativa c.

Na **atividade 2**, analisar o que ocorre em cada figura da sequência:

1ª figura: 6 quadrados: 2 cinzas e 4 brancos ($4 = 2^2$)

2ª figura: 12 quadrados: 3 cinzas e 9 brancos ($9 = 3^2$)

3ª figura: 20 quadrados: 4 cinzas e 16 brancos ($16 = 4^2$)

4ª figura: 30 quadrados: 5 cinzas e 25 brancos ($25 = 5^2$)

:

10ª figura: terá 11^2 quadrados brancos, ou seja: 121

Alternativa d.



- a) 30 jogos. d) 18 jogos.
b) 24 jogos. e) 10 jogos.
c) 20 jogos.
9. Sabe-se que as expressões abaixo são iguais. Nessas condições, qual é o valor do número x ?
- $$2,8 + 2(1 + 1,5x) \qquad 3(1,2x - 2,4)$$
- Escreva outra expressão com a incógnita x , igual a essas duas, e dê o valor de x . $x = 20$

10. Na equação $(y - 3)x + 4(y - 5) = -3x$, temos $x = 2$. Qual é o número que expressa o valor da letra y ? $\frac{10}{3}$
11. De acordo com dados do IBGE, a expectativa de vida do brasileiro em 2010 correspondia, em anos, à raiz da equação $5(x + 60) - 400,7 = 8(x - 40)$. Qual era a esperança de vida do brasileiro em 2010? $73,1$ anos.
12. Os gerentes de uma empresa entrevistaram 420 candidatos a determinado emprego e rejeitaram um número de candidatos igual a 5 vezes o número de candidatos aceitos. Então, o número de candidatos aceitos foi: Alternativa c.
- a) 84 d) 65
b) 75 e) 60
c) 70

UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, foram abordados: sequências numéricas recursivas e sequências numéricas não recursivas, lei de formação de uma sequência e termo geral, expressões algébricas e variável, princípios da igualdade, equações e incógnita, conjunto universo e conjunto solução, e resolução de problemas com base em equações do 1º grau.

As equações estudadas nesta Unidade serão utilizadas e aplicadas em outros contextos matemáticos que serão estudados posteriormente. Além do uso de equações na Matemática, há também o uso de equações em outras disciplinas, como em Geografia e em Ciências.

Para melhor organizar esse primeiro contato com o estudo das equações do 1º grau, sugerimos a você que faça um breve resumo de cada tópico citado anteriormente. Esse resumo deve conter um lembrete sobre cada conceito e um ou mais exemplos que considere relevante.

Com esse resumo em mãos, vamos retomar e refletir as aprendizagens que tivemos nesta Unidade.

- Como você explicaria o que é uma sequência recursiva? Resposta pessoal.
- Descreva uma situação em que aparece variável e outra que envolve incógnita. Resposta pessoal.
- Explique com suas palavras o princípio da igualdade e qual sua importância na resolução de uma equação do 1º grau. Resposta pessoal.
- Qual é a importância de conhecer o conjunto universo de uma equação? Resposta pessoal.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Um novo olhar

Os questionamentos existentes no encerramento desta Unidade poderão permitir, além da retomada dos conteúdos apresentados, diferentes reflexões e sistematizações. É importante que os alunos respondam individualmente a cada uma das questões para que possam perceber suas próprias conquistas e possíveis dúvidas sobre cada conteúdo estudado na Unidade. Ao final, explorar o diagrama com eles.

A primeira questão visa a reflexão dos alunos sobre a noção de recursividade em sequências.

A segunda questão trata da ideia de variável e de sua diferenciação de incógnita. Espera-se que, com o estudo das equações, o aluno tenha consolidado essa diferença. O conceito de variável será enfatizado e ampliado no estudo de funções, no volume do 9º ano.

A terceira questão explora as relações apresentadas no diagrama. O aluno deve expor sua opinião sobre tais relações. Socializar as diferentes respostas com a turma.

As quarta e quinta questões tratam de assuntos relativos ao estudo das equações, resgatando a aplicação dos princípios da igualdade e a importância do conjunto universo.

GERAIS

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

ESPECÍFICAS

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.



FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Você já ouviu falar em relógio de sol?

A seguir apresentamos algumas informações sobre esse tipo de relógio, mas antes faça a seguinte experiência: em um dia claro, saia para um local ensolarado em quatro horários diferentes, às 9 horas, ao meio-dia, às 15 horas e às 18 horas, por exemplo, e observe o que ocorre com o comprimento de sua sombra.

Você poderá observar que sua sombra se desloca quando você fica exposto à luz do sol e o comprimento dela varia conforme a hora do dia.

Os relógios de sol funcionam a partir desse princípio; observam-se o movimento aparente do Sol e o deslocamento da sombra de um corpo projetado sobre uma superfície plana. Em alguns relógios de sol, a luz solar incide sobre uma haste (gnômon), devidamente orientada em relação à latitude do lugar e aos pontos cardeais, e projeta uma sombra em um mostrador graduado com números correspondentes às horas do dia.

Existem diversos tipos de relógios de sol, entre eles podemos citar o horizontal, o vertical e o equatorial.

Sabendo que, em função do movimento de rotação, a Terra gira 360 graus em 24 horas, um observador na Terra vê o Sol “se deslocar” 15 graus a cada uma hora ($360 : 24 = 15$).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, traba-

lhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

HABILIDADES p. XIX e XX

Geometria

- EF07MA22 • EF07MA26
- EF07MA23 • EF07MA27
- EF07MA24 • EF07MA28
- EF07MA25

Grandezas e medidas

- EF07MA33

Abertura de Unidade

Nesta Unidade, será abordada a noção de ângulo. A atividade desta abertura ajudará os alunos a perceber a presença dos ângulos no dia a dia e sua importância, relacionando ângulos com a leitura de um relógio de sol.

Caso sinta necessidade, esclarecer aos alunos que o movimento que observamos do Sol é aparente. Se possível, construir um relógio de sol com eles, solicitando que anotem no caderno as observações sobre o processo de construção e sobre a leitura desse tipo de relógio. É interessante incentivar a troca de ideias com os colegas.

AMPLIANDO

Link

Segue uma sugestão de *link*, em que é apresentada uma proposta de construção de um relógio de sol: <<http://livro.pro/xxzdx5>>. Acesso em: 29 out. 2018.

Responda às questões no caderno:

Resposta pessoal.

- Existe algum relógio de sol no município onde você mora?
- No Brasil, o Clube de Astronomia do Rio de Janeiro já catalogou mais de 200 relógios de sol. Pesquise alguns locais onde foram construídos relógios de sol. **Resposta pessoal.**
- Um observador na Terra vê o Sol “se deslocar” quantos graus em:

• 2 horas?	• 8 horas?	• 18 horas?
• 5 horas?	• 12 horas?	30°; 75°; 120°; 180°; 270°

📍 Relógio de Sol em Natal, RN.
Foto tirada em 2016.

NO DIGITAL – 3º bimestre

- Ver o plano de desenvolvimento para as Unidades 6 e 7.
- Desenvolver o projeto integrador sobre o replantio de verduras.
- Explorar as sequências didáticas do bimestre, que trabalham as habilidades EF07MA22, EF07MA23, EF07MA24, EF07MA25, EF07MA26, EF07MA27, EF07MA28, EF07MA33 e EF07MA37.
- Acessar a proposta de acompanhamento da aprendizagem.

Definição e medida de um ângulo

Discutir com os alunos a presença dos ângulos no cotidiano e pedir a eles que citem outras situações em que o ângulo aparece; por exemplo, o ângulo formado pelo joelho quando alguém se senta em uma cadeira. Aproveitar esse momento para discutir com eles os cuidados de postura que devem ser observados quando se sentam para estudar ou ao passar algum tempo utilizando o computador. Citar, inclusive, os giros que fazemos ao andar ou mudar de uma direção para outra.

Pedir a um aluno para seguir os comandos ou as ordens como se fosse um robô. Por exemplo: com o braço esticado para a frente, pedir que gire à direita 90° , depois que gire à esquerda 180° e assim por diante. Dar oportunidade para que outros alunos vivenciem o papel do robô e outros a voz de comando. Situações como essas podem levar os alunos a associar a definição de ângulo com a ideia de giro, que é válida para o seu aprendizado.

A construção de ângulos usando régua e transferidor é muito importante, mas, se for possível e desejar, complementar esse trabalho usando um *software* de Geometria dinâmica. Nele, é possível escolher o valor do ângulo e o sentido do giro (horário ou anti-horário).

CAPÍTULO 1 ÂNGULOS

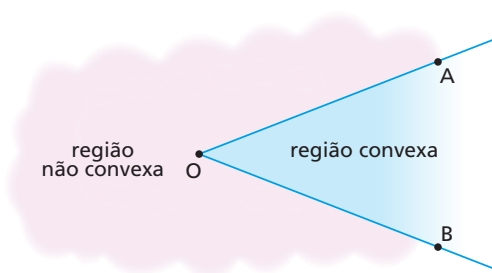
Definição e medida de um ângulo

Nos modelos matemáticos de figuras que sugerem a ideia de ângulo, podemos destacar duas semirretas (**lados** do ângulo) de mesma origem (**vértice** do ângulo) que dividem o plano em duas regiões: uma convexa e outra não convexa.

Essas duas semirretas determinam dois ângulos, um em cada região.

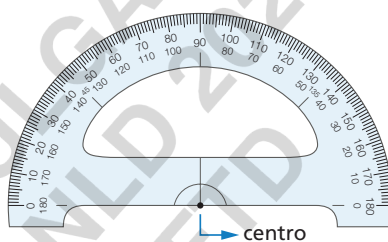
Na figura a seguir, destacamos os seguintes elementos:

- O ponto O , origem das semirretas, denominado vértice do ângulo.
- As semirretas OA e OB denominadas lados do ângulo. Para identificar esse ângulo, utilizamos a notação $A\hat{O}B$.

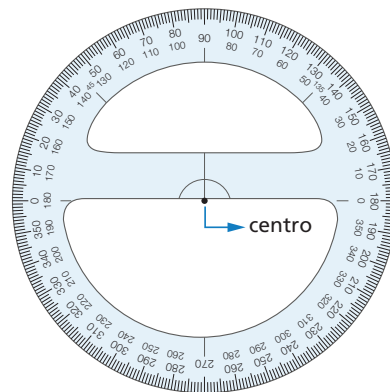


A medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura. A unidade padrão utilizada para essa medição é o **grau**, representado pelo símbolo $^\circ$ escrito após o número.

Para medir um ângulo, comparamos sua medida à medida de um ângulo de 1° (um grau). Para isso utilizamos um **transferidor**. O transferidor já vem graduado com divisões de 1° em 1° .



Transferidor de 180° .



Transferidor de 360° .

Classificação de ângulos

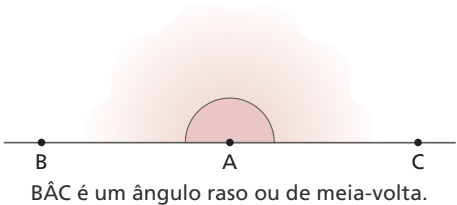
Explorar o uso do transferidor para medir ângulos em objetos da sala de aula a fim de determinar medidas aproximadas e estimadas. Para isso, propor aos alunos que construam um transferidor “gigante” a partir de um círculo desenhado em papel.

Solicitar que, em grupos, confeccionem discos (círculos) de diferentes tamanhos. Depois, usando dobraduras, os alunos devem dividir os círculos em 2, 4 e 8 partes iguais. Espera-se que eles identifiquem ângulo raso (ou de meia-volta), ângulo nulo e ângulo de uma volta.

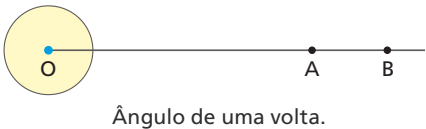
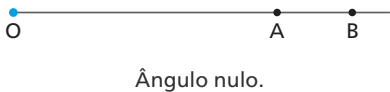
Classificação de ângulos

Ângulo raso, ângulo nulo e ângulo de uma volta

Quando duas semirretas são opostas, dizemos que formam um **ângulo raso** ou **de meia-volta**.

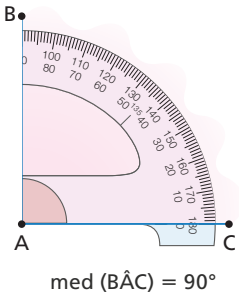


Quando duas semirretas coincidem, obtemos dois ângulos: o **ângulo nulo** e o **ângulo de uma volta**.

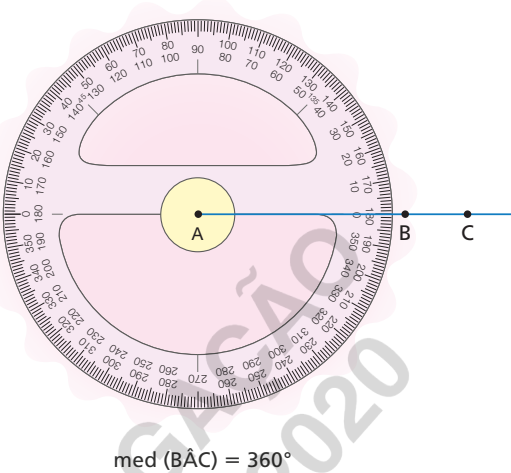
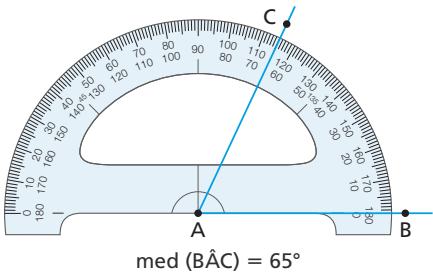


Usando um transferidor, determinamos as medidas dos ângulos, em graus:

- Ângulo de um quarto:
- Ângulo de uma volta:



- Ângulo de 65 graus:



▶ Veja no material audiovisual o vídeo sobre as grandes navegações e o uso de medida de ângulos.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

NO AUDIOVISUAL

Um dos materiais audiovisuais disponíveis nesta coleção é um vídeo sobre as Grandes Navegações e o uso de medidas angulares no processo de localização das embarcações. Nesse vídeo, contextualizam-se as Grandes Navegações na história e destaca-se a importância do conhecimento sobre ângulos e medidas angulares para o uso e aprimoração dos instrumentos de navegação.

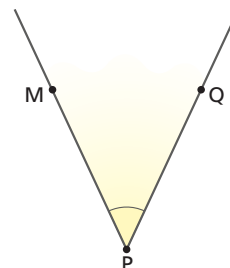
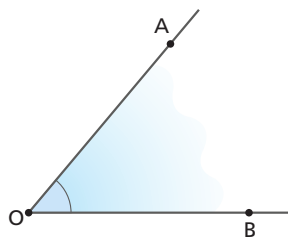
Ângulos congruentes

O objetivo deste tópico é levar os alunos a reconhecer e a identificar ângulos congruentes como aqueles que possuem medidas iguais.

Sugere-se que os alunos iniciem com a leitura atenta e individual do texto apresentado no livro. Depois, pedir a eles que façam o registro de um resumo que contenha a definição, os exemplos e os símbolos utilizados para relacioná-los com as respectivas medidas.

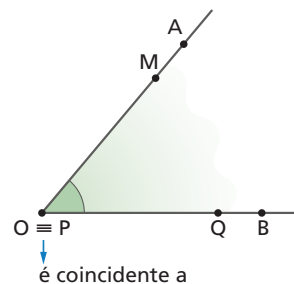
Ângulos congruentes

Consideremos os ângulos AOB e MPQ:



Ao sobrepor os ângulos, notamos que os vértices e os lados dos dois ângulos coincidem. Veja na figura ao lado.

Assim, AOB e MPQ possuem a mesma abertura e, portanto, a mesma medida.



Dois ângulos que têm a mesma medida são chamados **ângulos congruentes**, e utilizamos o símbolo \cong para relacioná-los.

$$\text{med}(\widehat{AOB}) = \text{med}(\widehat{MPQ})$$

Usamos o símbolo $=$ quando comparamos as medidas dos ângulos.

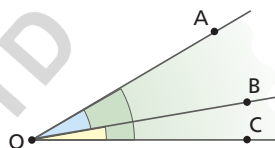
é congruente a

$$\widehat{AOB} \cong \widehat{MPQ}$$

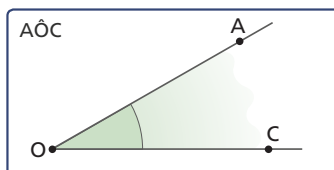
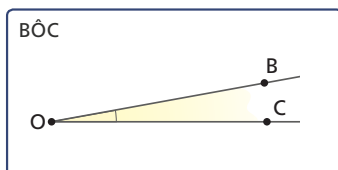
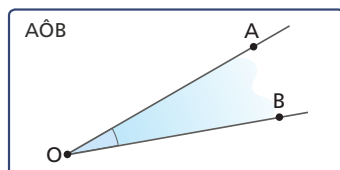
Usamos o símbolo \cong quando comparamos os ângulos.

Ângulos consecutivos e ângulos adjacentes

Observe a figura a seguir.



Vamos, agora, destacar três ângulos desta figura:



Vamos comparar os ângulos dois a dois:

Comparando $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{BÔC}$:

- $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{BÔC}$ têm o vértice comum (ponto O).
- $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{BÔC}$ têm o lado \overrightarrow{OB} comum.

Comparando $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{AÔC}$:

- $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{AÔC}$ têm o vértice comum (ponto O).
- $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{AÔC}$ têm o lado \overrightarrow{OA} comum.

Comparando $\widehat{BÔC}$ e $\widehat{AÔC}$:

- $\widehat{BÔC}$ e $\widehat{AÔC}$ têm o vértice comum (ponto O).
- $\widehat{BÔC}$ e $\widehat{AÔC}$ têm o lado \overrightarrow{OC} comum.

Dizemos que:

Dois ângulos que possuem o mesmo vértice e têm um lado comum são denominados **ângulos consecutivos**.

Em nosso exemplo, são ângulos consecutivos:

- $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{BÔC}$
- $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{AÔC}$
- $\widehat{BÔC}$ e $\widehat{AÔC}$

Nesses três casos de ângulos consecutivos, podemos notar que:

$\widehat{AÔB}$ e $\widehat{BÔC}$ **não possuem** pontos internos comuns.

$\widehat{AÔB}$ e $\widehat{AÔC}$ **possuem** pontos internos comuns.

$\widehat{BÔC}$ e $\widehat{AÔC}$ **possuem** pontos internos comuns.

Dizemos que:

Dois ângulos consecutivos que não possuem pontos internos comuns são denominados **ângulos adjacentes**.

Então, $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{BÔC}$ são **ângulos adjacentes**.

Ângulos consecutivos e ângulos adjacentes

O objetivo desta página é levar os alunos a identificar as condições para que dois ângulos sejam consecutivos ou para que sejam adjacentes.

Primeiramente, pedir aos alunos que façam a leitura do texto do livro de forma atenta e individual. Depois, perguntar se compreendem as nomenclaturas "ângulos consecutivos e ângulos adjacentes". Estimular os alunos a expor suas dúvidas e a tentar esclarecer as dúvidas dos colegas. Valorizar a troca de informação e conhecimento para que efetivamente ocorra o aprendizado.

Atividades

As atividades deste bloco têm como objetivo levar os alunos a identificar e nomear vértices e lados de um ângulo; a indicar corretamente um ângulo; a associar a um ângulo sua medida em graus, usando o transferidor como instrumento para determinar a medida de ângulos; a compreender o que é o grau; e a identificar ângulos congruentes.

Para a **atividade 6**, levar um relógio grande (pode ser de brinquedo) para os alunos observarem os ponteiros e a formação dos ângulos. Deixar que eles analisem os ângulos que são formados em determinados horários. Podem também utilizar esse relógio para auxiliar na resolução das atividades. Solicitar a eles que registrem tudo que observarem. Explorar essa atividade por meio da operação de ângulos: cada espaço entre dois números consecutivos do relógio corresponde a 30° , pois $360 : 12 = 30$; logo, do meio-dia às 6 horas temos 6 espaços do relógio ($6 \cdot 30^\circ = 180^\circ$). Vale ressaltar que esse é um ângulo raso.

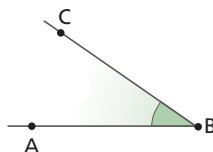
ATIVIDADES

Resoluções
na p. 310

1. Vértice: ponto B; lados: \overrightarrow{BA} e \overrightarrow{BC} .

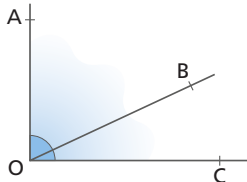
Responda às questões no caderno.

1. Identifique o vértice e os lados do ângulo da figura.

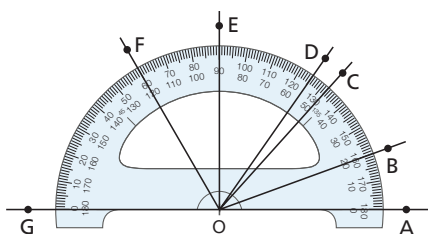


2. Quantos e quais são os ângulos que aparecem nesta figura?

Três ângulos: $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle AOC$.



3. Observe a figura do transferidor.



Dê as medidas dos ângulos indicados.

- a) med ($\angle AOB$) 20° e) med ($\angle AOF$) 120°
b) med ($\angle AOC$) 48° f) med ($\angle AOG$) 180°
c) med ($\angle AOD$) 55° g) med ($\angle BOE$) 70°
d) med ($\angle AOE$) 90° h) med ($\angle EOF$) 30°

4. Qual é a medida, em graus, de um ângulo de:

- a) meia-volta? 180°
b) uma volta? 360°

5. Dois ângulos congruentes têm as medidas expressas, em graus, por $(7x + 30)^\circ$ e $(13x - 30)^\circ$, respectivamente. Nessas condições determine o valor de x. 10°

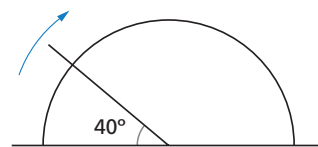
6. (Prova Brasil) Os 2 ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas medem: **Alternativa c.**

- a) 60° e 120°
b) 120° e 160°
c) 120° e 240°
d) 140° e 220°



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

7. (Saresp-SP) O movimento completo do limpador do para-brisa de um carro corresponde a um ângulo raso. Na situação descrita pela figura, admita que o limpador está girando em sentido horário e calcule a medida do ângulo que falta para que ele complete o movimento completo. **Alternativa c.**



- a) 50° c) 140°
b) 120° d) 160°

8. Quantos graus tem um ângulo que mede:

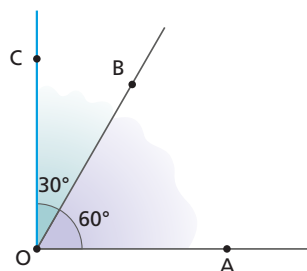
- a) a terça parte da medida do ângulo de meia-volta? 60°
b) $\frac{2}{5}$ da medida do ângulo de uma volta? 144°

9. A medida x de um ângulo equivale, em graus, à raiz da equação $\frac{x}{5} + \frac{x-15^\circ}{4} = 57^\circ$. Descubra o valor de x. 135°

10. Se x representa a medida, em graus, de um ângulo e é a solução da equação $\frac{2}{3}x + 3(x-15) = 120$, descubra o valor de x. 45°

Ângulos complementares

Observe que na figura os ângulos adjacentes AOB e BOC, juntos, formam um ângulo reto (90°).



$$\begin{aligned}\text{med}(\widehat{AOB}) &= 60^\circ \\ \text{med}(\widehat{BOC}) &= 30^\circ \\ \text{med}(\widehat{AOC}) &= \text{med}(\widehat{AOB}) + \text{med}(\widehat{BOC}) \\ 90^\circ &= 60^\circ + 30^\circ\end{aligned}$$

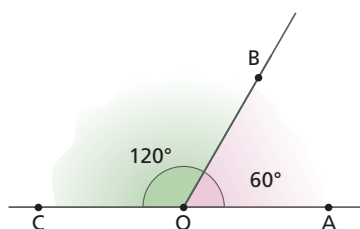
Quando a soma das medidas de dois ângulos é igual a 90° , dizemos que os ângulos são **complementares**.

Assim:

- Os ângulos AOB e BOC da figura são **complementares**.
- O ângulo AOB é o complemento do ângulo BOC, e vice-versa.

Ângulos suplementares

Observe na figura os ângulos AOB e BOC.



$$\begin{aligned}\text{med}(\widehat{AOB}) &= 60^\circ \\ \text{med}(\widehat{BOC}) &= 120^\circ \\ \text{med}(\widehat{AOC}) &= \text{med}(\widehat{AOB}) + \text{med}(\widehat{BOC}) \\ 180^\circ &= 60^\circ + 120^\circ\end{aligned}$$

Quando a soma das medidas de dois ângulos é igual a 180° , dizemos que os ângulos são **suplementares**.

Assim, na figura apresentada:

- Os ângulos AOB e BOC são suplementares.
- O ângulo AOB é o suplemento do ângulo BOC, e vice-versa.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Ângulos complementares e ângulos suplementares

Dando continuidade ao estudo sobre ângulos, aqui o objetivo é levar os alunos a reconhecer, representar e relacionar ângulos complementares e ângulos suplementares. Pretende-se, também, que eles calculem a medida do complemento e a medida do suplemento de um ângulo.

Sugere-se que os alunos façam a leitura individual do texto e relatem o que compreenderam. É interessante que alguns alunos sejam convidados para ir ao quadro explicar como calcular a medida do complemento e a medida do suplemento de um ângulo. Estimular a troca de ideias nesse momento.

Depois, apresentar dois ângulos quaisquer no quadro e pedir a eles que verifiquem se os ângulos dados são complementares e/ou suplementares.

Atividades

As atividades deste bloco têm como objetivo levar os alunos a reconhecer, representar, relacionar e calcular a medida de ângulos complementares e a de ângulos suplementares. Para realizar essas atividades, organizar os alunos em duplas, favorecendo a troca de informações entre eles.

Na **atividade 1**, orientar os alunos a encontrar as medidas dos ângulos por cálculo mental nos **itens a** e **b**. Isso porque, trabalhando com as figuras dos ângulos retos e rasos, os alunos terão informações suficientes para encontrar mentalmente as respostas. Assim, por exemplo, no **item a**, o ângulo maior é reto, então mede 90° . Como ele é formado por dois ângulos adjacentes, um de medida 35° e outro de medida x , temos $x = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.

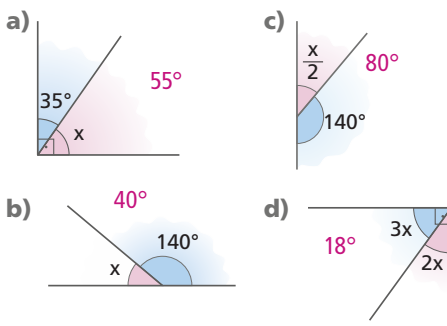
Os alunos podem registrar as respostas encontradas e fazer os cálculos no quadro para validar o cálculo mental.

ATIVIDADES

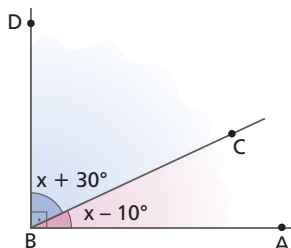
Resoluções
na p. 310

Responda às questões no caderno.

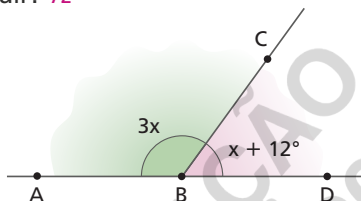
1. Calcule a medida x nos seguintes casos:



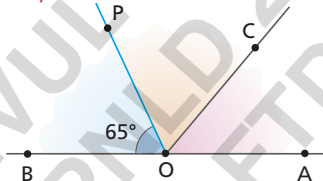
2. Calcule a medida do ângulo CBD na figura: 65°



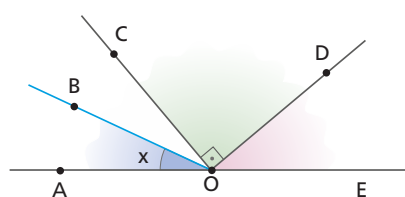
3. Qual é a diferença entre as medidas dos ângulos ABC e CBD da figura a seguir? 72°



4. Na figura, \overline{OP} é bissetriz de \widehat{BOC} . Calcule a medida de \widehat{AOC} .
 $\text{med}(\widehat{AOC}) = 50^\circ$



5. Na figura, \overline{OB} é a bissetriz de \widehat{AOC} e $\text{med}(\widehat{DOE}) = 40^\circ$. Determine a medida de x . 25°



6. Determine a medida do:

- a) complemento do ângulo de 47° . 43°
b) suplemento do ângulo de 119° . 61°
c) complemento do ângulo de 22° . 68°
d) suplemento do ângulo de 67° . 113°

7. Quanto vale a metade do suplemento de um ângulo de 122° ? 29°

8. Qual é o valor do triplo do complemento de um ângulo de 66° ? 72°

9. Dois ângulos são suplementares e o maior deles mede 113° . Quanto mede o ângulo menor? 67°

10. A medida de um ângulo é igual à medida do seu complemento. Quanto mede esse ângulo? 45°

11. O dobro da medida de um ângulo é igual à medida de seu complemento. Qual é a medida desse ângulo? 30°

12. Caio descobriu que o triplo da medida do complemento de um ângulo é igual a 111° . Qual é a medida desse ângulo? 53°

13. O quádruplo da medida do complemento de um ângulo é igual ao dobro da medida do suplemento desse ângulo. Quanto mede esse ângulo? 30°

14. Dois ângulos são suplementares e suas medidas são expressas por $\frac{x}{2} + 25^\circ$ e $2x - 10^\circ$. Qual é o valor de x ? 66°

Retas paralelas e retas concorrentes

Quando duas retas não se cruzam, ou seja, não possuem pontos em comum, são chamadas retas paralelas.

Dizemos que as retas a e b são **retas paralelas**.

Indicamos: $a \parallel b$.

Ao traçarmos, em um plano, duas retas que possuam um ponto em comum, essas retas formam entre si quatro ângulos. Veja:

Quando duas retas se cruzam formando entre si quatro ângulos, essas retas são chamadas de **concorrentes**.

Com a ajuda de um transferidor, medimos os quatro ângulos formados:

$$\text{med}(\widehat{APB}) = 64^\circ$$

$$\text{med}(\widehat{BPD}) = 116^\circ$$

$$\text{med}(\widehat{DPC}) = 64^\circ$$

$$\text{med}(\widehat{CPA}) = 116^\circ$$

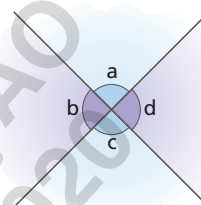
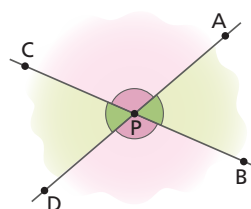
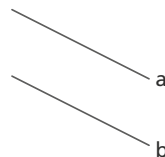
Observe que $\text{med}(\widehat{APB}) = \text{med}(\widehat{DPC}) = 64$ e $\text{med}(\widehat{BPD}) = \text{med}(\widehat{CPA}) = 116^\circ$.

Traçando duas retas concorrentes, também é possível obter quatro ângulos congruentes, ou seja, de mesma medida. Observe:

Utilizando o transferidor, vamos medir o ângulo \hat{a} e o ângulo \hat{d} . Como a medida do ângulo \hat{a} é igual à medida do ângulo \hat{d} , a medida do ângulo \hat{d} é igual à medida do ângulo \hat{b} , temos que cada um dos ângulos obtidos mede 90° .

$$a = b = c = d = 90^\circ$$

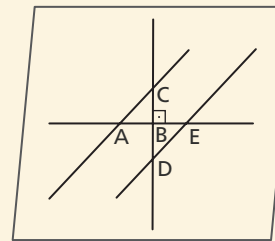
Quando duas retas concorrentes formam entre si quatro ângulos retos, dizemos que as retas são **perpendiculares** e utilizamos o símbolo \perp para representar o perpendicularismo entre elas.



AMPLIANDO

Atividade complementar

1. Desenhar, no quadro de giz, a figura indicada a seguir com quatro retas contidas em um plano.



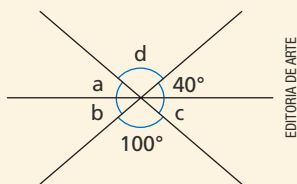
EDITORIA DE ARTE

Pedir aos alunos que nomeiem utilizando dois de seus pontos que estejam destacados na figura:

- um par de retas paralelas;
(Possível resposta: \overleftrightarrow{AC} e \overleftrightarrow{DE} .)
- dois pares de retas concorrentes;
(Possível resposta: \overleftrightarrow{AB} e \overleftrightarrow{CD} ; \overleftrightarrow{DE} e \overleftrightarrow{AE} .)
- um par de retas perpendiculares.
(Possível resposta: \overleftrightarrow{AE} e \overleftrightarrow{DC} .)

Atividade complementar

1. Encontre as medidas a , b , c e d .

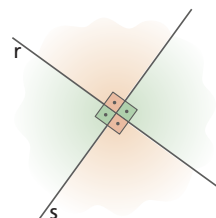


Resolução da atividade

- $d = 100^\circ$ (ângulos opostos pelo vértice)
- $a + d + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow a + 100^\circ + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow a = 40^\circ$
- $b = 40^\circ$ (ângulos opostos pelo vértice)
- $b + 100^\circ + c = 180^\circ \Rightarrow 40^\circ + 100^\circ + c = 180^\circ \Rightarrow c = 40^\circ$

Na figura, r e s formam entre si quatro ângulos retos. Então, $r \perp s$.

→ é perpendicular a



Ângulos opostos pelo vértice

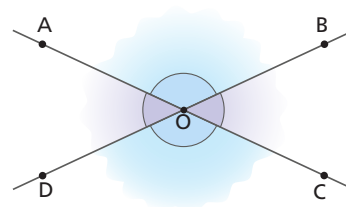
Na figura ao lado, estão destacados os ângulos AOB, BOC, COD e DOA. Nela temos:

- \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OC} são semirretas opostas.
- \overrightarrow{OB} e \overrightarrow{OD} são semirretas opostas.

Portanto, as semirretas OA e OB, que formam os lados de AÔB, são opostas, respectivamente, às semirretas OC e OD, que formam os lados de CÔD.

Nesse caso, podemos afirmar também que os lados de AÔB são formados pelos prolongamentos dos lados de CÔD, e vice-versa.

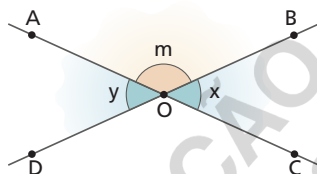
A esses dois ângulos (AOB e COD) damos o nome de **ângulos opostos pelo vértice**. Observando a figura, verificamos que AÔD e BÔC também são opostos pelo vértice.



Dois ângulos são chamados **opostos pelo vértice** (abreviamos o.p.v.) quando os lados de um forem prolongamentos dos lados do outro, e vice-versa.

Uma propriedade importante dos ângulos o.p.v.

Na figura, AÔD e BÔC são opostos pelo vértice.

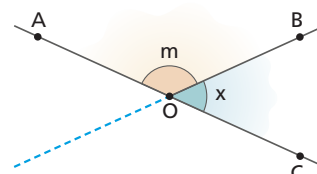
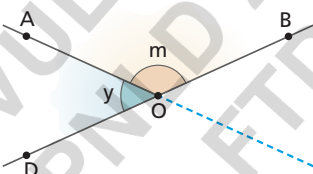


Indicando por:

- $x = \text{med}(\widehat{BOC})$
- $y = \text{med}(\widehat{AOD})$
- $m = \text{med}(\widehat{AOB})$

- Como AÔB e AÔD são adjacentes suplementares:
 $m + y = 180^\circ$ ①

- Como AÔB e BÔC são adjacentes suplementares:
 $m + x = 180^\circ$ ②



Atividades

As atividades deste bloco exploram as definições de retas paralelas, concorrentes e perpendiculares, bem como o conceito e a propriedade de ângulos opostos pelo vértice.

No estudo com ângulos, verificar as dificuldades que os alunos ainda apresentam em relação à resolução de equações, instrumento para obter as medidas de ângulos desconhecidos usando as propriedades estudadas sobre esse tema. Desenvolver resoluções coletivas, propondo a alguns alunos que façam seus registros no quadro, enquanto o restante da sala descreve o que é exposto.

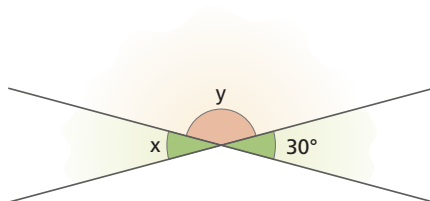
A **atividade 2** é resolvida por meio de uma equação do 1º grau. Se julgar necessário, retomar como é feita a resolução de uma equação do 1º grau.

- Comparando ① e ②, temos:

$$\begin{cases} m + y = 180^\circ \\ m + x = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow m + y = m + x \Rightarrow y = x$$

Vejamos algumas aplicações dessa propriedade:

- Determinar os valores de x e y na figura seguinte:



$$x = 30^\circ \rightarrow \text{ângulos o.p.v.}$$

Dois ângulos opostos pelo vértice são **congruentes**, ou seja, têm a mesma medida.

$$y + 30^\circ = 180^\circ \rightarrow \text{ângulos adjacentes suplementares}$$

$$y = 180^\circ - 30^\circ$$

$$y = 150^\circ$$

- Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas, em graus, expressas por $x + 50^\circ$ e $2x - 30^\circ$. Qual é o valor de x ?

$$x + 50^\circ = 2x - 30^\circ \rightarrow \text{ângulos o.p.v.}$$

$$x - 2x = -30^\circ - 50^\circ$$

$$-x = -80^\circ$$

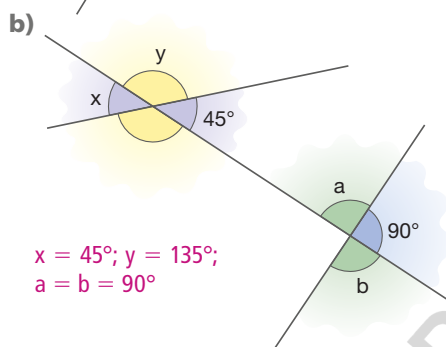
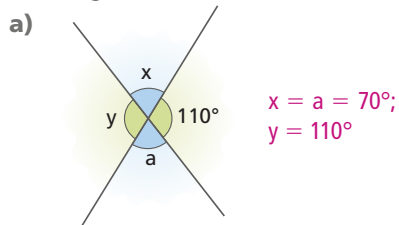
$$x = 80^\circ$$

ATIVIDADES

Resoluções na p. 310

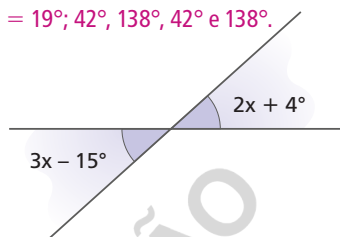
Responda às questões no caderno.

- Determine os valores de x e y , a e b em cada figura:

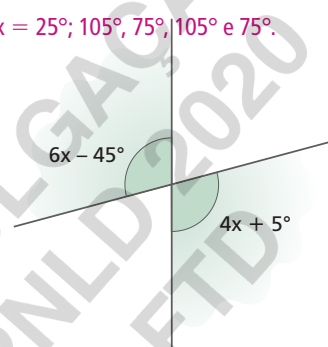


- Calcule o valor de x e a medida dos ângulos a seguir.

a) $x = 19^\circ$; 42° , 138° , 42° e 138° .



b) $x = 25^\circ$; 105° , 75° , 105° e 75° .



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Retas paralelas cortadas por uma transversal

Nesta página o objetivo é que os alunos identifiquem e estabeleçam relações entre ângulos formados por duas retas cortadas por uma transversal. Inicialmente, são apresentadas duas retas quaisquer cortadas por uma transversal para identificar os ângulos correspondentes.

Nas páginas seguintes, serão apresentadas as relações entre os ângulos formados por duas retas cortadas por uma transversal: ângulos correspondentes, ângulos alternos e ângulos colaterais.

Pense e responda

O objetivo desta seção é levar os alunos a identificar a posição de ângulos nas diferentes regiões formadas por duas retas cortadas por uma terceira, transversal às duas primeiras.

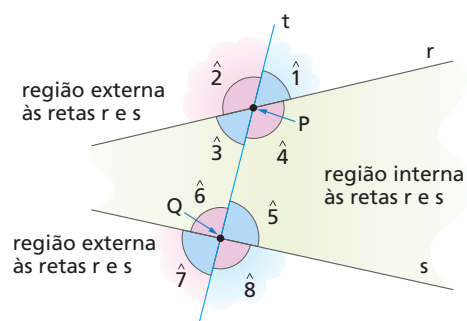
Retas paralelas cortadas por uma transversal

A figura nos mostra três retas (t , r e s), todas pertencentes a um mesmo plano. A reta t corta a reta r no ponto P , e a reta s , no ponto Q .

Observe que a reta t forma com as retas r e s oito ângulos, sendo quatro com vértices em P e quatro com vértices em Q .

Para facilitar a visualização, vamos indicar esses oito ângulos numerando-os. Veja na figura. Assim:

- ângulos com vértices em $P \rightarrow \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}$ e $\hat{4}$
- ângulos com vértices em $Q \rightarrow \hat{5}, \hat{6}, \hat{7}$ e $\hat{8}$



PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 311

1. Observando a figura anterior, indique no caderno:

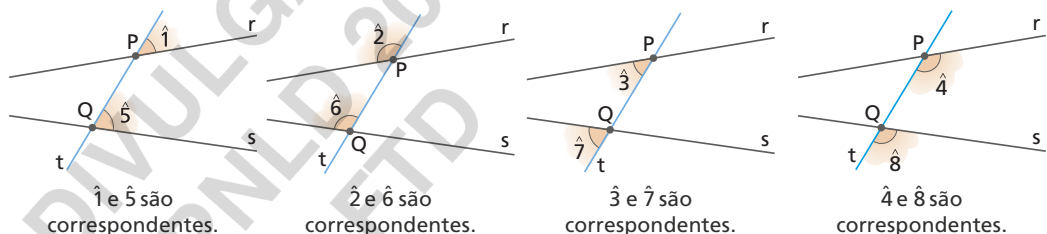
- os quatro ângulos que pertencem à região interna às retas r e s . **$\hat{3}, \hat{4}, \hat{5}$ e $\hat{6}$.**
- os quatro ângulos que pertencem à região externa às retas r e s . **$\hat{1}, \hat{2}, \hat{7}$ e $\hat{8}$.**
- os ângulos que estão do mesmo lado em relação à reta t . **$\hat{1}, \hat{4}, \hat{5}$ e $\hat{8}; \hat{2}, \hat{3}, \hat{6}$ e $\hat{7}$.**
- os pares de ângulos, um na região externa com vértice em P e o outro na região interna com vértice em Q . **$\hat{1}$ e $\hat{5}; \hat{2}$ e $\hat{6}; \hat{3}$ e $\hat{7}; \hat{4}$ e $\hat{8}$.**
- os pares de ângulos, um na região interna com vértice em P e o outro na região externa com vértice em Q . **$\hat{3}$ e $\hat{7}; \hat{4}$ e $\hat{8}; \hat{5}$ e $\hat{8}; \hat{6}$ e $\hat{7}$.**

A reta t , concorrente à reta r no ponto P e concorrente à reta s no ponto Q , é chamada de reta transversal a r e s .

Vamos conhecer algumas relações importantes entre os ângulos formados por essas retas.

Ângulos correspondentes

Ângulos correspondentes são pares de ângulos não adjacentes, situados em um mesmo lado da reta transversal t , um na região interna e o outro na região externa às retas r e s .



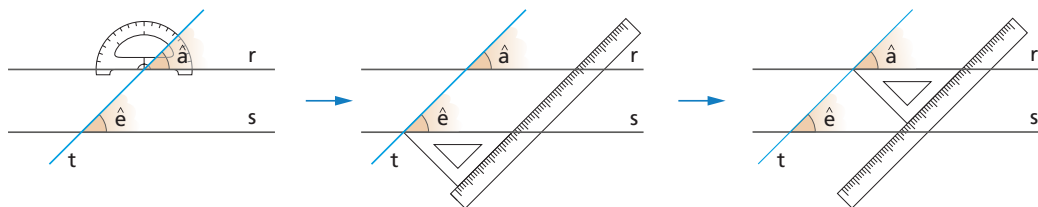
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Ângulos correspondentes e ângulos alternos

Esta página apresenta os ângulos correspondentes e os ângulos alternos (internos e externos). No caso dos ângulos correspondentes, verifica-se que eles são também congruentes se as retas cortadas pela transversal forem paralelas.

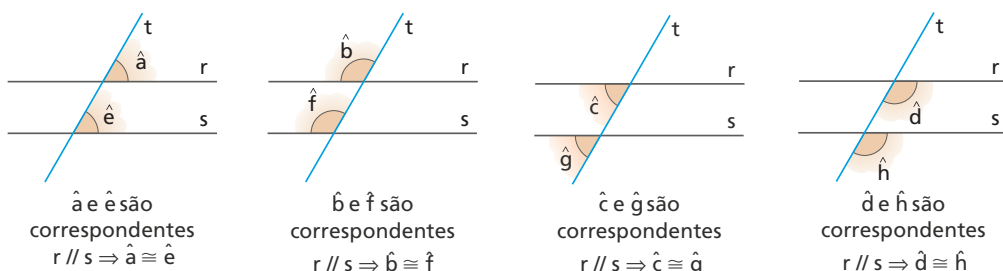
Com base na leitura do livro, explorar o significado dos termos “correspondentes”, “alternos internos” e “alternos externos”, para auxiliar a localização desses ângulos nas imagens destas páginas.

Podemos verificar de forma prática que, se dois ângulos correspondentes forem congruentes, então as retas r e s serão paralelas (indica-se: $r \parallel s$). Para isso, tomemos os ângulos correspondentes \hat{a} e \hat{e} , de mesma medida, e verifiquemos o que ocorre com as retas r e s .



Se a reta transversal corta duas retas determinando ângulos correspondentes congruentes, então essas retas são paralelas ($\hat{a} \cong \hat{e} \Rightarrow r \parallel s$).

A recíproca também é verdadeira: duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal determinam ângulos **correspondentes congruentes**.

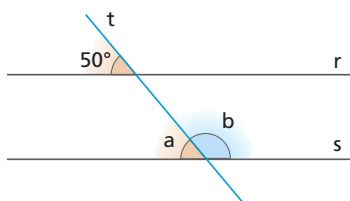


Usaremos essa propriedade para resolver a situação a seguir.

- 1 Na figura, temos $r \parallel s$. Vamos determinar as medidas a e b .

Como $r \parallel s$, temos:

$a = 50^\circ$ (ângulos correspondentes)



Como a e b são suplementares, temos:

$$a + b = 180^\circ$$

$$50^\circ + b = 180^\circ$$

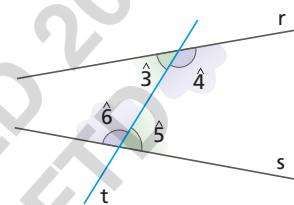
$$b = 130^\circ$$

$$\text{Então, } a = 50^\circ \text{ e } b = 130^\circ.$$

Ângulos alternos

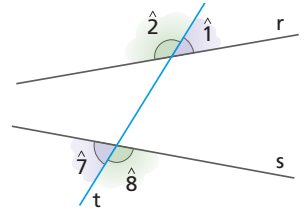
Ângulos alternos são pares de ângulos não adjacentes que estão em lados opostos em relação à reta transversal.

- $\hat{3}$ e $\hat{5}$ estão em lados opostos em relação à reta transversal t e na região determinada entre as retas r e s (região interna).
- $\hat{3}$ e $\hat{5}$ são ângulos **alternos internos**.
- $\hat{4}$ e $\hat{6}$ estão em lados opostos em relação à reta transversal t e na região determinada entre as retas r e s .
- $\hat{4}$ e $\hat{6}$ são ângulos **alternos internos**.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

- $\hat{1}$ e $\hat{7}$ estão em lados opostos em relação à reta transversal t e na região externa às retas r e s .
 $\hat{1}$ e $\hat{7}$ são ângulos **alternos externos**.
- $\hat{2}$ e $\hat{8}$ estão em lados opostos em relação à reta transversal t e na região externa às retas r e s .
 $\hat{2}$ e $\hat{8}$ são ângulos **alternos externos**.



PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 311

Vamos fazer investigações utilizando o GeoGebra. Depois, responda às questões no caderno.

1. Com a ferramenta **Reta** trace uma reta qualquer e com a ferramenta **Reta Paralela** trace uma reta paralela à primeira. Em seguida, usando novamente a ferramenta **Reta** trace uma reta transversal às duas primeiras.

Por último, com a ferramenta **Ângulo** marque e meça os pares de ângulos alternos internos.

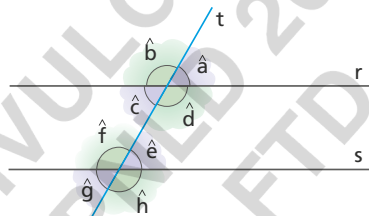
1. a) Os ângulos alternos internos são congruentes.
a) Comparando as medidas dos ângulos alternos internos, o que é possível verificar?
b) Faça a mesma investigação para os ângulos alternos externos. O que é possível observar? Os ângulos alternos externos são congruentes.
c) Mova a reta transversal de tal forma que os ângulos determinados se alterem. As conclusões anteriormente observadas se mantiveram?

2. Faça o mesmo experimento, mas dessa vez as duas primeiras retas construídas não devem ser paralelas. O que observamos na atividade anterior pode ser verificado nesta? Não. Quando as retas não são paralelas, os ângulos alternos internos não são congruentes, assim como os alternos externos também não o são.

Em nossa investigação pudemos observar uma propriedade da Geometria:

Duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal determinam ângulos **alternos congruentes (internos ou externos)**.

Assim:

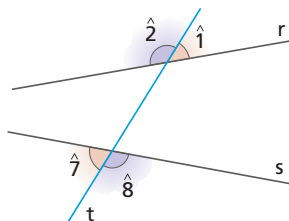
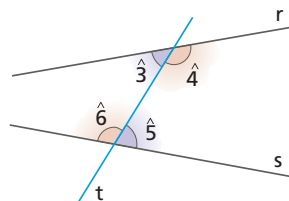


$$r \parallel s \Rightarrow \begin{cases} \hat{c} \cong \hat{e} \\ \hat{d} \cong \hat{f} \end{cases} \text{ alternos internos} \\ \begin{cases} \hat{a} \cong \hat{g} \\ \hat{b} \cong \hat{h} \end{cases} \text{ alternos externos}$$

Ângulos colaterais

Ângulos colaterais são pares de ângulos não adjacentes localizados no mesmo lado da reta transversal.

- $\hat{3}$ e $\hat{6}$ estão no mesmo lado em relação à reta transversal t e na região interna às retas r e s .
 $\hat{3}$ e $\hat{6}$ são ângulos **colaterais internos**.
- $\hat{4}$ e $\hat{5}$ estão no mesmo lado em relação à reta transversal t e na região interna às retas r e s .
 $\hat{4}$ e $\hat{5}$ são ângulos **colaterais internos**.
- $\hat{1}$ e $\hat{8}$ estão no mesmo lado em relação à reta transversal t e na região externa às retas r e s .
 $\hat{1}$ e $\hat{8}$ são ângulos **colaterais externos**.
- $\hat{2}$ e $\hat{7}$ estão no mesmo lado em relação à reta transversal t e na região externa às retas r e s .
 $\hat{2}$ e $\hat{7}$ são ângulos **colaterais externos**.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Ângulos colaterais

Após apresentar aos alunos o que são ângulos colaterais, solicitar a eles que tracem no caderno duas retas paralelas cortadas por uma transversal e que meçam os oito ângulos formados. Em seguida, pedir que identifiquem:

- quais são os pares de ângulos correspondentes e verifiquem se esses pares têm medidas iguais;
- quais são os pares de ângulos alternos internos e os pares de ângulos alternos externos e verifiquem se cada par é formado por ângulos congruentes;
- quais são os pares de ângulos colaterais internos e os pares de ângulos colaterais externos e verifiquem se cada par é formado por ângulos suplementares.

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 311

Vamos fazer novas investigações com o uso do GeoGebra. Depois, responda às questões no caderno.

- 1.** Com a ferramenta **Reta** trace uma reta qualquer e com a ferramenta **Reta Paralela** trace uma reta paralela à primeira. Em seguida, usando novamente a ferramenta **Reta** trace uma reta transversal às duas primeiras.

Por último, com a ferramenta **Ângulo** marque e meça os pares de ângulos colaterais internos.

- a)** Obtenha a soma das medidas de um dos pares dos ângulos colaterais internos. Qual o valor obtido? Faça o mesmo para o outro par. O que podemos observar?
- b)** Faça a mesma investigação para os ângulos colaterais externos. O que é possível observar? **A soma dos pares de ângulos colaterais externos também é 180°.**
- c)** Mova a reta transversal de tal forma que os ângulos determinados se alterem. As conclusões anteriormente observadas se mantiveram? **Sim. Todas as somas continuam iguais a 180°.**

- 2.** Faça o mesmo experimento, mas dessa vez as duas primeiras retas construídas não devem ser paralelas. O que observamos na atividade anterior pode ser observado nessa? **Não. Quando as retas não são paralelas, as somas não são 180°.**

FOTOS: GEOGEBRA 2018

Em nossa investigação, pudemos observar outra propriedade da Geometria:

Duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal determinam **ângulos colaterais (internos ou externos) suplementares**.

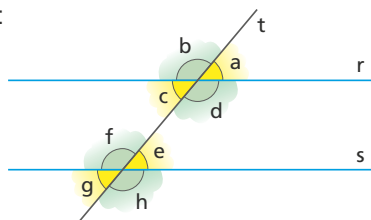
Atividades

Este bloco de atividades explora todas as relações entre ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Pedir aos alunos que se organizem em duplas, orientando-os a utilizar o livro para encontrar as informações necessárias para nomear os pares de ângulos envolvidos nas atividades. O trabalho em duplas propicia melhores condições de realizar a pesquisa no livro e refletir sobre as classificações apresentadas.

Reforçar a ideia de que as relações estabelecidas entre dois ângulos correspondentes (congruentes), alternos internos ou externos (congruentes em cada caso) e colaterais internos ou externos (suplementares em cada caso) são válidas somente quando as retas cortadas pela transversal são paralelas.

Em cada atividade, insistir para que os alunos justifiquem a relação estabelecida pela identificação dos ângulos.

Assim:



$$r \parallel s \Rightarrow \begin{cases} c + f = 180^\circ \\ d + e = 180^\circ \end{cases} \text{ colaterais internos}$$

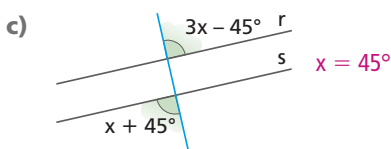
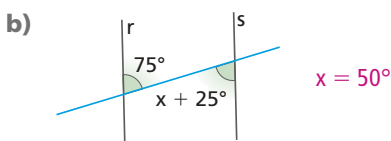
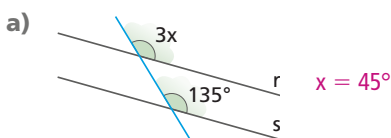
$$\begin{cases} a + h = 180^\circ \\ b + g = 180^\circ \end{cases} \text{ colaterais externos}$$

ATIVIDADES

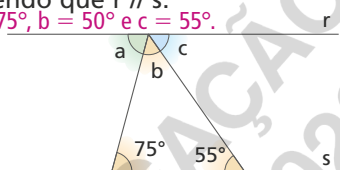
Resoluções na p. 311

Responda às questões no caderno.

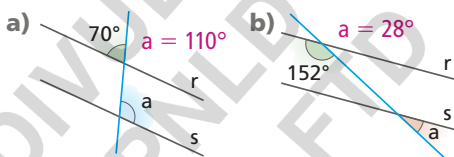
1. Nas figuras a seguir, determine o valor de x , sabendo que $r \parallel s$.



2. Determine o valor de a , b e c na figura, sabendo que $r \parallel s$.
 $a = 75^\circ$, $b = 50^\circ$ e $c = 55^\circ$.

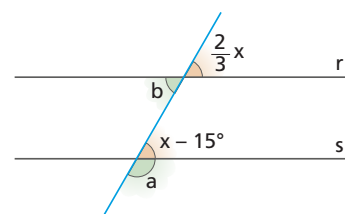


3. Nas figuras a seguir, determine o valor de a , sendo $r \parallel s$.

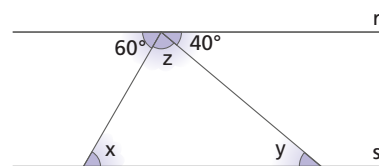


4. Duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal formam dois ângulos correspondentes, representados em graus por $5x + 20^\circ$ e $2x + 50^\circ$. Determine o valor de x . $x = 10^\circ$

5. Determine os valores de a e b , na figura, sendo $r \parallel s$. $a = 150^\circ$ e $b = 30^\circ$.

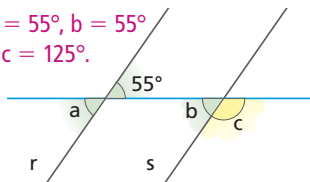


6. Nesta figura, $r \parallel s$. Calcule o valor de $x + y + z$. 180°



7. Nas figuras a seguir, determine os valores de a , b e c , sendo $r \parallel s$.

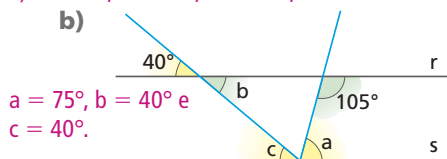
- a) $a = 55^\circ$, $b = 55^\circ$
 $e c = 125^\circ$.



8. a) $a = 120^\circ$, $b = 60^\circ$, $c = 70^\circ$, $d = 50^\circ$ e $e = 50^\circ$.

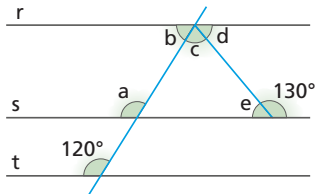
b) $a = 45^\circ$, $b = 60^\circ$, $c = 135^\circ$, $d = 75^\circ$ e $e = 75^\circ$.

b)

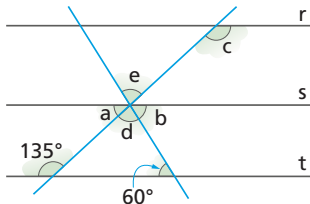


8. Nas figuras a seguir, $r \parallel s \parallel t$. Determine as medidas desconhecidas indicadas.

a)



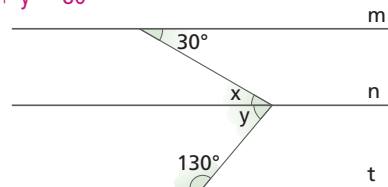
b)



9. Um dos ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal mede 55° . Determine as medidas dos oito ângulos formados entre essas retas paralelas e a reta transversal. 55° , 55° , 55° , 55° , 125° , 125° , 125° e 125° .

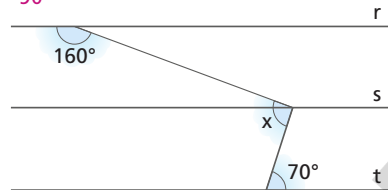
10. Sabendo que $m \parallel n \parallel t$, determine a medida $x + y$ na figura.

$x + y = 80^\circ$



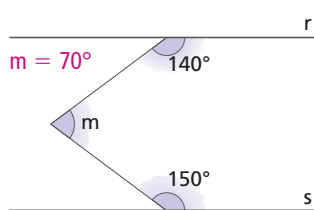
11. Na figura a seguir, $r \parallel s \parallel t$. Nessas condições, determine a medida x .

$x = 90^\circ$

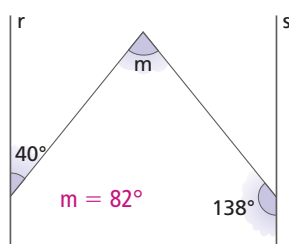


12. Nas duas figuras seguintes, $r \parallel s$. Determine a medida m .

a)



b)

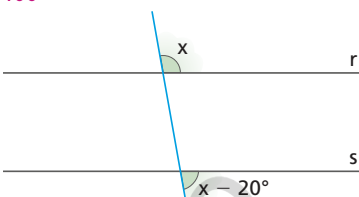


13. Duas retas, r e s , cortadas por uma reta transversal t , formam ângulos alternos internos expressos em graus por $2m + 30^\circ$ e $3m - 20^\circ$. Calcule m de modo que as retas r e s sejam paralelas.

$m = 50^\circ$

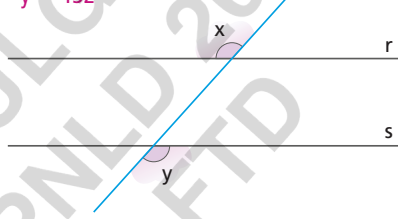
14. Calcule o valor de x na figura, sabendo que $r \parallel s$.

$x = 100^\circ$



15. Na figura seguinte, a soma das medidas dos ângulos agudos é 192° . Sendo $r \parallel s$, calcule os valores de x e y .

$x = y = 132^\circ$



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Pense e responda

As atividades propostas nesta seção têm como objetivo levar os alunos a reconhecerem quando três segmentos de reta podem ou não formar um triângulo, criando condições para que eles compreendam a propriedade da condição de existência de um triângulo.

É fundamental que eles manipulem (de preferência em grupos) materiais como canudos, tiras de papelão, ripas de madeira ou outros similares para executar as atividades propostas. Se necessário, utilizar outras medidas além das sugeridas no livro. Eles devem perceber a impossibilidade de construir triângulos em alguns casos. Com base nas observações dos alunos, pode-se chegar à propriedade da condição de existência de um triângulo.

CAPÍTULO 3 TRIÂNGULOS

Condição de existência de um triângulo

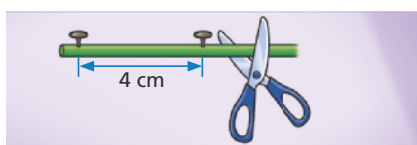
Veja no material audiovisual o vídeo sobre a construção de triângulos.

PENSE E RESPONDA

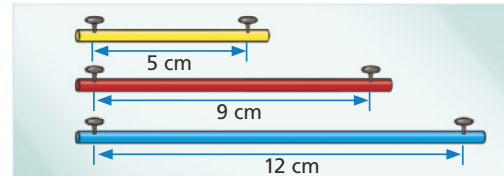
Resoluções na p. 312

Dadas as medidas de três segmentos, será que é sempre possível construir um triângulo? Para responder a essa pergunta, vamos realizar o experimento a seguir. Você vai precisar de régua, percevejos, placa de isopor, canudos de refresco e tesoura com pontas arredondadas.

1º passo: Corte um canudo com um pouco a mais de 4 cm.



2º passo: Faça o mesmo com os outros três canudos para as distâncias de 5 cm, 9 cm e 12 cm.



3º passo: Com esses canudos, represente um triângulo.

Tente fazer o mesmo com os canudos de:

- a) 4 cm, 9 cm e 12 cm (a medida do maior lado é menor do que a soma das medidas dos outros dois lados);
- b) 4 cm, 5 cm e 9 cm (a medida do maior lado é igual à soma das medidas dos outros dois lados);
- c) 4 cm, 5 cm e 12 cm (a medida do maior lado é maior do que a soma das medidas dos outros dois lados).

Houve casos em que não foi possível formar um triângulo? Quais? **Sim; nos itens b e c.**

De modo geral temos que:

Em qualquer triângulo, a medida de qualquer lado deve ser sempre **menor** que a soma dos outros dois lados.

NO AUDIOVISUAL

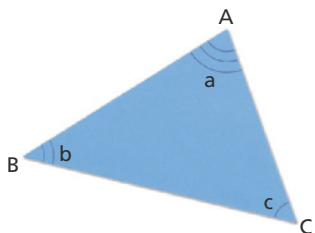
Um dos materiais audiovisuais disponíveis nesta coleção é um vídeo sobre construção de triângulos. Nesse vídeo, aborda-se a condição de existência de um triângulo e diferentes maneiras de representá-lo usando material concreto.

🌀 Soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo

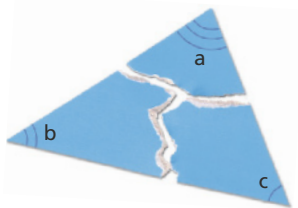
Vamos fazer uma experiência para apresentar uma importante relação entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo.

Nessa experiência, consideramos o triângulo ABC, sendo a , b e c as medidas de seus ângulos internos. Siga os passos:

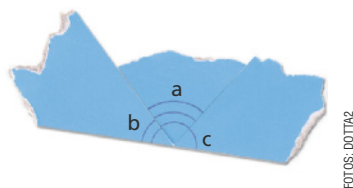
- 1** Recorte em cartolina um triângulo de qualquer tamanho e indique os ângulos internos, assim:



- 2** Separe o triângulo em três partes, cada uma contendo um dos ângulos do triângulo.



- 3** Junte os três ângulos do triângulo, fazendo coincidir seus vértices, como na figura.



FOTOS: DOTTAE

Você pode notar que se formou um ângulo de meia-volta, cuja medida é 180° .

Assim, $a + b + c = 180^\circ$.

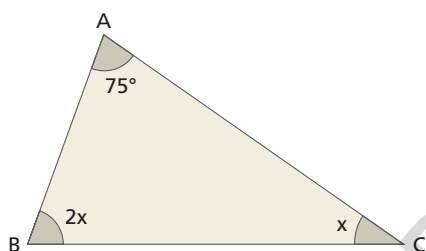
Se você repetir a experiência com outros triângulos, verá que a soma das medidas dos seus ângulos internos será sempre 180° .

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .

A seguir, veja uma situação em que podemos aplicar essa relação.

- 1** Calcular a medida x indicada na figura.

Como 75° , x e $2x$ são as medidas dos ângulos internos do $\triangle ABC$, temos:



$$\begin{aligned} 75^\circ + x + 2x &= 180^\circ \\ 3x &= 180^\circ - 75^\circ \\ 3x &= 105^\circ \\ x &= \frac{105^\circ}{3} \Rightarrow x = 35^\circ \end{aligned}$$

EDITORIA DE ARTE

Para quem quer mais

Esta seção visa levar os alunos a verificar experimentalmente a rigidez na estrutura do triângulo. Realizar uma reflexão sobre a utilização dos triângulos no cotidiano, mais especificamente na área da construção civil (reforço e estabilidade de estruturas).

Pedir aos alunos que pesquise exemplos do uso de triângulos como parte da estrutura de pontes, estádios e guindastes. Essas estruturas têm como principal característica suportar determinada carga. Discutir com eles o porquê de se usarem triângulos nessas estruturas.

a) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que o quadrilátero pode assumir diferentes formas quando empurrado, ou seja, a figura sofre uma deformação.

b) Espera-se que os alunos percebam que, mesmo podendo assumir diferentes formas, a medida dos lados do quadrilátero não é alterada em nenhum momento.

● PARA QUEM QUER MAIS

Rigidez na estrutura dos triângulos

No dia a dia, é possível observar a presença de figuras que lembram triângulo em muitas construções. Ele faz parte da estrutura de pontes e telhados, por exemplo, e seu uso pode ser explicado porque é uma figura rígida.

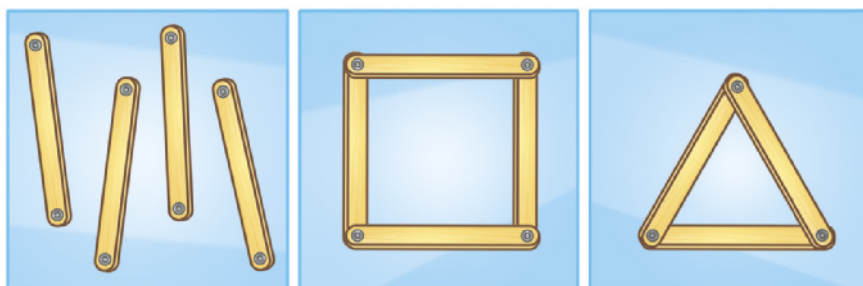
Para entender melhor a rigidez na estrutura dos triângulos, é possível construir, utilizando materiais simples, duas figuras diferentes: um triângulo e um quadrilátero.

Para isso, você vai precisar de:

- 7 palitos de sorvete
- 7 percevejos ou tachinhas

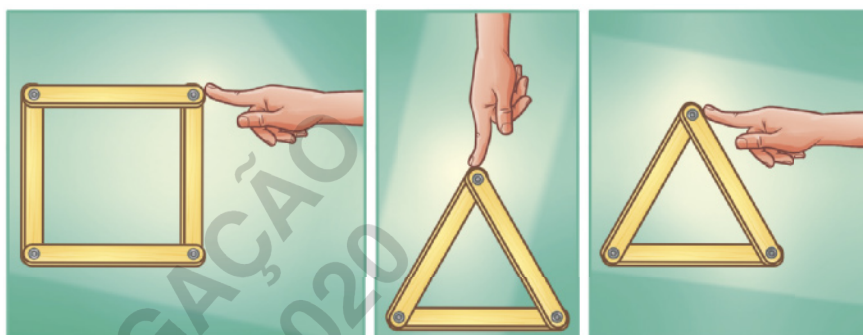
Comece construindo um quadrilátero. Utilize 4 tachinhas para prender 4 palitos de sorvete de modo que obtenha um quadrilátero como a seguir.

Reserve o quadrilátero. Depois, usando os outros palitos e as tachinhas, construa um triângulo.



Agora, procure apoiar o quadrilátero sobre uma mesa ou uma superfície lisa; depois, empurre um dos vértices superiores, conforme a imagem a seguir.

Repita o mesmo procedimento com o triângulo.



ILUSTRAÇÕES: MARCEL BORGES

Agora, responda no caderno:

- O que aconteceu quando você empurrou um dos vértices do quadrilátero?
- A medida dos lados do quadrilátero se mantém, mesmo quando empurramos um dos lados?
- A forma do triângulo mudou quando você empurrou um dos vértices?

c) Espera-se que os alunos percebam que o triângulo não muda o seu formato, independentemente do lado que é empurrado.

1. Sim, pois $130 \text{ cm} < 92 \text{ cm} + 51 \text{ cm}$, $92 \text{ cm} < 130 \text{ cm} + 51 \text{ cm}$ e $51 \text{ cm} < 130 \text{ cm} + 92 \text{ cm}$.

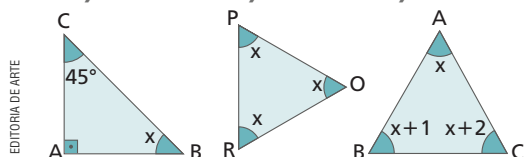
Responda às questões no caderno.

1. Caio pretende construir um triângulo usando três varetas de madeira cujos comprimentos são 130 cm, 92 cm e 51 cm. É possível construir tal triângulo?
2. Em um triângulo, o lado maior tem 35 cm, e um dos dois lados menores mede 21 cm. Qual a medida inteira mínima que o terceiro lado deve ter? 15 cm
3. Os dois lados menores de um triângulo medem 22 cm e 37 cm. Qual a medida inteira máxima que o maior lado desse triângulo deve ter? 58 cm
4. Determine o valor de x nos triângulos a seguir.

a) $x = 45^\circ$

b) $x = 60^\circ$

c) $x = 59^\circ$



5. Dois ângulos internos de certo triângulo medem 73° e 59° . Qual é a medida do terceiro ângulo interno desse triângulo? 48°
6. Um triângulo tem dois ângulos internos congruentes. O terceiro ângulo mede 68° . Qual é a medida dos ângulos congruentes? 56°
7. (UECE) Se as medidas, em graus, dos ângulos internos de um triângulo são, respectivamente, $3x$, $x + 15$ e $75 - x$, então esse triângulo é: Alternativa c.
 - a) escaleno.
 - b) retângulo e não isósceles.
 - c) retângulo e isósceles.
 - d) isósceles e não retângulo.
8. (UFAM) Os ângulos de um triângulo medidos em graus são: $3x - 36$; $2x + 10$ e $x + 20$. O maior ângulo mede: Alternativa a.
 - a) 72°
 - b) 57°
 - c) 51°
 - d) 90°
 - e) 86°

DESAFIO

9. Em uma região plana, deseja-se construir uma estrada para interligar outras duas estradas retilíneas. Duas dessas estradas têm origem na cidade e a que deverá ser construída estará ligando o km 32 da BR-1 com o km 55 da BR-2, como mostra a ilustração seguinte. Sabendo que essa ligação terá um número inteiro de quilômetros, quais as medidas, mínima e máxima, que ela poderá ter?

Mínima: 24 km;
máxima: 86 km.



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

As atividades propostas neste bloco exploram a condição de existência de um triângulo, as propriedades estudadas para os ângulos internos de um triângulo e a resolução de problemas com o conhecimento adquirido.

Na atividade 2, discutir com os alunos o significado de "medida inteira mínima". Deixá-los expor oralmente o que entenderam. Fazer perguntas como:

- O que é uma medida inteira? Resposta esperada: É a medida expressa por um número inteiro.
- O que significa medida mínima do terceiro lado? Resposta esperada: O menor valor possível que o comprimento do terceiro lado pode ter.

Resposta esperada: O menor valor possível que o comprimento do terceiro lado pode ter.

Desafio

O desafio proposto na atividade 9 consiste em apresentar aos alunos uma dupla desigualdade. Eles terão de trabalhar simultaneamente com a condição de medida mínima e medida máxima do lado de um triângulo. Para isso, se julgar necessário, retomar a definição dada na página 182.

O enunciado já apresenta a medida de dois dos lados do triângulo: 32 km e 55 km. Sendo assim, a medida do terceiro lado deve ser menor que a soma das medidas dos lados conhecidos ($32 \text{ km} + 55 \text{ km}$) e maior que o valor absoluto da diferença entre essas medidas ($|32 \text{ km} - 55 \text{ km}|$). Vamos chamar de x a medida do lado desconhecido desse triângulo. Assim:

$$x < 32 + 55 \text{ e } x > |32 - 55|$$

Portanto, $x < 87$ e $x > 23$.

Como a medida desconhecida deve ser um número inteiro de quilômetros, então as medidas mínima e máxima são 24 km e 86 km, respectivamente.

Medidas dos ângulos internos de um polígono regular

Pedir aos alunos que complementem o raciocínio apresentado no quadro a fim de obter a soma dos ângulos internos e a medida do ângulo interno para os polígonos regulares octógono (8 lados) e eneágono (9 lados).

• Octógono:
O polígono regular tem 8 lados. Assim, é possível dividir o octógono regular em $(8 - 2)$ triângulos, ou seja, em 6 triângulos. Logo, a soma das medidas dos ângulos internos do octógono regular é dada por:

$S_i = 6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ$
 $a_i = 1080^\circ : 8 = 135^\circ$

• Eneágono:
O polígono regular tem 9 lados. Assim, é possível dividir o eneágono regular em $(9 - 2)$ triângulos, ou seja, em 7 triângulos. Logo, a soma das medidas dos ângulos internos do eneágono regular é dada por:

$S_i = 7 \cdot 180^\circ = 1260^\circ$
 $a_i = 1260^\circ : 9 = 140^\circ$

Mostrar que, quando os números de lados de dois polígonos diferem de 1 unidade, as somas das medidas de seus ângulos internos diferem de 180° .

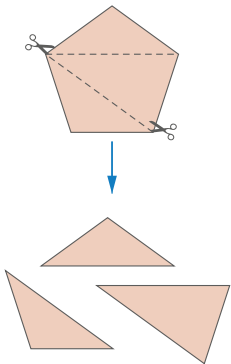


POLÍGONOS REGULARES

Veja no material audiovisual o vídeo sobre ângulos internos de triângulos e de polígonos regulares.

Medidas dos ângulos internos de um polígono regular

Sabemos que os polígonos regulares possuem todos os ângulos com a mesma medida. Por conta disso, podemos determinar a medida desses ângulos sem a necessidade de medir com um transferidor. Para isso, primeiramente, determinaremos a soma das medidas dos ângulos internos (S_i) do polígono.



Para determinar essa soma, decompomos o polígono em triângulos, uma vez que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo já é conhecida e igual a 180° . Fazemos isso traçando as diagonais que partem de um único vértice do polígono.

Observe que, traçando duas diagonais, decompomos um pentágono em três triângulos.

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° , o valor da soma dos ângulos internos de um pentágono é 540° ($3 \cdot 180^\circ$).

O quadro seguinte vai nos ajudar a ver que esse procedimento pode ser utilizado para os demais polígonos convexos (regulares e não regulares).

Nome	Polígono	Soma das medidas dos ângulos internos (S_i)
Quadrado		cada triângulo $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$
Pentágono regular		cada triângulo $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$
Hexágono regular		cada triângulo $4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$
Heptágono regular		cada triângulo $5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$

NO AUDIOVISUAL
Um dos materiais audiovisuais disponíveis nesta coleção é um vídeo sobre ângulos internos de triângulos e de polígonos regulares. Nesse vídeo, aborda-se a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo e como essa propriedade permite determinar a soma das medidas dos ângulos internos de outros polígonos, bem como a medida de ângulos internos de polígonos regulares.

Ângulos externos

Se achar conveniente, propor aos alunos que estudem a possibilidade de ladrilhamento do plano compondo dois polígonos regulares, por exemplo, triângulos equiláteros e quadrados. Eles podem usar um *software* de geometria dinâmica, como o Geogebra, para fazer essa investigação.

Uma vez determinada a soma dos ângulos internos do polígono regular, basta dividi-la pela quantidade de ângulos internos do polígono. Para o caso do pentágono, chamando de x a medida de um ângulo interno, temos:

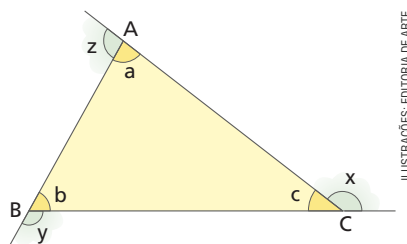
$$x = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ, \text{ ou seja, a medida de cada ângulo interno do pentágono regular é } 108^\circ.$$

Ângulos externos

Os **ângulos externos** são aqueles formados por um lado do polígono e pelo prolongamento de um lado consecutivo a ele. Um ângulo interno e seu ângulo externo correspondente são adjacentes e suplementares. Vamos ver esses ângulos em um triângulo.

- a, b, c são as medidas dos ângulos internos;
- x, y, z são as medidas dos ângulos externos.

Os ângulos a e z são adjacentes suplementares. O mesmo ocorre com os ângulos b e y e com os ângulos c e x .

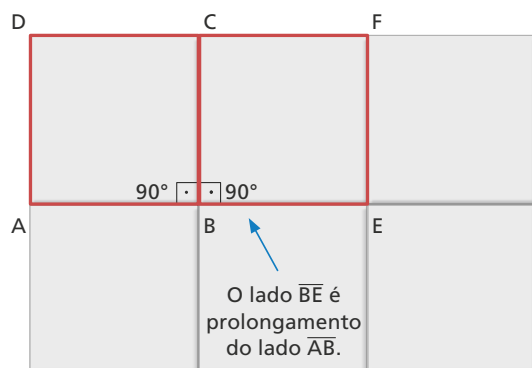


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Podemos observar essa relação entre os ângulos na prática, ao vermos um ladrilhamento como o seguinte.

O lado \overline{BE} é prolongamento do lado \overline{AB} , ou seja, o ângulo CBE é um ângulo externo do quadrado $ABCD$. No entanto, o ângulo CBE é também um ângulo interno do quadrado $BEFC$, ou seja, sua medida é 90° .

Como o ângulo ABC é ângulo interno do quadrado $ABCD$ e sua medida é igual a 90° , os ângulos ABC e CBE são suplementares.



ATIVIDADES

Resoluções
na p. 312

Responda às questões no caderno.

1. Em um polígono regular de n lados, ao traçar as diagonais que partem de um único vértice, obtemos $(n - 2)$ triângulos. Se em um polígono obtivemos 6 triângulos, responda:
 - a) Qual é e quantos lados tem esse polígono? **Octógono; 8 lados.**
 - b) Qual é a medida de seu ângulo interno e externo? **Interno 135° e externo 45° .**
2. Qual o polígono regular cuja soma das medidas dos ângulos internos é 1620° ? **Undecágono.**
3. Como se chama o polígono regular cuja medida do ângulo interno é 150° ? **Dodecágono.**

Circunferência

Para refletir sobre a relação entre o raio e o diâmetro de uma circunferência, propor aos alunos que desenhem a representação de uma circunferência com o auxílio de um barbante, de acordo com os passos a seguir.

- Amarrar um lápis em uma extremidade de um barbante e, na outra extremidade, a 8 cm de distância, amarrar um pequeno prego ou percevejo.
- Espetar o prego ou percevejo em uma folha de papel branco afixado em uma placa de isopor ou papelão.
- Esticar o barbante e deslizar a ponta do lápis na folha de papel, traçando uma circunferência.

Sugerir aos alunos que repitam várias vezes a mesma ação usando barbantes de comprimentos diferentes. Depois, pedir a eles que observem os diversos resultados e reflitam sobre a relação existente entre o diâmetro de cada circunferência traçada e o comprimento do barbante utilizado para traçá-la.

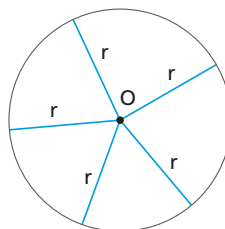


CIRCUNFERÊNCIA

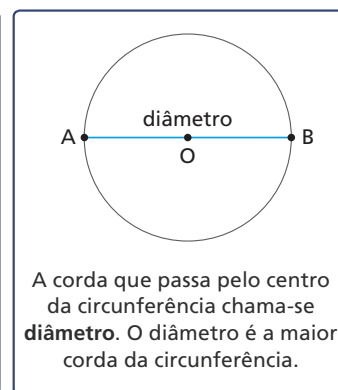
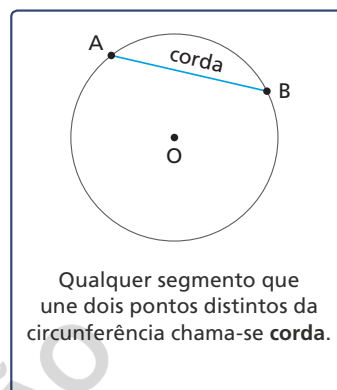
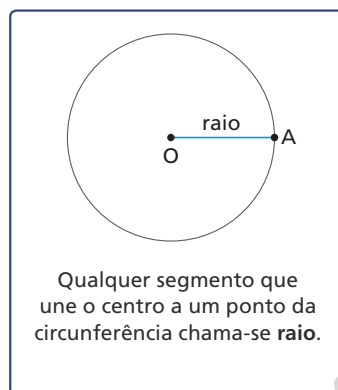
Circunferência é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que têm a mesma distância de um ponto fixo desse plano.

Esse ponto fixo é chamado **centro da circunferência** (ponto O).

A distância constante é o comprimento do raio, indicado por r .

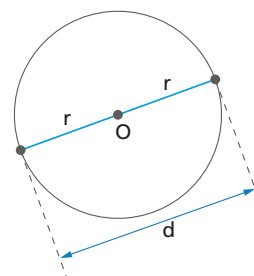


Observe, nas figuras seguintes, alguns elementos de uma circunferência:



Observe também que a **medida do diâmetro (d)** é igual ao dobro da medida r do raio, ou seja:

$$d = 2r$$



O número π

Com antecedência, solicitar aos alunos que tragam de casa objetos cilíndricos ou circulares, barbante, régua e calculadora para que eles possam descobrir, experimentalmente, o valor aproximado de π .

Organizar a turma em grupos de 4 alunos e solicitar que construam e completem um quadro como o modelo a seguir. Como exemplo, completamos com os valores da lata de suco dados no livro.

Objeto	Lata de suco
Medida da circunferência (C)	220 mm
Medida do diâmetro (d)	70 mm
$\frac{C}{d}$	3,14

Aproveitar também a oportunidade para solicitar aos alunos que representem segmentos que caracterizam raios, cordas e diâmetros nas diversas circunferências que desenharam. Conduzir os alunos a observar e a comparar as diferentes medidas dos segmentos, que são maiores ou menores de acordo com o comprimento da circunferência traçada.

O número π

Imagine que as três circunferências da figura a seguir foram cortadas no ponto indicado pela tesoura, e a linha horizontal representa que as circunferências foram esticadas, dando origem a segmentos de reta.



A medida de cada segmento obtido representa o **comprimento** de suas respectivas circunferências.

Podemos estabelecer uma relação entre a medida do diâmetro e o comprimento da circunferência. Essa relação é obtida dividindo-se o comprimento da circunferência pela medida de seu diâmetro. Veja:

- Se medirmos uma moeda de 1 real, encontraremos, aproximadamente, 84,9 mm de comprimento da circunferência e 27 mm de diâmetro.

$$\frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{medida do diâmetro}} = \frac{84,9 \text{ mm}}{27 \text{ mm}} \approx 3,1444$$

- Se medirmos uma lata de suco, encontraremos, aproximadamente, 220 mm de comprimento da circunferência e 70 mm de diâmetro.

$$\frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{medida do diâmetro}} = \frac{220 \text{ mm}}{70 \text{ mm}} \approx 3,1428$$



Nos dois exemplos, ao dividirmos o comprimento da circunferência pela medida do diâmetro (na mesma unidade), encontramos sempre um número maior que 3 (aproximadamente 3,14).

Pode-se verificar que esse fato se repete para qualquer circunferência, ou seja, dividindo-se a medida do comprimento de uma circunferência pela medida de seu diâmetro, obtém-se sempre o mesmo valor.

Esse valor constante representa um número muito importante em Matemática: o número **pi**, representado pela letra grega π .

Então:

$$\frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{medida do diâmetro}} = \pi$$
$$\pi = 3,14159265...$$

Atividades

Neste bloco de atividades os alunos deverão identificar circunferências; reconhecer centro, raio, corda e diâmetro de uma circunferência; relacionar o diâmetro e o raio para determinar suas medidas.

Na **atividade 1**, é comum os alunos confundirem a relação entre raio e diâmetro de uma circunferência. Verificar se, no momento da construção, eles compreendem qual deverá ser a medida da abertura do compasso.

O **item a** da **atividade 9** pede ao aluno que relacione a medida do lado do quadrado e o raio da circunferência inscrita no quadrado.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 312

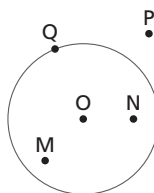
Responda às questões no caderno.

1. Usando régua e compasso, faça as construções a seguir:

- a) uma circunferência de centro O e raio igual a 4 cm. **Construção do aluno.**
b) uma circunferência de centro A e diâmetro igual a 5 cm. **Construção do aluno.**

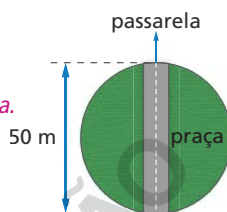
2. (Anresc) Na figura, estão representadas uma circunferência de centro O e raio r e quatro pontos P , Q , M e N . Entre esses quatro pontos, o ÚNICO cuja distância ao centro é igual à medida do raio é o ponto:

- a) P **Alternativa b.**
b) Q
c) M
d) N

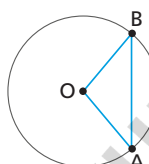


3. (Anresc) No centro de uma cidade é construída uma praça circular com uma passarela central de 50 m de comprimento, como mostra a figura. O raio do círculo do contorno da praça é:

- a) 25 m **Alternativa a.**
b) 50 m
c) 100 m
d) 200 m



4. Considere a circunferência da figura a seguir:



- a) Quais dos segmentos indicados são raios? **\overline{OA} e \overline{OB}**
b) Quais dos segmentos indicados são cordas? **\overline{AB}**
c) Algum dos segmentos indicados é um diâmetro? **Não.**
d) Você pode afirmar que os pontos A , O e B determinam um triângulo isósceles? Justifique a resposta. **Sim, pois $\overline{OA} \cong \overline{OB}$.**

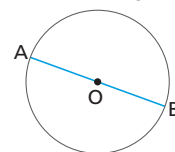
5. Calcule o comprimento do diâmetro de uma circunferência quando o raio mede:

- a) 25 cm **50 cm** b) 0,65 cm **1,30 cm** c) $\frac{5}{2}$ cm **5 cm**

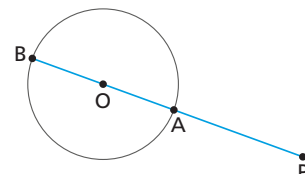
6. Uma praça é circular e tem raio medindo 18,5 metros. Qual é o comprimento do diâmetro dessa praça? **37 m**

7. Considere a figura seguinte em que o segmento \overline{AB} é um diâmetro. Qual é a medida r do raio quando:

- a) $\text{med}(\overline{AB}) = 57$ cm? **28,5 cm**
b) $\text{med}(\overline{AB}) = 11,6$ cm? **5,8 cm**

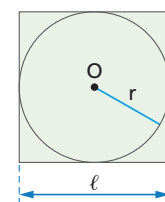


8. Na figura, a medida do segmento \overline{PB} é 72 cm. Sabendo que a medida do segmento \overline{PA} é 38 cm, determine o comprimento do raio da circunferência. **17 cm**



9. Considerando a figura, calcule o valor de:

- a) ℓ , medida do lado do quadrado, quando $r = 10,5$ cm. **21 cm**
b) r , comprimento do raio da circunferência, quando $\ell = 61$ cm. **30,5 cm**



10. Todo CD tem forma circular e sua capa, de modo geral, tem a forma quadrada. Se um CD tiver 6,5 cm de raio, qual deverá ser a medida mínima do lado de sua capa? **13 cm**

11. Um menino brinca com uma roda de 1 m de diâmetro. Que distância essa roda percorre ao dar 100 voltas? (Use: $\pi = 3,14$.) **314 m**



🕒 Construção de uma circunferência

Para construir uma circunferência podemos utilizar um compasso.

Determinamos a abertura do compasso que corresponde ao raio da circunferência, podendo usar uma régua para isso. Depois, colocamos a ponta-seca onde será o centro da circunferência e giramos a ponta com grafite traçando a circunferência.

DOTTA2



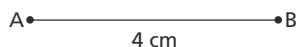
🕒 Circunferência sendo traçada com compasso.

🕒 Construção de um triângulo

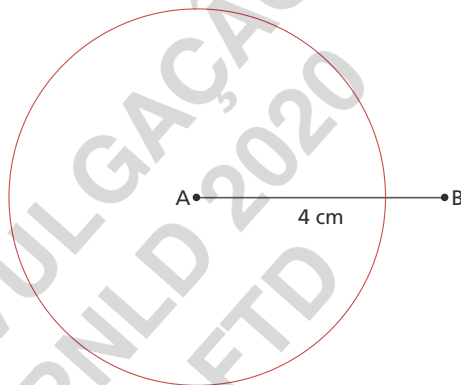
Com a ajuda de uma régua e um compasso, podemos construir triângulos conhecendo as medidas de três segmentos que serão os lados do triângulo, desde que as medidas cumpram com a condição de existência do triângulo.

- 1** Dados três segmentos de reta de medidas 4 cm, 3 cm e 2 cm, vamos construir um triângulo com essas medidas:

1º passo: Usando uma régua graduada, traçamos um dos lados. Nesse caso, traçaremos o segmento AB de 4 cm.



2º passo: Com a ponta-seca do compasso em A e uma abertura igual à medida de um dos outros dois lados, traçamos uma circunferência. No caso, faremos uma circunferência de raio 3 cm.

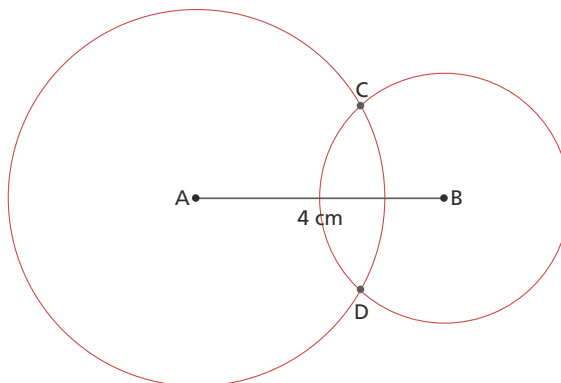
ILUSTRAÇÕES:
EDITORIA DE ARTE

Construções geométricas

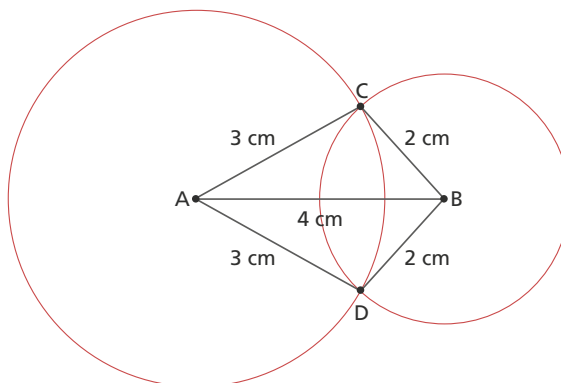
O objetivo aqui é trabalhar com a construção da apresentação de uma circunferência utilizando compasso e ajudar os alunos a reconhecer uma circunferência como lugar geométrico.

Logo depois, é apresentada a construção da figura de um triângulo utilizando-se régua e compasso, dadas as medidas dos três segmentos. Verificar se os alunos recordam a condição de existência de um triângulo quanto à medida dos lados. Após a construção da figura de um triângulo é interessante solicitar que eles verifiquem a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo.

3º passo: Com a ponta-seca do compasso em B e uma abertura igual à medida do terceiro lado do triângulo, ou seja, 2 cm, traçamos outra circunferência e marcamos os pontos de intersecção entre as duas circunferências.



4º passo: Traçamos os lados \overline{AC} e \overline{BC} e os lados \overline{AD} e \overline{BD} .

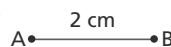


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

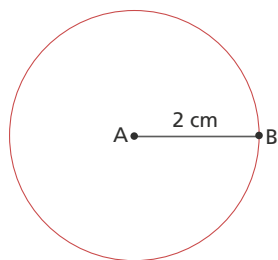
- O segmento AB tem 4 cm.
- Os segmentos AC e AD correspondem ao raio da primeira circunferência traçada (3 cm).
- Os segmentos BC e BD correspondem ao raio da segunda circunferência traçada (2 cm).
- Os segmentos AC e BC se cruzam em um dos pontos de intersecção das duas circunferências traçadas. O mesmo é válido para os segmentos AD e BD.

🌀 Construção de um polígono regular

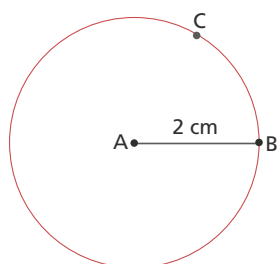
Utilizando régua e compasso, podemos construir um triângulo equilátero, conhecendo-se a medida de um dos lados, conforme descrito a seguir. Sabendo que a medida de um dos lados do triângulo é 2 cm, traçamos um segmento com medida igual a 2 cm.



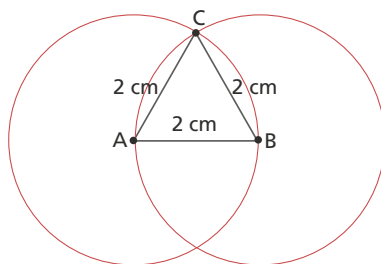
Depois, com a ponta-seca do compasso em A e abertura igual a AB , trace uma circunferência.



Com a ponta-seca do compasso no ponto B e abertura igual a AB , determinamos o ponto C .

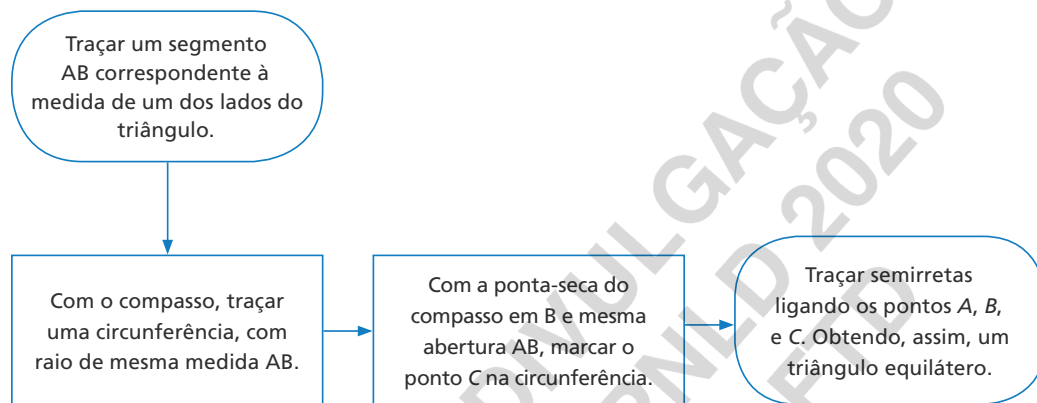


Depois, traçamos os lados BC e AC , encontrando assim o triângulo equilátero.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Podemos descrever esse processo utilizando o esquema a seguir.



Tratamento da informação

O tema desta seção é o gráfico de setores e sugerimos que ela seja realizada em duplas ou em grupos. A troca de ideias amplia a compreensão e enriquece o aprendizado.

Explorar com os alunos os elementos que compõem esse tipo de gráfico: círculo dividido em setores que são associados às frequências de cada dado observado; legenda das cores utilizadas indicando a que dado observado se refere o setor de cada cor; valores correspondentes a cada setor (além do título e da fonte dos dados que todos os gráficos devem ter).

Explicitar que esse tipo de gráfico é utilizado para indicar dados que representam partes de um todo. Por exemplo, a quantidade de estados que compõe cada região brasileira. Cada setor, nesse caso, é associado a uma das cinco regiões do Brasil, sendo que o tamanho dos setores se relaciona com as frequências (quantidade de estados) proporcionalmente. Assim, a região brasileira com maior número de estados (a Nordeste), é representada pelo maior dos setores (o que ocupa a maior região do círculo).

Esclarecer também que há situações em que o gráfico de setores não é o adequado para se comunicarem as informações levantadas, como na situação em que se quer visualizar a tendência nos dados de determinada variável ao longo de um período de tempo.

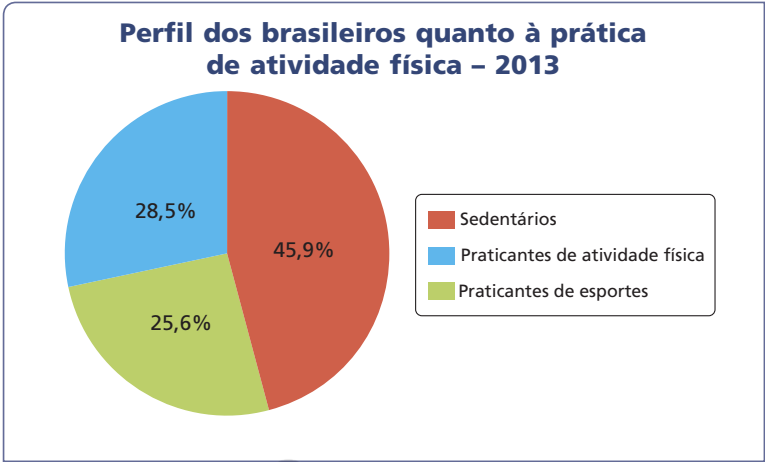
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Resoluções na p. 313

Prática de atividade física

Um gráfico de setores é circular e mostra a frequência de cada um dos dados coletados em relação ao todo considerado. É conveniente utilizar esse tipo de gráfico quando queremos organizar ou agrupar dados quantitativos, considerando um total. Assim, o círculo representa o todo e é dividido de acordo com os números referentes ao tema em questão; esses números podem ser apresentados em forma de porcentagem ou não. Independentemente da forma que os números são apresentados, a soma dos setores (cada “fatia” do gráfico) deve corresponder ao número total dos dados envolvidos na pesquisa. No caso da porcentagem, a soma dos setores deve ser igual a 100%.

Veja um exemplo de gráfico de setores:



Fonte: IBGE. A prática de esporte no Brasil. Disponível em: <<http://www.esporte.gov.br/diesporte/2.html>>. Acesso em: 27 set. 2018.

Esse gráfico apresenta dados sobre o perfil dos brasileiros em relação à prática de atividades físicas. Essa pesquisa foi realizada pelo IBGE em 2013. Foram entrevistadas aproximadamente 146 748 000 pessoas de 14 a 75 anos de idade, separadas em três grupos – praticantes de atividade física, praticantes de esportes e sedentários. De acordo com essa pesquisa, 45,9% dos brasileiros eram sedentários, ou seja, não praticavam nenhum tipo de atividade física.

É comum as pessoas acharem que praticar atividade física e praticar esportes é a mesma coisa, mas esses dois termos não são sinônimos. Especialistas explicam que existem diferenças entre eles. Praticar atividade física é o mesmo que movimentar-se voluntariamente aumentando o gasto energético do organismo, por exemplo, fazer caminhada, dançar ou pedalar. Já a prática esportiva tem a ver com uma rotina organizada que segue regras e é realizada com o objetivo de competir.



📌 Pessoas praticando atividade física no Parque Villa Lobos em São Paulo, SP. Foto tirada em 2016.

Analisando o gráfico dessa pesquisa, é possível perceber que o número de pessoas sedentárias é alto em comparação ao número de pessoas que praticam atividade física. Isso pode ser preocupante, pois estudos mostram que a prática regular de atividade física, aliada a bons hábitos alimentares, pode contribuir para melhorar a qualidade de vida e auxiliar na prevenção de diversos problemas de saúde, como diabetes, aumento da pressão arterial, infarto do miocárdio, entre outros.

Responda às questões no caderno.

- 1. Você costuma praticar alguma atividade física? Com que frequência? *Resposta pessoal.*
- 2. Faça uma pesquisa com um grupo de alunos da sua escola para saber a atividade física preferida deles e a frequência com que costumam praticá-la. Para facilitar a coleta de dados, é interessante listar algumas atividades e solicitar aos entrevistados que escolham apenas uma opção. Segue um exemplo para organizar os dados coletados:

Atividade física preferida dos alunos

Atividade física	Basquetebol	Futebol	Natação	Voleibol	Handebol	Outros
Quantos dias na semana						
Número de alunos						

- 3. Quantos alunos foram entrevistados? *Resposta pessoal.*
- 4. Construa um gráfico de setores para representar a atividade preferida desses alunos.
a) Qual atividade física recebeu menos votos? *Resposta pessoal.*
b) Qual atividade física recebeu mais votos? Qual a cor do setor que corresponde a essa atividade física? *Resposta pessoal.*
- 5. Construa um gráfico de setores para representar quantos dias na semana os alunos praticam cada tipo de atividade física. *Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que, para representar a frequência com que os alunos da pesquisa praticam atividade física, não é conveniente utilizar o gráfico de setores. Nesse caso, eles podem usar o gráfico de barras, por exemplo.*

Na **questão 2**, organizar a turma em grupos de 3 ou 4 alunos para realizar a pesquisa solicitada. Cada grupo pode realizar a pesquisa com uma turma diferente da escola.
Após resolver as questões 3, 4 e 5, propor aos alunos que compartilhem os resultados de suas pesquisas.

Retomando o que aprendeu

O objetivo das atividades desta seção é propiciar aos alunos que retomem os conteúdos estudados na Unidade e, caso seja necessário, façam retomadas para sanar as dúvidas que possam surgir.

Os alunos podem fazer este bloco de questões como uma autoavaliação; por isso, eles devem respondê-las individualmente. É interessante sugerir que façam isso em sala de aula, assim poderão discutir eventuais dúvidas com os colegas, por exemplo. Orientá-los a consultar o livro para tirar dúvidas e buscar informações.

Enfatizar a necessidade de resolverem os exercícios individualmente, buscando informações de forma autônoma, escolhendo suas fontes para chegar aos resultados. Conversar com eles sobre seus acertos e erros, indicando a correção com intervenções pontuadas, isto é, dando pistas de quais caminhos eles poderão buscar para encontrar o resultado esperado.

Se ainda persistirem dúvidas, orientá-los a trocar ideias com os colegas e a buscar no livro os conceitos que precisarem lembrar.

Dar oportunidade para os alunos mostrarem como pensaram para resolver as questões, tirando as dúvidas dos colegas.

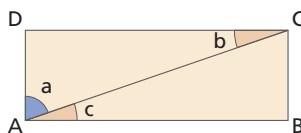
Nesse momento, incentivar o uso do cálculo mental, do transferidor, de desenhos, de descrição oral e de estratégias para que os alunos diversifiquem os procedimentos de resolução das questões.

RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções na p. 313

Responda às questões no caderno.

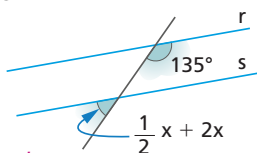
1. A figura a seguir é um retângulo no qual foi traçada a diagonal AC.



Se b vale 32° , então a vale: Alternativa a.

- a) 58° c) 68° e) 60°
b) 48° d) 56°

2. Na figura a seguir, temos que r e s são paralelas.

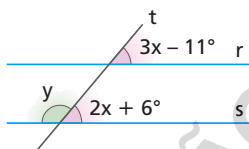


Alternativa d.

Determine qual é o valor de x :

- a) 12° c) 16° e) 22°
b) 15° d) 18°

3. As retas r e s da figura são paralelas cortadas pela reta transversal t .

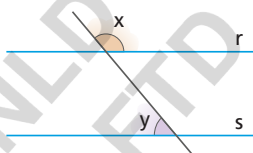


Nessas condições, y mede: Alternativa c.

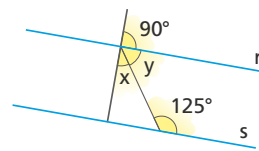
- a) 120° c) 140° e) 152°
b) 135° d) 144°

4. Na figura a seguir, temos que $r \parallel s$ e $x = 3y$. Então, $x - y$ vale: Alternativa a.

- a) 90°
b) 85°
c) 80°
d) 75°
e) 60°

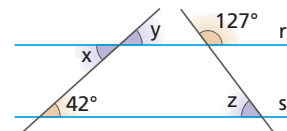


5. Com base na figura a seguir, calcule o valor de $y - x$, sabendo que r e s são retas paralelas. Alternativa e.



- a) 8° c) 16° e) 20°
b) 12° d) 18°

6. Na figura a seguir, sendo $r \parallel s$, $x + y + z$ valem: Alternativa c.



- a) 127° c) 137°
b) 131° d) 141°

7. Dois ângulos são congruentes e suas medidas são expressas por $7x + 31^\circ$ e $9x - 43^\circ$. Isso significa que o valor de x é: Alternativa c.

- a) 35° d) 38°
b) 36° e) 39°
c) 37°

8. Dois ângulos são adjacentes suplementares e suas medidas são expressas por $5x$ e $2x + 68^\circ$. O maior desses dois ângulos mede: Alternativa d.

- a) 80° d) 100°
b) 85° e) 110°
c) 92°

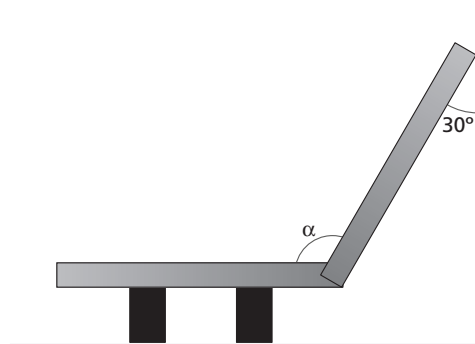
9. (Fatec-SP) O dobro da medida do complemento de um ângulo aumentado de 40° é igual à medida do seu complemento. Qual a medida do ângulo? **130°**

Um novo olhar

Os questionamentos existentes no encerramento desta Unidade permitirão reflexões sobre as aprendizagens individuais, além de uma breve retomada dos conteúdos apresentados. É importante que os alunos respondam individualmente a cada uma das questões para que, dessa forma, possam perceber o que aprenderam e as possíveis dúvidas que ainda tenham sobre determinado assunto abordado.

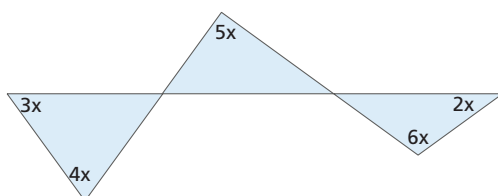
10. (Saresp-SP) O encosto da última poltrona de um ônibus, quando totalmente reclinado, forma um ângulo de 30° com a parede do ônibus (veja a figura a seguir). O ângulo α na figura mostra o maior valor que o encosto pode reclinar.

Alternativa d.



- a) 50° b) 90° c) 100° d) 120°

11. (OBM) Na figura, quanto vale x ?



O valor de x é: Alternativa c.

- a) 6° b) 12° c) 18° d) 20° e) 24°

*Quando a soma entre eles resulta em 90° . Quando a soma entre eles resulta em 180° .

UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, estudamos ângulos, retomamos o uso do transferidor e estudamos o que são ângulos adjacentes, ângulos opostos pelo vértice, ângulos complementares e ângulos suplementares.

Nas atividades que envolveram a reta transversal, estudamos os ângulos correspondentes e os ângulos adjacentes suplementares para retas transversais que cortam duas retas paralelas ou não.

Estudamos, ainda, ângulos internos e externos de triângulos, polígonos regulares e circunferência.

Agora, vamos refletir sobre as aprendizagens adquiridas nesta Unidade. Responda às questões no caderno. **Quando a soma das medidas dos dois lados menores for maior que a medida do lado maior.

- Quando dois ângulos são complementares? E suplementares?*
- Quando três segmentos de retas de medidas a , b e c formam um triângulo?*
- Qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer? 180°
- Como podemos calcular a medida de um ângulo interno de um polígono regular?***

***Dividindo a soma das medidas dos ângulos internos pela quantidade de ângulos internos.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Propor aos alunos uma roda de conversa para que possam debater a respeito do tema explorado nessa seção. Estimulá-los a realizar a leitura do texto e verificar se conseguem perceber as dificuldades e limitações que os idosos enfrentam e sobre como são tratados no Brasil. Incentivá-los a investigar informações acerca da forma de tratamento ao idoso em outros países do mundo. Perguntar se eles têm algum idoso na família e pedir que compartilhem as possíveis dificuldades que ele enfrenta e como é tratado pela família. Perguntar também se esse idoso trabalha, se necessita de cuidados especiais e, fazê-los imaginar como se sentiriam se não conseguissem realizar tarefas simples, como ir ao banheiro, e necessitassem de alguém que os ajudasse a fazer isso.

Em seguida, incentivar os alunos a compartilhar os conhecimentos que possuem acerca do assunto apresentado no texto e pedir que compartilhem os detalhes que lhes chamaram mais atenção. Esta atividade também poderá ser ampliada nas aulas de Geografia, História e Ciências. Em Geografia, é possível abordar, por exemplo, a faixa etária das diversas populações do mundo, a taxa de natalidade, a taxa de mortalidade, expectativa de vida; em História, podem-se trabalhar o papel e a importância do idoso nas diferentes civilizações, modernas e antigas e, em Ciências, estudar o processo de envelhecimento do organismo humano, características e consequências, ou ainda a legislação que protege o idoso (história, fragilidades, conquistas etc.).

Direitos dos idosos


O que é envelhecimento humano?

O envelhecimento humano é um processo biológico, psicológico, social e cultural. Envelhecer é uma conquista e essa fase deve ser vista com respeito.

Estima-se que a população idosa no mundo em 2025 será de 1 bilhão e 120 milhões de pessoas, das quais 72% estarão nos países em desenvolvimento, como o Brasil. O Japão é o país onde se vive por mais tempo, cerca de 83 anos.

A cada dia, em todo o mundo, o número de pessoas que chegam aos 60 anos aumenta. Segundo o IBGE, no Brasil, a expectativa de vida era de 75,8 anos em 2016, e isso significa que cada vez mais estamos convivendo com pessoas de várias gerações e que precisamos aprender a respeitar as diferenças.

O tempo de vida de uma pessoa está ligado a diversos fatores como genética, hábitos alimentares durante toda a sua vida, condições sanitárias individuais e coletivas, cultura, classe social a que pertence, hábito de praticar atividade física, entre outros.

 Casal de idosos passeando na praia em Cabedelo, PB. Foto tirada em 2016.



Você conhece o Estatuto do Idoso?

O Estatuto do Idoso regulamenta os direitos assegurados a todas as pessoas do país que têm idade igual ou superior a 60 anos. De acordo com o Estatuto, quando internada ou em estado de observação, a pessoa idosa tem direito a um acompanhante em tempo integral, independentemente de ser um parente ou não. O acompanhante da pessoa idosa tem direito a condições adequadas para a permanência em tempo integral, segundo critério médico.

De acordo com as informações apresentadas, responda às questões a seguir.

1. Em sua opinião, é importante existirem leis que asseguram os direitos dos idosos? Justifique sua resposta. **Resposta pessoal.**
2. Você já viu alguma das placas de sinalização a seguir? Você acha que elas são importantes? Por quê? **Resposta pessoal.**



Placa de estacionamento reservado para idosos.



Placa de trânsito indicando estacionamento exclusivo para idosos.



Placa de atendimento preferencial.



Placa de assento preferencial.

- Você sabia que as pessoas com mais de 60 anos têm direito a utilizar o transporte público de forma gratuita? **Resposta pessoal.**

3. Você conhece outros direitos dos idosos? Se sim, quais? **Resposta pessoal.**
 4. Faça uma pesquisa sobre a expectativa de vida nos estados brasileiros e depois responda:
 - a) Qual dos estados apresenta maior expectativa de vida? **Santa Catarina.**
 - b) Qual é a expectativa de vida no estado onde você mora? **Resposta pessoal.**
 - c) Existe diferença entre expectativa de vida entre homens e mulheres? Por quê?
 5. Reúna-se com um colega e, juntos, criem uma cartilha com informações que ajudem a sensibilizar a população sobre a importância de respeitar os direitos dos idosos. Se possível, distribua alguns exemplares para os colegas de outras turmas ou para pessoas da comunidade em que vive. **Resposta pessoal.**
4. c) Sim. De acordo com especialistas, não há uma resposta definitiva para essa pergunta, mas existem algumas hipóteses que contribuem para uma explicação, entre elas, está o fato de as mulheres terem mais cuidados com a saúde.

A partir das indagações, estimular os alunos a pesquisar informações acerca dos direitos dos idosos e, juntos, elaborar uma pesquisa para descobrir se as pessoas da comunidade escolar e do entorno conhecem o Estatuto do Idoso.

A partir dos dados coletados, criar uma cartilha que possa divulgar os direitos dos idosos e sensibilizar a população sobre a importância de respeitar tais direitos. Incentivar os alunos a divulgar a cartilha na escola, em condomínios e demais locais públicos do entorno. Explicar a eles que, muitas vezes, os próprios idosos desconhecem seus direitos e sofrem por causa disso.

COMPETÊNCIAS

ESPECÍFICAS

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

HABILIDADES p. XIX e XX

Números

- EF07MA09

Álgebra

- EF07MA17

Grandezas e medidas

- EF07MA29

Probabilidade e estatística

- EF07MA37



GRANDEZAS PROPORCIONAIS

Veja as imagens ao lado. Cada uma delas mostra uma etapa da produção artesanal de vasos de cerâmica. A sequência de fotos apresenta o processo artesanal que é feito por um ceramista (oleiro), ou seja, a fabricação é feita peça a peça, usando um único torno.

MARCO ANTÔNIO SÁ-PULSAR IMAGENS

***Espera-se que os alunos respondam em metade do dia. Responda às questões no caderno.

- O que você poderia dizer sobre as características dessa produção?*
- Quais fatores você acredita que podem influenciar a quantidade de vasos produzidos por dia nesse processo?*
- O que pode acontecer com a quantidade de vasos produzidos se aumentarmos a quantidade de pessoas na produção? A quantidade de vasos produzidos pode aumentar.
- Considerando que uma pessoa faça 10 vasos por dia, em quanto tempo duas pessoas, trabalhando no mesmo ritmo da primeira, farão os mesmos 10 vasos?***

*Uma resposta esperada é que o aluno perceba que a produção pode ser demorada já que requer habilidade do artesão.

**Uma resposta esperada é que o aluno perceba que a quantidade de vasos produzidos pode ser influenciada pela habilidade do artesão, pelas condições climáticas ou mesmo por algum problema de saúde do artesão.

Abertura de Unidade

Esta Unidade apresenta o estudo da proporcionalidade entre grandezas, ampliando a noção desse tema construída em anos anteriores. Aborda os conceitos de razão, proporção, grandezas direta e inversamente proporcionais e regra de três, aplicando-os na resolução de problemas, embasando-se nos conhecimentos das propriedades de uma igualdade e na resolução de equações polinomiais do 1º grau, assuntos já estudados anteriormente.

Aproveitar o tema da abertura da Unidade para investigar os conhecimentos dos alunos a respeito da técnica de artesanato mostrada. Verificar se na região em que a escola está localizada há artesãos que realizam esse tipo de trabalho e organizar uma visita ao local com os alunos.

A respeito da quantidade de vasos que pode ser produzida em um dia, orientar os alunos a perceber que no processo artesanal a velocidade do trabalho dependerá de algumas variáveis, como complexidade do vaso a ser confeccionado, velocidade da pessoa que o está fabricando, entre outras.

Assim, se as pessoas trabalhassem nas mesmas condições e fizessem a mesma quantidade de vasos em determinado tempo, ao aumentar a quantidade de pessoas, a quantidade de vasos produzidas também aumentaria (características de grandezas diretamente proporcionais).

Por outro lado, mantendo fixa a quantidade de vasos a ser produzida, ao aumentar a quantidade de pessoas trabalhando, o tempo para produzir essa quantidade de vasos diminuiria (características de grandezas inversamente proporcionais).

A produção artesanal de vasos de barro



DINODIA PHOTO LIBRARY/GLOW IMAGES



UGO RATTI/TIPS IMAGES/GLOW IMAGES



UGO RATTI/TIPS IMAGES/GLOW IMAGES

A fabricação manual de vasos é tradição em muitos lugares no Brasil. E nesses locais se mantêm os mesmos equipamentos há séculos, como a roda girada com os pés, conhecida como torno.

1 A massa de barro é lançada no prato que está ligado ao torno por um eixo, e a velocidade é definida pelo oleiro — como é chamado o artesão.

2 O vaso toma forma com a habilidade do oleiro.



UGO RATTI/TIPS IMAGES/GLOW IMAGES



BENJAMIN CARDOSO/FOLIA PRESS

3 Com a forma já quase concluída, o artesão diminui o ritmo de rotação do torno e, ao finalizar, retira o prato com o vaso e coloca o vaso para secar.

4 Por fim, em um dia de trabalho, o oleiro pode ter feito muitos vasos.

Razão

As situações desta página apresentam o conceito de razão entre números racionais. Solicitar aos alunos que apresentem outros exemplos em que o conceito de razão pode ser utilizado. Verificar se os alunos identificam os termos de uma razão e seus respectivos nomes nas situações apresentadas.

Na **situação 1**, questionar os alunos qual seria a razão entre a quantidade de saques errados por Cláudia e a quantidade total de saques feitos por ela. Resposta: $\frac{1}{10}$.

CAPÍTULO 1 RAZÃO

Considere as situações a seguir.

1 No treino de vôlei.

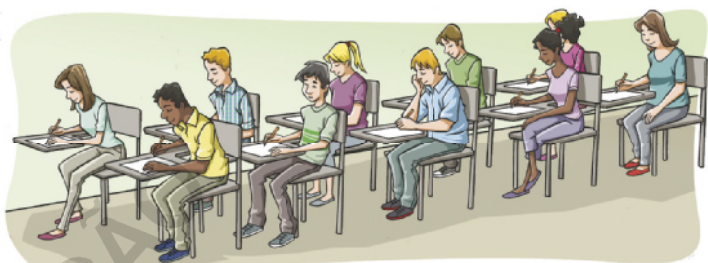


Para comparar o número de saques que deram certo com o total de saques de Cláudia, podemos usar uma fração:

$$\frac{\text{número de saques certos}}{\text{total de saques}} = \frac{9}{10}$$

Nesse caso, o número obtido mostra o rendimento de Cláudia nos saques.

2 Em um concurso, 240 candidatos disputam 120 vagas.



Vamos comparar esses dois números.

- Dividindo o número de candidatos pelo número de vagas:

$$240 : 120 = \frac{240}{120} = \frac{2}{1} \rightarrow \text{dizemos que há 2 candidatos para cada vaga ou que a razão entre o número de candidatos e o número de vagas é de 2 para 1}$$

- Dividindo o número de vagas pelo número de candidatos:

$$120 : 240 = \frac{120}{240} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{dizemos que para cada vaga há 2 candidatos ou que a razão entre o número de vagas e o número de candidatos é de 1 para 2}$$

Pense e responda

As situações de receitas culinárias são propícias para desenvolver os conceitos de razão e de proporção (que serão vistos mais adiante). Se julgar necessário, explicar o significado do termo “rendimento”. Nesse contexto, indica o quanto de pudim a receita produz. Pode-se aproveitar o momento e discutir o significado desse termo em outros contextos, como é o caso do rendimento alcançado em uma aplicação financeira de um capital.

Esta seção pretende mobilizar a atenção dos alunos para o fato de que agora se trata de medidas de grandezas (massa, capacidade).

Na resolução das questões, espera-se que os alunos não estranhem o contexto, pois é uma situação do cotidiano.

No **item a**, os alunos devem perceber que o rendimento esperado é o dobro do da receita original (40 porções é o dobro de 20 porções). Assim, devem dobrar as quantidades de todos os ingredientes.

No **item b**, espera-se que os alunos percebam que 1,5 kg corresponde a 3 vezes a quantidade de farinha de tapioca que se usa em uma receita original (1,5 kg = 1 500 g = 3 · 500 g). Assim, ao utilizar toda essa farinha para fazer o pudim, o rendimento ficará triplicado também: 60 porções (3 · 20 porções). Discutir com os alunos que isso pode ser feito de duas maneiras: a pessoa pode fazer 3 vezes a receita original, obtendo 3 pudins (que deve ser o mais aconselhável) ou fazer a receita triplicada, obtendo um pudim maior (no entanto, nem sempre isso é possível ou recomendável, pois pode não haver formas do tamanho necessário ou um pudim muito grande é mais fácil de se desmanchar, ou mais difícil de cozinhar, entre outros motivos).

Nas duas situações apresentadas, comparamos dois números usando uma divisão. O quociente obtido é a **razão** entre esses dois números, tomados na ordem considerada.

Sendo a e b dois números racionais, com $b \neq 0$, denomina-se **razão entre a e b** ou **razão de a para b** o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a : b$.

A razão $\frac{a}{b}$ ou $a : b$ pode ser lida de uma das seguintes maneiras:

razão de a para b ou **a está para b** ou **a para b** .

Os termos de uma razão recebem nomes especiais: o primeiro número chama-se antecedente e o segundo número, consequente.



PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 314

Responda às questões no caderno.

1. O pudim de tapioca é um doce típico do Nordeste brasileiro e simples de fazer. Para um rendimento de 20 porções, a lista e a quantidade de ingredientes é a seguinte:

- 500 g de farinha de tapioca
- 1 vidro de leite de coco
- 2 pacotes de coco ralado
- 1 litro de leite
- 2 xícaras (chá) de açúcar

- a) Para um rendimento de 40 porções, qual é a quantidade necessária de:

- farinha de tapioca? **1 000 g ou 1 kg.**
- leite de coco? **2 vidros.**
- coco ralado? **4 pacotes.**
- açúcar? **4 xícaras (chá).**

- b) Se uma pessoa tem 1,5 kg (ou 1 500 g) de farinha de tapioca e quiser aproveitar tudo para fazer o pudim de tapioca, quantas porções ela vai obter? **60 porções.**

- c) Para ter um rendimento de 10 porções do pudim de tapioca, quantos gramas de farinha de tapioca serão necessários? **250 g**



• Pudim de tapioca.

MARIA DO CARMO/FOLHAPRESS

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O objetivo desta página é levar os alunos a reconhecerem razões entre grandezas de mesma espécie em situações do dia a dia.

Explorar as situações apresentadas com os alunos. Ressaltar a necessidade de as grandezas envolvidas (de mesma espécie) serem expressas em uma mesma unidade de medida e o fato de a razão obtida, nesse caso, ser um número puro (sem unidade).

Há diversos outros temas que fazem parte do cotidiano e podem ser trabalhados para auxiliar a compreensão do conceito de razão, como o fluxo de água, por exemplo.

Pedir aos alunos que pesquisem em jornais e revistas outras situações que eles consideram relacionar-se com a ideia de razão.

Se julgar adequado, explicar que também é possível obter razões entre grandezas de espécies diferentes, como é o caso da velocidade média (dada pela razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso). Nesse caso, a razão obtida não será um número puro; ela terá uma unidade de medida composta das unidades de medida das duas grandezas envolvidas. No caso da velocidade média, podemos ter quilômetros por hora (km/h), metros por segundo (m/s), entre outras.

Vejamos mais algumas situações.

1 Observe esta cena:



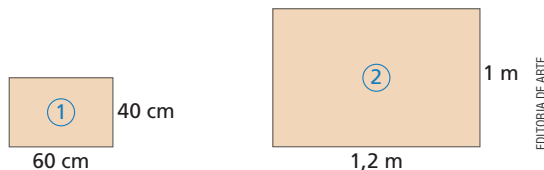
Qual é a razão entre o número de acertos e o número total de arremessos à cesta feitos por Susan?

$$9 : 15 = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

acertos
total

3 para 5, ou seja, para cada 5 arremessos à cesta, Susan acertou 3

2 Qual é a razão entre a área da região retangular ① e a área da região retangular ②?



Para calcular a razão, devemos expressar as medidas na mesma unidade, ou seja:

$$\begin{aligned} 1 \text{ m} &= 100 \text{ cm} \\ 1,2 \text{ m} &= 120 \text{ cm} \end{aligned}$$

Vamos, agora, calcular a área de cada região retangular:

$$A_{①} = 60 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} = 2\,400 \text{ cm}^2$$

$$A_{②} = 120 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 12\,000 \text{ cm}^2$$

$$\text{Razão: } \frac{A_{①}}{A_{②}} = \frac{2\,400}{12\,000} = \frac{1}{5}$$

1 para 5, ou seja, a área do retângulo ② equivale a cinco vezes a área do retângulo ①

A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que exprimem as suas medidas, sempre tomadas na mesma unidade.

1. $\frac{6}{5}$ ou 6 para 5.

Responda às questões no caderno.

1. Em 2018, 800 pessoas participaram da Semana Cultural do Bairro. Em 2019, o número de participantes foi 960, no mesmo evento. Qual é a razão entre o número de participantes de 2019 e o número de participantes de 2018?

2. Determinado modelo de avião tem 80 metros de envergadura por 72 metros de comprimento. Calcule a razão entre o comprimento e a envergadura desse tipo de avião. $\frac{9}{10}$



◉ Air bus 380 decolando.

(Lembre-se de que a envergadura é a dimensão máxima transversal de uma ponta a outra das asas de um avião.)

3. A tabela a seguir mostra o número de alunos matriculados nos períodos da manhã, tarde e noite em uma escola de natação.

Número de alunos

Quantidade \ Período	Manhã	Tarde	Noite
Meninos	15	16	14
Meninas	21	20	25

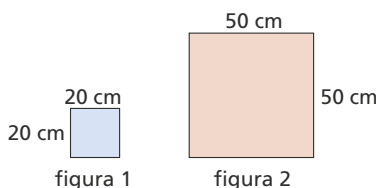
Fonte: Dados fictícios.

Calcule a razão entre o número de meninos e o número de meninas:

- a) da manhã. $\frac{5}{7}$
 $\frac{4}{5}$ b) da tarde.
c) da noite. $\frac{14}{25}$
d) dos três períodos. $\frac{15}{22}$

4. São dadas as medidas 4 cm e 80 km. Qual é a razão entre a menor e a maior dessas medidas? $\frac{1}{2000000}$

5. Gláucia recortou dois pedaços de cartolina, de formato quadrado:



De acordo com as figuras, determine a razão entre:

- $\frac{2}{5}$ a) a medida do lado do quadrado na figura 1 e a medida do lado do quadrado na figura 2.
 $\frac{2}{5}$ b) o perímetro do quadrado na figura 1 e o perímetro do quadrado na figura 2.
 $\frac{4}{25}$ c) a área do quadrado na figura 1 e a área do quadrado na figura 2.

Agora, compare as razões obtidas nos itens anteriores. O que você observa?
Resposta pessoal.

6. Quando colocadas em uma balança, uma caixa A pesou 800 g, e uma caixa B registrou 2 kg. Qual é a razão entre o valor obtido na pesagem da caixa A e o da caixa B? (Não se esqueça de transformar as medidas dadas para uma mesma unidade.) $\frac{2}{5}$

AMPLIANDO

Atividades complementares

1. São dadas as medidas 4 cm e 200 km. Qual é a razão entre a menor e a maior dessas medidas?

2. Quando colocadas em uma balança, uma caixa A pesou 800 g, e uma caixa B registrou 2 kg. Qual é a razão entre o valor obtido na pesagem da caixa A e o da caixa B?

Resolução das atividades

1. $200 \text{ km} = 200\,000 \text{ m} = 200\,000\,000 \text{ cm}$

Razão entre a menor e a maior medida:

$$\frac{4}{200\,000\,000} = \frac{1}{50\,000\,000}$$

2. $2 \text{ kg} = 2\,000 \text{ g}$

Razão entre a massa da caixa A e a da caixa B:

$$\frac{800}{2\,000} = \frac{2}{5}$$

Comentários

Os alunos devem observar, nessas duas questões, a necessidade de transformar as medidas dadas para uma mesma unidade, antes do cálculo da razão. Se não há exigência contrária, explicar que é mais fácil converter para unidades de medida menores.

Caso os alunos apresentem a razão na forma decimal, aceitar como válida a resposta e aproveitar o momento para explicar aos alunos que, como toda fração pode ser expressa na forma decimal, o mesmo ocorre com as razões (esse assunto será visto logo a seguir).

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

As atividades exploram o conceito de razão. Na atividade 5, explora-se um importante resultado entre razões de grandezas relativas a dois quadrados (isso se estende a

qualquer par de polígonos semelhantes): as razões entre as medidas lineares correspondentes (entre as medidas de lados correspondentes, entre perímetros etc.) são iguais, e a razão entre as áreas desses polígonos é o quadrado da razão entre as medidas lineares.

Atividades

Acompanhar a execução das atividades pelos alunos e verificar se apresentam alguma dúvida. Na **atividade 10**, perguntar se há outra maneira de representar a razão $\frac{2}{5}$ referente ao rendimento dos jogadores Gustavo e Rui. Os alunos podem responder 0,4 ou 40%, que são a forma decimal e a forma percentual de representar essa razão, respectivamente. Essa é uma oportunidade para investigar o conhecimento dos alunos a respeito desse conteúdo, que será apresentado em seguida.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. Na maioria das competições de vôlei, um dos critérios de desempate é o *set average*, que consiste na razão entre o número de sets ganhos e o número de sets perdidos na competição.

Observe as informações a respeito de três equipes de vôlei que empataram em primeiro lugar em determinado campeonato e faça o que se pede em cada item.

Equipe	Sets ganhos	Sets perdidos
Equipe A	7	5
Equipe B	8	4
Equipe C	7	7

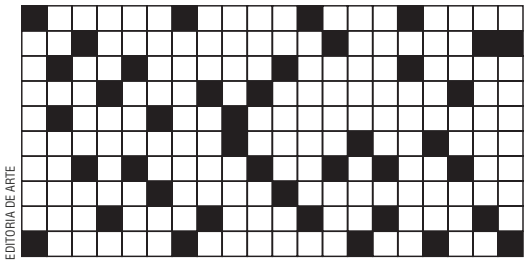
Fonte: Dados fictícios.

- a) Calcule o *set average* de cada uma das equipes.
- b) Sabendo que o *set average* é o primeiro critério de desempate dessa competição, responda: qual foi a equipe campeã?

Resolução da atividade

1. a) Equipe A: $\frac{7}{5}$;
Equipe B: $\frac{8}{4} = \frac{2}{1}$;
Equipe C: $\frac{7}{7} = \frac{1}{1}$.

7. Fiz um esquema para representar como vai ficar o piso do quintal da minha casa após revestir com lajotas quadradas brancas e pretas.



Observando o esquema, responda:

- a) de quantas lajotas vou precisar para revestir todo o piso? **200 lajotas.**
- $\frac{1}{5}$ b) qual é a razão entre o número de lajotas pretas e o total de lajotas?
- $\frac{4}{5}$ c) qual é a razão entre o número de lajotas brancas e o total de lajotas?
- $\frac{1}{4}$ d) qual é a razão entre o número de lajotas pretas e o número de lajotas brancas?

8. A produtividade de uma empresa foi calculada utilizando a razão entre o lucro (L) e o número de funcionários (n) da empresa. A tabela mostra o lucro e o número de funcionários dessa empresa nos anos 2017, 2018 e 2019.

Produtividade da empresa

Ano	Lucro	Número de funcionários
2017	R\$ 68 000,00	16
2018	R\$ 54 000,00	12
2019	R\$ 86 400,00	20

Fonte: Dados fictícios.

- Analisando a tabela, em qual dos três anos a produtividade foi maior? **2018.**
9. Visando adotar um sistema de reutilização de água, uma indústria testou cinco sistemas com diferentes fluxos de entrada de água suja e fluxos de saída de água purificada, medidos em litros por hora (L/h).

Resultados – Teste dos sistemas (em L/h)

Sistema	Fluxo	Entrada (água suja)	Saída (água purificada)
I		45	15
II		40	10
III		40	5
IV		20	10
V		20	5

Fonte: Dados fictícios.

A razão entre o fluxo de saída (água purificada) e o fluxo de entrada (água suja) expressa a eficiência do sistema. Quanto maior for a razão, mais eficiente será o sistema. Entre os sistemas testados por essa indústria, qual apresentou maior eficiência? **O sistema IV.**

10. Ao cobrir um jogo de basquete entre as equipes Vermelha e Azul, um repórter anotou a pontuação dos dois jogadores que mais marcaram pontos em cada uma das equipes:

Vermelha	
Gustavo	32 pontos
Roberto	20 pontos

Azul	
Valdir	18 pontos
Rui	36 pontos

Nesse jogo, a equipe Azul ganhou da Vermelha por 90 a 80.

Considerando os dados anotados pelo repórter e considerando que o rendimento de um jogador durante um jogo é um número decimal que expressa a razão entre o número de pontos que o jogador fez e o número total de pontos feitos pela sua equipe, qual desses quatro jogadores teve o melhor rendimento? **Gustavo e Rui: $\frac{2}{5}$.**

- b) A equipe com o maior *set average* é a equipe B; portanto, ela foi a equipe campeã desse campeonato.

Razões escritas na forma decimal

A razão entre dois números ou entre duas grandezas (mesmo de espécies diferentes) também pode ser expressa na **forma decimal**.

Considere as situações a seguir.

- 1 Clarice acertou 45 questões de um exame composto de 90 questões.

- O desempenho de Clarice é medido pela razão entre o número de acertos e o total de questões:

$$\frac{45}{90} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0,5 \longrightarrow \text{a cada duas questões do exame, Clarice acertou uma}$$

O fato de a razão entre o número de acertos e o total de questões ser 0,5 (meio) indica que Clarice acertou metade da prova (45 é metade de 90).

Observe que a razão entre o número de erros e o total de questões também é 0,5, já que o número de erros corresponde também a 45 questões das 90 da prova.

- 2 Considerando que um ciclista leva 2 horas para percorrer 43 km, qual foi sua velocidade média nesse percurso?

A velocidade média de um elemento móvel também é dada por uma razão entre duas grandezas de espécies diferentes, a distância percorrida e o tempo gasto.

Vamos obter a velocidade média, em km/h:

$$\begin{aligned} \bullet \text{ velocidade média} &= \frac{\text{distância}}{\text{tempo}} = \\ &= \frac{43 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 21,5 \text{ km/h} \longrightarrow \text{a cada hora o ciclista percorre 21,5 km} \end{aligned}$$

A velocidade média do ciclista foi de 21,5 km/h.

Dependendo da situação, é mais conveniente expressar uma razão na forma decimal, como é o caso da velocidade média do ciclista.



DANI MOTA

Razões escritas na forma percentual

Além da forma fracionária e da forma decimal, a razão pode ser representada na **forma percentual**, com o símbolo %.

Podemos dizer que:

Toda razão $\frac{a}{b}$, na qual $b = 100$, pode ser reescrita facilmente na forma percentual.

Assim, temos: $\frac{30}{100} = 0,30 = 30\%$

$\frac{30}{100}$ → forma fracionária
 $0,30$ → forma decimal
 30% → forma percentual

Razões escritas nas formas decimal e percentual

O objetivo desta página é apresentar aos alunos o cálculo de razões na forma decimal e na forma percentual.

Se julgar necessário, retomar a transformação de um número racional na forma fracionária para a forma decimal e, mais adiante, para a forma percentual.

Explicar aos alunos que qualquer uma dessas maneiras de expressar uma razão é válida. No entanto, dependendo do contexto, alguma delas pode ser mais conveniente para a interpretação do resultado do que outra. Por exemplo, para saber se estou dentro do limite de velocidade máxima permitido de 30 km/h, é mais fácil expressar a velocidade média na forma fracionária ou na forma decimal? Observar que a informação

$\frac{118}{5}$ km/h é menos eficiente, nesse caso, do que a expressa por 23,6 km/h, já que facilmente se nota que $23,6 < 30$. No entanto, as duas representações indicam a mesma informação de velocidade média.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na transformação da forma fracionária para a percentual, explorar as situações apresentadas nesta página. Pedir aos alunos que comecem com a leitura coletiva e em etapas para melhor entendimento e compreensão do texto.

A forma percentual de uma razão é comumente utilizada para expressar comparações de parte de um todo, como é o caso da situação que aborda o teor de cobre e de estanho em uma liga de bronze.

Ampliar a discussão com os alunos com situações do tipo:

1. Um desconto de R\$ 7 000,00 sobre um valor de R\$ 20 000,00 representa quantos por cento desse preço?

Resolução da atividade

Inicialmente, determinamos a razão de R\$ 7 000,00 para R\$ 20 000,00, ou seja:

$$\frac{7\,000}{20\,000} = \frac{7}{20}$$

Usando frações equivalentes, temos:

$$\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$$

Usando a forma decimal, temos:

$$\frac{7}{20} = 0,35 = \frac{35}{100} = 35\%$$

Assim, R\$ 7 000,00 representam 35% de desconto em cima de R\$ 20 000,00.

Considere a seguinte situação:

- 1 Para esculpir uma obra de arte em bronze, um escultor fundiu 23 kg de cobre com 2 kg de estanho. Vamos calcular o teor de cada metal nessa liga de bronze. A massa total do material é igual à soma das massas dos metais que compõem a liga. Logo:

$$\text{massa total} = 23 \text{ kg} + 2 \text{ kg} = 25 \text{ kg}$$

Nos 25 kg de bronze, temos 23 kg de cobre, o que nos dá a razão de 23 para 25. Essa razão pode ser escrita na forma percentual:

$$\frac{23}{25} = 0,92 = \frac{92}{100} = 92\%$$

Nos 25 kg de bronze, temos 2 kg de estanho, o que nos dá a razão de 2 para 25. Representando na forma percentual, temos:

$$\frac{2}{25} = 0,08 = \frac{8}{100} = 8\%$$

Essas informações caracterizam, respectivamente, os teores de cobre e de estanho na liga metálica de bronze.

Teor de cobre: 92%

Teor de estanho: 8%

Veja agora dois casos de como podemos representar uma razão $\frac{a}{b}$ na forma percentual.

1º caso: O conseqüente b é um fator natural de 100.

• $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$
razão equivalente de conseqüente igual a 100

• $\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$
razão equivalente de conseqüente igual a 100

2º caso: O conseqüente b não é um fator natural de 100.

• $\frac{3}{8} = 0,375 = \frac{0,375 \cdot 100}{100} = \frac{37,5}{100} = 37,5\%$
forma decimal de $\frac{3}{8}$

• $\frac{7}{12} \approx 0,583 = \frac{0,583 \cdot 100}{100} = \frac{58,3}{100} = 58,3\%$
forma decimal aproximada de $\frac{7}{12}$

Uma razão escrita na forma percentual pode ser representada também na forma fracionária e na forma decimal. Veja:

• $35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} \rightarrow$ forma fracionária

• $160\% = \frac{160}{100} = \frac{8}{5} \rightarrow$ forma fracionária

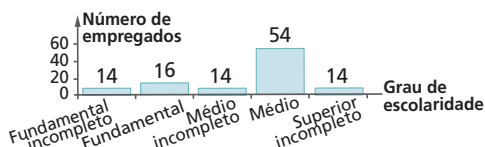
• $35\% = \frac{35}{100} = 0,35 \rightarrow$ forma decimal

• $160\% = \frac{160}{100} = 1,60 \rightarrow$ forma decimal

Responda às questões no caderno.

1. Expresse nas formas decimal e percentual cada uma das seguintes razões:
 a) $\frac{63}{100}$ 0,63; 63% c) $\frac{7}{50}$ 0,14; 14%
 b) $\frac{11,2}{100}$ 0,112; 11,2% d) $\frac{11}{16}$ 0,6875; 68,75%
2. Os números seguintes estão escritos na forma decimal; escreva-os na forma percentual.
 a) 0,42 42% d) 0,015 1,5%
 b) 0,08 8% e) 0,1125 11,25%
 c) 0,225 22,5% f) 0,007 0,7%
3. Em um dia de verão foram coletados em uma praia 600 kg de lixo. Desse total, 450 kg eram itens de plástico. A quantidade de itens de plástico representa quantos por cento do total de lixo recolhido na praia? 75%
4. Em um campeonato de futsal, uma equipe acumulou 26 pontos dos 80 disputados. Qual foi o aproveitamento desse time? Represente na forma percentual. 32,5%
5. O gráfico seguinte mostra o grau de escolaridade dos 112 empregados de uma empresa:

Escolaridade dos empregados



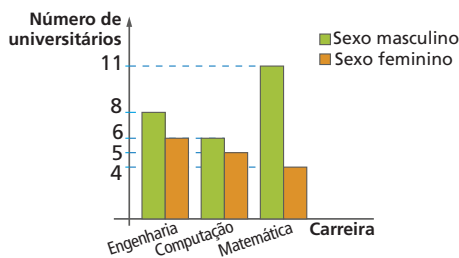
Aproximadamente 60,7%. Fonte: Dados fictícios.

De acordo com esses dados, quantos por cento dos empregados dessa empresa concluíram o Ensino Médio?

6. Uma empresa aceitou inscrições de estudantes universitários para estagiar

em seu setor técnico. O gráfico apresenta as carreiras dos universitários inscritos, por sexo.

Candidatos ao estágio (por carreira)



Fonte: Dados fictícios.

Observe o gráfico anterior e responda:

- a) Quantos universitários se inscreveram para fazer estágio? 40 universitários.
 - b) O número de universitários que escolheram a carreira de Matemática representa quantos por cento do total de inscritos? 37,5%
7. Observe, na tabela seguinte, o desempenho de Fernando em uma avaliação.

Resultado por componente curricular

Componente curricular	Número de questões propostas	Número de questões respondidas corretamente
Língua Portuguesa	40	34
Matemática	25	20
Física	15	9
Biologia	20	15

Fonte: Dados fictícios.

- a) De quantos por cento foi o aproveitamento de Fernando em cada componente curricular? Língua Portuguesa: 85%; Matemática: 80%; Física: 60% e Biologia: 75%.
- b) Em qual componente curricular o candidato teve:
 - melhor desempenho? Língua Portuguesa.
 - pior desempenho? Física.

Atividades

O objetivo destas atividades é levar os alunos a representarem e calcularem razões em situações diversas na forma decimal e percentual, consolidando o conceito de razão.

Estimular o diálogo entre os alunos para que possam expor suas dúvidas a respeito do conteúdo estudado.

Solicitar aos alunos que compreenderam os conceitos que auxiliem os colegas nas eventuais dúvidas que tenham. Caso não haja dúvidas, solicitar a eles que resolvam as atividades na lousa, assim todos podem ajudar e opinar a respeito da resolução.

Proporção

Ampliar a situação apresentada, propondo aos alunos que verifiquem se uma cidade de 120 000 habitantes, que conta com 200 médicos, segue a recomendação da OMS. Espera-se que eles comparem a razão médico por habitante dessa cidade com a recomendação da OMS de 1 para 1 000. Assim:

$$\frac{200}{120\,000} = \frac{1}{600}$$

Isso significa que há 1 médico para cada 600 habitantes.

Logo, essa cidade está em uma situação melhor do que recomenda a OMS, pois tem quase o dobro do número de médicos recomendado para cada grupo de 1 000 habitantes.



PROPORÇÃO

Acompanhe a situação.

A Organização Mundial da Saúde (OMS), órgão da ONU que trata dos temas ligados à saúde, recomenda **1 médico** para cada grupo de **1 000 habitantes**. Nessas condições, quantos médicos deveria ter uma cidade com 50 000 habitantes?

De acordo com a situação apresentada, organizamos a tabela:

Médicos por habitantes

Nº de habitantes	Nº de médicos
1 000	1
2 000	2
3 000	3
4 000	4
5 000	5
6 000	6
⋮	⋮
10 000	10
⋮	⋮
50 000	50

razão entre o número de médicos e o número de habitantes: $\frac{1}{1\,000}$

razão entre o número de médicos e o número de habitantes: $\frac{50}{50\,000} = \frac{1}{1\,000}$

Fonte: Organização Mundial da Saúde (OMS).

De acordo com a OMS, a cidade deveria ter 50 médicos.

Observe que as razões $\frac{1}{1\,000}$ e $\frac{50}{50\,000}$ são iguais.

Uma sentença matemática que expressa uma igualdade entre duas razões é chamada **proporção**.

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Então, a sentença $\frac{1}{1\,000} = \frac{50}{50\,000}$ é uma proporção.

Note que essas razões são dadas por frações equivalentes.

Responda às questões no caderno.

1. Um posto de combustíveis oferece um desconto aos clientes de R\$ 1,00 para cada 10 litros abastecidos com gasolina.

Litros	Desconto (em reais)
10	1
20	2
30	3
⋮	⋮



Bombas de combustíveis.

- a) Relacione o desconto para cada 10 litros até alcançar 100 litros.
 b) De quantos reais será o desconto para:
 • 40 litros? **R\$ 4,00** • 60 litros? **R\$ 6,00** • 90 litros? **R\$ 9,00**
 c) Um desconto de R\$ 10,00 corresponde a quantos litros de gasolina? **100 litros.**
 d) Para 420 litros de gasolina, de quanto será o desconto? **R\$ 42,00**
 e) Escreva todas as razões que podem ser estabelecidas a partir do quadro elaborado, ou seja:

- desconto de 1 real para 10 litros $\rightarrow \frac{1}{10}$
 • desconto de 2 reais para 20 litros $\rightarrow \frac{2}{10}$
 • desconto de 3 reais para 30 litros $\rightarrow \frac{3}{30}$

E assim por diante. $\frac{4}{40}; \frac{5}{50}; \frac{6}{60}; \frac{7}{70}; \frac{8}{80}; \frac{9}{90}; \frac{10}{100}$

- f) Comparando as 10 razões obtidas, a que conclusão você pode chegar?
Todas são iguais a $\frac{1}{10}$.

1. a)

Litros	Desconto (em reais)
40	4
50	5
60	6
70	7
80	8
90	9
100	10

Considere, agora, os números 6, 9, 12 e 18. Nessa ordem, temos:

- A razão do 1º para o 2º: $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ • A razão do 3º para o 4º: $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

Observe que a razão do primeiro para o segundo é igual à razão do terceiro para o quarto.

Assim, podemos escrever:

$$6 : 9 = 12 : 18 \text{ ou } \frac{6}{9} = \frac{12}{18}$$

Nesse caso, dizemos que os números 6, 9, 12 e 18, nessa ordem, formam uma proporção.

Quatro números racionais a , b , c e d , diferentes de zero, tomados nessa ordem, formam uma proporção quando: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $a : b = c : d$.
 Lê-se: a está para b , assim como c está para d .

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Pense e responda

Sugerir aos alunos que explorem esta seção em duplas, para estimular a troca de ideias, informações, e melhorar a compreensão do texto. Espera-se que eles compreendam que a cada 10 litros de

combustível haverá um desconto de R\$ 1,00.

Após a realização da atividade, solicitar aos alunos que relatem suas respostas e socializem suas ideias.

Apresentamos a seguir o quadro referente ao item a da questão da seção **Pense e responda**.

Litros	Desconto (em R\$)
10	1
20	2
30	3
40	4
50	5
60	6
70	7
80	8
90	9
100	10

Propor novas situações de proporções para os alunos. Lançar alguns desafios para que eles tenham que descobrir um dos números em uma proporção sem utilizar a propriedade fundamental das proporções, que será vista a seguir. Veja um exemplo.

1. Considere os números a seguir:

1,5 0,8 2,4

Com o auxílio de uma calculadora, determine o quarto número (x), de modo que as razões $\frac{1,5}{0,8}$ e $\frac{2,4}{x}$ formem uma proporção.

Resolução da atividade

Se essas duas razões formam uma proporção, devemos ter:

$$\frac{1,5}{0,8} = \frac{2,4}{x}$$

Como $\frac{1,5}{0,8} = \frac{1,5 \cdot 10}{0,8 \cdot 10} = \frac{15}{8} = 1,875$, o número x procurado é tal que $\frac{2,4}{x} =$

$$= 1,875, \text{ ou seja, } 2,4 : x = 1,875, \text{ ou ainda, } 1,875 \cdot x = 2,4.$$

Assim:

$$1,875 \cdot x = 2,4.$$

$$\frac{1,875 \cdot x}{1,875} = \frac{2,4}{1,875}$$

$$x = 1,28$$

Fazendo a verificação:

$$\frac{2,4}{1,28} = 1,875$$

Assim, conclui-se que $\frac{1,5}{0,8} = \frac{2,4}{1,28}$ é uma proporção.

AMPLIANDO

Livro

Sugerir a leitura do livro **Uma proporção ecológica** (coleção A descoberta da Matemática), de Luzia Faraco Ramos, no qual é possível explorar os conteúdos de razão, proporção, regra de três e porcentagem.

Selecione alguns capítulos para fazer a leitura em sala de aula, de acordo com os temas já desenvolvidos.

Propriedade fundamental das proporções

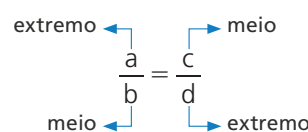
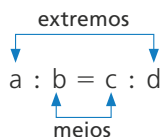
O objetivo destas páginas é apresentar aos alunos a propriedade fundamental das proporções para, em seguida, analisar se um par de razões dadas forma uma proporção.

Realizar a leitura da apresentação do conteúdo e das situações com os alunos, parando sempre que necessário para sanar eventuais dúvidas. Por ser um conceito bastante utilizado em situações cotidianas, é possível que os alunos tragam outros exemplos de situações envolvendo proporções. Aproveitar esse momento para estimular os alunos a expressar suas ideias para os demais colegas e, coletivamente, concluir se a situação apresentada é uma proporção de fato ou não.

Dessa forma, no exemplo dado, temos: 6 está para 9, assim como 12 está para 18.

Na proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos:

- Os números a , b , c e d são denominados **termos** da proporção.
- O primeiro e o quarto termos são denominados **extremos**, enquanto o segundo e o terceiro são denominados **meios**.



- Na proporção $\frac{1}{1000} = \frac{50}{50\,000}$, temos:

extremos: 1 e 50 000

meios: 1 000 e 50

- Na proporção $\frac{6}{9} = \frac{12}{18}$, temos:

extremos: 6 e 18

meios: 9 e 12

Propriedade fundamental das proporções

Voltando à proporção $\frac{1}{1000} = \frac{50}{50\,000}$, temos:

- produto dos extremos: $1 \cdot 50\,000 = 50\,000$
- produto dos meios: $1\,000 \cdot 50 = 50\,000$

Como vemos, nessa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Vamos, agora, considerar a proporção $\frac{6}{9} = \frac{12}{18}$, na qual temos:

- produto dos extremos: $6 \cdot 18 = 108$
- produto dos meios: $9 \cdot 12 = 108$

Também, nessa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Esse fato se repetirá sempre que tivermos uma proporção, que é conhecida como a **propriedade fundamental das proporções**:

De modo geral, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Arrows azuis apontam de 'a' e 'd' para o rótulo 'produto dos extremos' na base. Arrows azuis apontam de 'b' e 'c' para o rótulo 'produto dos meios' na base.

Veja algumas situações em que podemos aplicar a propriedade fundamental das proporções.

- 1** Usando a propriedade fundamental, verificar se os números 3, 7, 12 e 28 formam, nessa ordem, uma proporção.

Se considerarmos o primeiro e o quarto dos números (3 e 28) como extremos e o segundo e o terceiro números (7 e 12) como meios, temos:

$$\begin{aligned} &\bullet \text{ produto dos extremos: } 3 \cdot 28 = 84 \\ &\bullet \text{ produto dos meios: } 7 \cdot 12 = 84 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} &\bullet \text{ produto dos extremos: } 3 \cdot 28 = 84 \\ &\bullet \text{ produto dos meios: } 7 \cdot 12 = 84 \end{aligned}} \right\} 3 \cdot 28 = 7 \cdot 12 \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{12}{28}$$

Como o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, os números 3, 7, 12 e 28 formam, nessa ordem, uma proporção.

- 2** Sabendo que os números 6, 24, 5 e x formam, nessa ordem, uma proporção, determinar o valor de x .

$$\frac{6}{24} = \frac{5}{x} \quad \rightarrow \text{os números 6, 24, 5 e } x, \text{ nessa ordem, formam uma proporção}$$

$$6x = 5 \cdot 24 \quad \rightarrow \text{aplicando a propriedade fundamental das proporções}$$

$$6x = 120$$

$$x = \frac{120}{6}$$

O valor de x é 20.

- 3** Qual é o valor de x na igualdade

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{1}{2}, \text{ com } x \neq 2?$$

Na igualdade, temos:

$$\bullet \text{ extremos: } x+1 \text{ e } 2$$

$$\bullet \text{ meios: } x-2 \text{ e } 1$$

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot (x+1) = 1 \cdot (x-2) \quad \rightarrow \text{aplicando a propriedade fundamental das proporções}$$

$$2x + 2 = x - 2$$

$$2x - x = -2 - 2$$

$$x = -4$$

O valor de x (raiz da equação) é -4 .

- 4** Na Escola do Bairro, para cada 4 meninas há 5 meninos estudando. Se há 580 meninos matriculados, quantos alunos estudam na Escola do Bairro?

Se representarmos por x o número de meninas, podemos formar a proporção:

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{580}$$

$$5 \cdot x = 4 \cdot 580 \quad \rightarrow \text{aplicando a propriedade fundamental das proporções}$$

$$5x = 2320$$

$$x = \frac{2320}{5}$$

$$x = 464 \quad \rightarrow \text{número de meninas que estudam na Escola do Bairro}$$

$$464 + 580 = 1044 \quad \rightarrow \text{total de alunos}$$

Na Escola do Bairro, estudam 1 044 alunos.

Ressaltar para os alunos que, ao aplicar a propriedade fundamental das proporções, eles obtêm equações polinomiais do 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, e que, para resolvê-las, utilizarão as propriedades da igualdade que já estudaram. Se julgar necessário, explicitar na lousa o uso de tais propriedades na resolução das situações apresentadas, como mostrado a seguir.

- Resolução da equação obtida na **situação 2**:

$$6x = 120$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{120}{6}$$

$$x = 20$$

- Resolução da equação obtida na **situação 3**:

$$2x + 2 = x - 2$$

$$2x + 2 - x = x - 2 - x$$

$$2x - x + 2 = x - x - 2$$

$$x + 2 = -2$$

$$x + 2 - 2 = -2 - 2$$

$$x = -4$$

Outro procedimento para ressaltar é a simplificação das frações sempre que possível, visando obter cálculos mais simples. Como exemplo, apresentar outra maneira de resolver a equação da **situação 2**:

$$\frac{6}{24} = \frac{5}{x}$$

Simplificando a fração $\frac{6}{24}$, temos $\frac{1}{4}$. Assim:

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{x}$$

$$x = 5 \cdot 4$$

$$x = 20$$

Atividades

Estas atividades têm como objetivo ampliar e consolidar os conhecimentos que os alunos construíram sobre proporções e aplicar a propriedade fundamental das proporções em situações variadas.

Pedir aos alunos que as resolvam em duplas para facilitar a troca de ideias e informações. Incentivar a consulta ao livro e às anotações feitas no caderno sempre que surgir alguma dúvida, estimulando, assim, a autonomia e a confiança dos alunos.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 314

Responda às questões no caderno.

1. São dados, em cada item, quatro números em uma determinada ordem. Use a propriedade fundamental das proporções e verifique se esses números, na ordem dada, formam uma proporção:

a) 8; 20; 32; 80 **Sim.** c) 1,2; 6; 7,2; 36 **Sim.**
b) 150; 50; 12; 4 **Sim.** d) 5; 6; 1,5; 2,4 **Não.**

2. Os números x ; 10,5; 24 e 15 formam, nessa ordem, uma proporção.

a) Qual é o valor do número x ? **16,8**
b) Elabore um problema cuja resolução envolva essa proporção. **Resposta pessoal.**

3. Calcule o valor de x em cada uma das proporções:

a) $\frac{x}{3} = \frac{8}{12}$ **2** d) $\frac{x+6}{-30} = \frac{2}{x-6}$
b) $\frac{2,1}{7} = \frac{x}{10}$ **3** e) $\frac{1}{5} = \frac{x-6}{x+1,5}$ **7,875**
c) $\frac{2}{15} = \frac{3}{2x}$ **11,25** f) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{x}}{\frac{2}{9}}$

4. São dadas as igualdades:

$$\frac{x+1}{5} = \frac{2x+6}{15} \quad \frac{3y-10}{5y+2} = \frac{10}{5}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, calcule o valor de $x + y$. **1**

5. Sabendo que $\frac{2}{x+5} = 4$, calcule o valor de $\frac{3}{x+6}$. **2**

6. Os números dados formam, nessa ordem, uma proporção. Determine o valor de $x \cdot y$. **80**

• 8, 20, 40, x • 1,8; 0,6; 2,4; y

7. Em uma pequena comunidade constatou-se que, de cada 7 crianças, 2 possuíam olhos azuis. Sabendo que na comunidade havia 91 crianças, quantas possuíam olhos azuis? **26 crianças.**

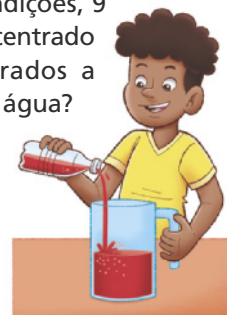
8. Em determinada hora do dia, a razão entre a altura de um bastão, fixado verticalmente no chão, e a sombra que ele projeta é de 5 para 3. Se a sombra mede 72 cm, qual é a altura desse bastão em metros? **1,2 m**



DAMI MOTA

9. Uma pesquisa mostrou que na cidade X existe 1 médico para cada grupo de 1 600 habitantes. Se nessa cidade X há 30 médicos, quantos habitantes tem essa cidade? **48 000 habitantes.**

10. Para fazer um refresco, mistura-se suco concentrado com água na razão de 3 para 5. Nessas condições, 9 copos de suco concentrado devem ser misturados a quantos copos de água? **15 copos de água.**



MARCOS MACHADO

- 11.** O desenho representa o esquema de um bairro de uma cidade que está sendo planejado. As flechas indicam o sentido das mãos do tráfego e cada quadra é um terreno quadrado onde cada lado mede 200 metros.



Considerando que tempo gasto = $\frac{\text{distância percorrida}}{\text{velocidade média}}$, desconsiderando a largura das ruas, sabe-se que um ônibus demora, em média, 0,025 horas para ir, pelo caminho mais curto possível, do ponto x até o ponto y. De acordo com os dados, qual é a velocidade média do ônibus em km/h? **40 km/h**

- 12.** Em uma receita de bolo, são necessários 2 ovos para cada 0,5 kg de farinha utilizada. Quantos ovos serão necessários para 2 kg de farinha? **8 ovos.**



Desafio

Para a realização desta atividade, solicitar aos alunos que identifiquem as medidas das bases e das alturas dos retângulos para, em seguida, montar a proporção corretamente.

Resolução do desafio

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{3}{6} &= \frac{4}{x} \\ 3x &= 6 \cdot 4 \\ 3x &= 24 \\ x &= \frac{24}{3} \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Portanto, a base do retângulo II mede 8 cm.

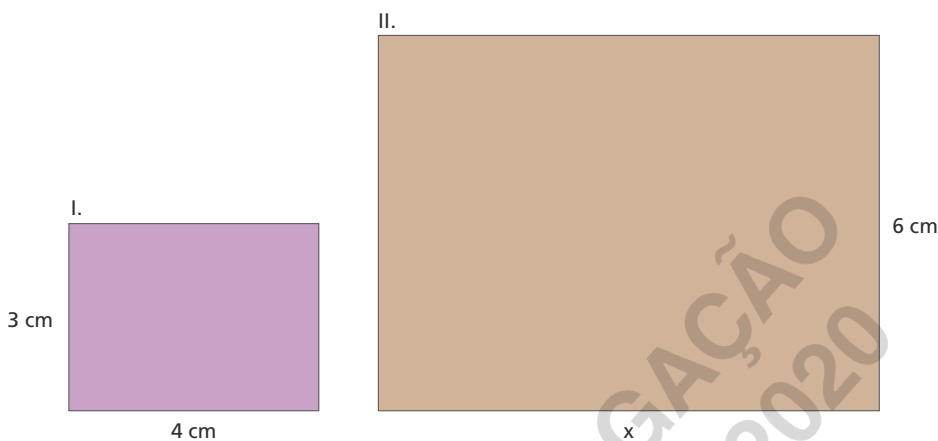
$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \text{Área do retângulo I:} \\ 3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} &= 12 \text{ cm}^2 \\ \text{Área do retângulo II:} \\ 6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} &= 48 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{c)} \quad \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

Espera-se que os alunos concluam que a área do retângulo II é quatro vezes maior do que a área do retângulo I.

DESAFIO

- 13.** Observe os dois retângulos a seguir:



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Sabendo que a razão entre as bases dos retângulos é igual à razão entre suas alturas, calcule:

- a)** a medida da base do retângulo II. **8 cm.**
b) as áreas dos retângulos I e II em metros. **12 m²; 48 m².**
c) a razão entre as áreas dos retângulos. O que podemos concluir?
 $\frac{1}{4}$; Resposta possível: a área do retângulo II é quatro vezes a área do retângulo I.

Números diretamente proporcionais

A situação desta página apresenta o conceito de números diretamente proporcionais. Ler com os alunos e verificar se eles compreendem adequadamente o conceito.

Pense e responda

A atividade desta seção tem como objetivo verificar a percepção dos alunos a respeito do conceito de números diretamente proporcionais. Mesmo sem o conceito ter sido apresentado formalmente, é possível que os alunos consigam responder às questões utilizando raciocínio lógico.

Números diretamente proporcionais

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 315

Responda às questões no caderno.

1. Em cada uma das cenas aparecem pessoas chegando em um chá de bebê. Cada pessoa convidada levou dois pacotes de fraldas. Observe:



- a) É correto afirmar que, quanto maior for o número de pessoas no chá de bebê, maior será o número de pacotes de fraldas? **Sim.**
- b) Chegaram 6 convidados. Quantos pacotes de fraldas eles levaram? **12 pacotes de fraldas.**
- c) Se tivesse chegado o dobro de convidados, quantos pacotes de fraldas levariam? Comparando com a quantidade do item anterior, o que aconteceu? **24 pacotes de fraldas. O número de pacotes também dobrou.**

Considere a situação a seguir:

- 1 Uma torneira é aberta para encher um reservatório. De tempos em tempos, a altura da água no reservatório é medida, e os resultados dessas medições encontram-se na tabela a seguir.

Enchendo um reservatório de água

Tempo (em min)	Altura da água (em cm)
10	12
15	18
20	24
25	30
30	36

Fonte: Dados fictícios.

Vamos observar o que ocorre quando consideramos a razão entre um número da 1ª coluna e o seu correspondente na 2ª coluna da tabela:

$\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

$\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$

$\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

$\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

$\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

Observe que todas essas razões são iguais:

$$\frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

Os números racionais x , y e z são **diretamente proporcionais** aos números racionais a , b e c , quando se tem: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

Veja alguns exemplos:

- 1** Os números 6, x e y são diretamente proporcionais aos números 4, 8 e 20. Nessas condições, vamos determinar os valores de x e y .

Para que 6, x e y sejam diretamente proporcionais a 4, 8 e 20, devemos ter:

$$\frac{6}{4} = \frac{x}{8} = \frac{y}{20}$$

Daí, temos:

- $\frac{6}{4} = \frac{x}{8} \Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{4} \Rightarrow x = 12$
- $\frac{6}{4} = \frac{y}{20} \Rightarrow 4y = 120 \Rightarrow y = \frac{120}{4} \Rightarrow y = 30$

Assim, $x = 12$ e $y = 30$.

- 2** Um barbante com 200 cm de comprimento é dividido em três partes com comprimentos diretamente proporcionais aos números 3, 5 e 2. Qual o comprimento de cada pedaço?

Vamos representar os comprimentos dos pedaços por a , b e c , tais que:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{2} = x$$

Quando isso acontece, dizemos que os números da 1ª coluna são **diretamente proporcionais** aos números correspondentes da 2ª coluna.



Podemos escrever:

- $\frac{a}{3} = x \Rightarrow a = 3x$
- $\frac{b}{5} = x \Rightarrow b = 5x$
- $\frac{c}{2} = x \Rightarrow c = 2x$

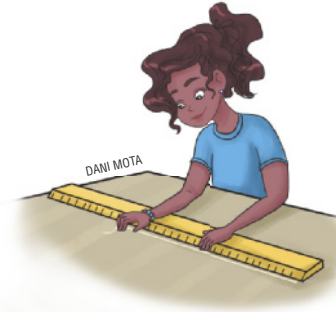
Como a soma das três partes deve totalizar 200, temos:

$$\begin{array}{rclcl} a & + & b & + & c & = & 200 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 3x & + & 5x & + & 2x & = & 200 \\ 10x & = & 200 & \Rightarrow & x & = & \frac{200}{10} \Rightarrow x = 20 \end{array}$$

As partes procuradas são:

$$\begin{cases} a = 3x = 3 \cdot (20) = 60 \\ b = 5x = 5 \cdot (20) = 100 \\ c = 2x = 2 \cdot (20) = 40 \\ 60 + 100 + 40 = 200 \end{cases}$$

Os comprimentos dos pedaços de barbante são 60 cm, 100 cm e 40 cm.



AMPLIANDO

Atividades complementares

- 1.** Verificar se os números 4, 10 e 30 são diretamente proporcionais aos números 8, 20 e 60.

Resolução da atividade

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

Como $\frac{4}{8} = \frac{10}{20} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$, podemos dizer que os números 4, 10 e 30 são diretamente proporcionais aos números 8, 20 e 60.

- 2.** Verificar se os números 7, 10 e 13 são diretamente proporcionais aos números 21, 30 e 52.

Resolução da atividade

$$\frac{7}{21} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

Como $\frac{7}{21} = \frac{10}{30} \neq \frac{13}{52}$, podemos dizer que os números 7, 10 e 13 não são diretamente proporcionais aos números 21, 30 e 52.

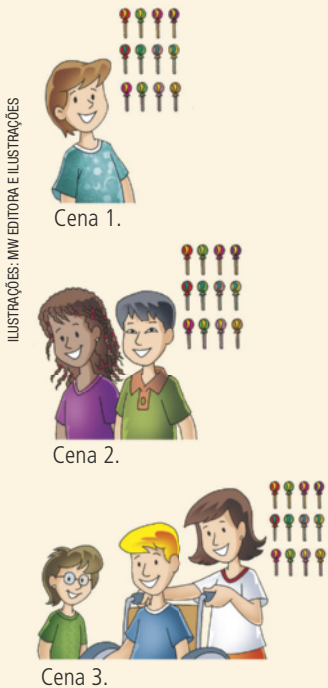
SAIBA QUE

Precisão é o grau de variação de resultados de uma medição. Todo instrumento de medida tem um grau de precisão (maior ou menor, dependendo do tipo e de quem efetua a medida). Por isso, as medidas que realizamos são sempre aproximações da medida exata.

Números inversamente proporcionais

Ler a situação e o exemplo apresentados nesta página e verificar com os alunos se eles apresentam alguma dúvida relacionada ao conceito de números inversamente proporcionais. Para complementar e auxiliar na compreensão do conteúdo, apresentar a situação a seguir e realizar um debate com os alunos a partir das questões propostas.

Em cada cena, 12 pirulitos serão distribuídos igualmente entre as pessoas presentes. Não podem sobrar pirulitos. Observe as cenas e responda às questões.



- a) Observe cada cena e diga quantos pirulitos cada pessoa receberá em cada situação.
- b) É correto afirmar que, quanto maior for o número de pessoas, menor será o número de pirulitos que cada uma receberá?
- c) Se houvesse uma quarta cena, com 4 pessoas e a mesma quantidade de pirulitos a ser distribuída, quantos pirulitos cada uma receberia?
- d) E se o número de pessoas da cena 3 dobrasse, quantos pirulitos cada uma receberia? Comparando com a quantidade que cada um recebeu na cena 3, o que aconteceu?

Números inversamente proporcionais

Considere a seguinte situação:
Uma bolinha deve se deslocar de um ponto A até um ponto B. A velocidade da bolinha e o tempo correspondente que ela gasta nesse deslocamento estão indicados na tabela seguinte:

Deslocamento	
Velocidade (em m/s)	Tempo (em s)
2	60
4	30
6	20
8	15

Fonte: Dados fictícios.

Pela tabela, vemos, por exemplo, que, dobrando a velocidade, o tempo se reduz à metade.
Observe o que ocorre quando consideramos o produto de um número da 1ª coluna pelo seu correspondente na 2ª coluna da tabela:

$2 \cdot 60 = 120$

$6 \cdot 20 = 120$

$4 \cdot 30 = 120$

$8 \cdot 15 = 120$

Note que todos os produtos são iguais: $2 \cdot 60 = 4 \cdot 30 = 6 \cdot 20 = 8 \cdot 15 = 120$.

Os números racionais x , y e z são **inversamente proporcionais** aos números racionais a , b e c , quando se tem: $x \cdot a = y \cdot b = z \cdot c$.

Veja o exemplo a seguir.
Os números x , y , 2 e z são inversamente proporcionais aos números 6 , 10 , 15 e 60 . Quais são os números x , y e z ?

$$x \cdot 6 = y \cdot 10 = 2 \cdot 15 = z \cdot 60$$
$$6x = 10y = 30 = 60z$$

Daí, obtemos:

$6x = 30$
$$x = \frac{30}{6}$$
$$x = 5$$

$10y = 30$
$$y = \frac{30}{10}$$
$$y = 3$$

$60z = 30$
$$z = \frac{30}{60}$$
$$z = \frac{1}{2}$$

Portanto, $x = 5$, $y = 3$ e $z = \frac{1}{2}$.

- Respostas:
- a) Espera-se que os alunos identifiquem que a criança da cena 1 receberá os 12 pirulitos; na cena 2, cada pessoa receberá 6 pirulitos; e, na cena 3, serão 4 pirulitos cada um.
 - b) Espera-se que os alunos reconheçam que sim.
 - c) Espera-se que os alunos identifiquem que cada pessoa receberia 3 pirulitos.
 - d) Respostas esperadas: Nesse caso, cada pessoa receberia 2 pirulitos. Fazendo a comparação, verifica-se que o número de pirulitos recebidos foi reduzido à metade.

Estimular os alunos a pensar em outras situações do cotidiano em que seja possível perceber grupos de números direta e inversamente proporcionais.

Incentivar a troca de ideias e conhecimentos relacionados ao tema em estudo, uma vez que a troca de experiências é um dos caminhos para se estabelecer a aprendizagem.

Responda às questões no caderno.

- Verifique se, na ordem em que são apresentados, os números em azul são diretamente proporcionais aos números em verde.
 - 21 12 27 7 4 9 Sim.
 - 4 9 7 16 36 28 Sim.
 - 6 12 18 14 7 4 Não.
 - 1,5 1,2 10,5 2,5 2 16,5 Não.
- Os números 7, 2 e 35 são inversamente proporcionais aos números 50, 175 e 10, respectivamente. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? Verdadeira.
- Sabe-se que os números x , y e 32 são diretamente proporcionais aos números 80, 55 e 160. Qual é o valor da expressão $x + y$? 27
- Os números x , 30 e 10 são inversamente proporcionais aos números 3, 12 e y . Nessas condições, determine o valor de $x - y$. 84
- Quando você divide 420 em três parcelas diretamente proporcionais aos números 3, 7 e 4, você encontra os números a , b e c . Qual é o valor da expressão $a - b + c$? Zero.
- Divida o número 380 em três parcelas que sejam inversamente proporcionais aos números 2, 5 e 4. Quais são essas parcelas? 200, 80 e 100.
- Um prêmio de R\$ 4 600,00 foi dividido entre três funcionários de uma empresa em partes inversamente proporcionais aos seus salários.
 - Valdir recebe 5 salários mínimos;
 - Gustavo recebe 8 salários mínimos;
 - Roberto recebe 4 salários mínimos.
 Quanto coube de prêmio a cada um?
 Valdir: R\$ 1 600,00; Gustavo: R\$ 1 000,00;
 Roberto: R\$ 2 000,00.

- João: 176 g; Roberta: 144 g; Tomas: 80 g
- Uma barra de chocolate, com 400 g, foi dividida entre João, Roberta e Tomas, em partes diretamente proporcionais às suas idades. Se João tem 11 anos, Roberta tem 9 anos e Tomas tem 5 anos, quantos gramas de chocolate coube a cada um?
 - Um treino de vôlei de um time feminino tem 180 minutos de duração e foi dividido em três partes:



Treino de vôlei. Foto tirada em 2015.

- 1ª parte: preparação física;
 - 2ª parte: treino de jogadas ensaiadas e bloqueios;
 - 3ª parte: treino coletivo.
- Sabendo que os tempos de cada uma das partes são diretamente proporcionais aos números 3, 7 e 2, quantos minutos durou a parte do treino relativa a:
- preparação física? 45 minutos.
 - jogadas ensaiadas e bloqueios? 105 minutos.
 - coletivo? 30 minutos.
- A quantia de R\$ 144 000,00 foi repartida em partes inversamente proporcionais ao número de funcionários de duas filiais de uma multinacional. Se a filial A tem 100 empregados e a filial B tem 125, qual foi o valor que recebeu cada filial?
 Filial A: R\$ 80 000,00; Filial B: R\$ 64 000,00.

219

Resolução da atividade

$$120 \cdot 2 = 240$$

$$30 \cdot 8 = 240$$

$$16 \cdot 15 = 240$$

Como $120 \cdot 2 = 30 \cdot 8 = 16 \cdot 15 = 240$, os números 120, 30 e 16 são inversamente proporcionais aos números 2, 8 e 15.

2. Dividir o número 620 em três parcelas que são inversamente proporcionais aos números 5, 2 e 3. Quais são os valores dessas parcelas?

Resolução da atividade

Vamos representar as parcelas por a , b e c e, como queremos que sejam inversamente proporcionais aos números 5, 2 e 3, temos que $a \cdot 5 = b \cdot 2 = c \cdot 3 = x$.

Separando as equações e isolando a , b e c em cada uma delas, temos:

$$5a = x$$

$$a = \frac{x}{5}$$

$$2b = x$$

$$b = \frac{x}{2}$$

$$3c = x$$

$$c = \frac{x}{3}$$

Como a soma das três parcelas é 620, temos:

$$a + b + c = 620$$

Substituindo as expressões de a , b e c determinadas anteriormente e resolvendo a equação, temos:

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 620$$

$$\frac{6x}{30} + \frac{15x}{30} + \frac{10x}{30} = \frac{18600}{30}$$

$$6x + 15x + 10x = 18600$$

$$31x = 18600$$

$$x = \frac{18600}{31}$$

$$x = 600$$

Substituindo o valor de x nas expressões de a , b e c , obtemos:

$$a = \frac{x}{5} = \frac{600}{5} = 120$$

$$b = \frac{x}{2} = \frac{600}{2} = 300$$

$$c = \frac{x}{3} = \frac{600}{3} = 200$$

Portanto, as parcelas procuradas são 120, 300 e 200.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Nas atividades desta página o aluno verificará os conhecimentos adquiridos para reconhecer quando dois grupos de números são direta ou inver-

samente proporcionais e para resolver problemas.

Caso apresentem dificuldade na resolução destas atividades, sugerir que os alunos realizem-nas em duplas, a fim de favorecer a troca de ideias e o auxílio mútuo.

AMPLIANDO

Atividades complementares

1. Verificar se os números 120, 30 e 16 são inversamente proporcionais aos números 2, 8 e 15.

Grandezas diretamente proporcionais

O objetivo desta página é apresentar aos alunos o conceito de grandezas diretamente proporcionais. Espera-se que eles utilizem o que já sabem a respeito de números diretamente proporcionais para compreender este conteúdo.

Ler com os alunos a situação e as explicações apresentadas na página e pedir que apresentem outros exemplos de situações envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

Grandezas diretamente proporcionais

Considere a seguinte situação:

Jaime trabalha organizando churrascos e a quantidade de carne, em quilogramas, que ele compra varia de acordo com a quantidade de convidados. Acompanhe na tabela a seguir.

Analisando a tabela, você pode notar que:

- se o número de convidados duplica, a quantidade de carne também duplica;
- se o número de convidados triplica, a quantidade de carne também triplica.

As duas grandezas aqui envolvidas (o número de convidados e a quantidade de carne) são chamadas **grandezas diretamente proporcionais**.

Quantidade de carne	
Número de convidados	Carne comprada (em kg)
50	10
100	20
150	30

Fonte: Dados fictícios.

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica, e assim por diante.

Vejamos o que ocorre com os números da situação anterior, que expressam **duas grandezas diretamente proporcionais**:

- Quando o número de convidados passa de 50 para 100, dizemos que varia na razão $\frac{50}{100}$.
Enquanto isso, a quantidade de carne comprada passa de 10 kg para 20 kg e varia na razão $\frac{10}{20}$.
Você vai notar que as duas razões são iguais:
- Quando o número de convidados passa de 50 para 150, dizemos que varia na razão $\frac{50}{150}$.
Enquanto isso, a quantidade de carne comprada passa de 10 kg para 30 kg e varia na razão $\frac{10}{30}$.
Você vai notar que essas duas razões também são iguais:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \\ \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \frac{50}{100} = \frac{10}{20}$$
$$\left. \begin{array}{l} \frac{50}{150} = \frac{1}{3} \\ \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \frac{50}{150} = \frac{10}{30}$$

Quando duas grandezas variam sempre na mesma razão, dizemos que essas grandezas são **diretamente proporcionais**.

Outra situação que envolve grandezas diretamente proporcionais é, por exemplo a quantidade de tinta que usamos para pintar uma parede. Ela é diretamente proporcional à área a ser pintada: duplicando-se a área, gasta-se o dobro de tinta; triplicando-se a área, gasta-se o triplo de tinta.

Grandezas inversamente proporcionais

Assim como feito na página anterior, nesta página o conceito de grandezas inversamente proporcionais é apresentado e explicado a partir de uma situação.

Após realizar a leitura do conteúdo, promover o debate com os alunos para que eles apresentem outras situações envolvendo grandezas inversamente proporcionais e comparem com as situações relacionadas a grandezas diretamente proporcionais. Questionar quais são as semelhanças e diferenças em cada um dos casos para que eles consigam reconhecer quando duas grandezas são direta ou inversamente proporcionais ou não são proporcionais.

Estimular os alunos a verbalizarem suas dúvidas para a turma e, também, a tentarem sanar as dúvidas dos colegas.

Grandezas inversamente proporcionais

Considere a seguinte situação:

Uma escola tem 48 livros para distribuir igualmente entre os vencedores de uma gincana escolar. Se os vencedores forem dois alunos, cada um deles receberá 24 livros. Se forem quatro alunos, cada um receberá 12 livros. E se forem seis alunos, cada um receberá 8 livros. Vamos colocar esses dados na tabela seguinte:

Distribuição dos livros	
Número de alunos vencedores	Número de livros distribuídos a cada aluno
2	24
4	12
6	8

Fonte: Dados fictícios.



Analisando a tabela, você pode notar que:

- se o número de alunos vencedores duplica, o número de livros distribuídos para cada aluno cai para a metade;
- se o número de vencedores triplica, o número de livros distribuídos para cada aluno cai para a terça parte.

As duas grandezas aqui envolvidas (o número de alunos vencedores e o número de livros que serão distribuídos a cada aluno) são chamadas **grandezas inversamente proporcionais**.

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando, dobrando uma delas, a outra se reduz para a metade; triplicando uma delas, a outra se reduz para a terça parte, e assim por diante.

Vejamos o que ocorre com os números que expressam duas grandezas inversamente proporcionais:

- Quando o número de alunos passa de 2 para 4, dizemos que varia na razão $\frac{2}{4}$. Enquanto isso, o número de livros passa de 24 para 12 e varia na razão $\frac{24}{12}$.

Você vai notar que essas razões não são iguais; elas são inversas, ou seja:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{24}{12} = \frac{2}{1} \end{array} \right\} \frac{1}{2} \text{ e } \frac{2}{1} \text{ são razões inversas.}$$

Atividades

O objetivo destas atividades é aplicar e consolidar a aprendizagem construída a respeito de grandezas proporcionais.

Um exemplo de situação em que temos grandezas proporcionais é na produção de pães franceses em uma padaria. O tempo de produção dos pães é proporcional à quantidade de pães produzidos. Outra relação possível são as quantidades dos ingredientes da massa e o rendimento da receita, ou seja, quantos pães aquela receita produz.

Para ampliar o estudo, verificar a possibilidade de os alunos, acompanhados dos responsáveis da escola, visitarem uma padaria para conhecer o processo de produção dos pães franceses. Se a padaria visitada permitir, os alunos podem colher dados da produção da padaria, como quantidade de pães produzidos em uma fornada e tempo de produção, ou até mesmo a receita utilizada para a produção do pão e seu rendimento. A partir dessas informações, no retorno para a escola, é possível realizar algumas análises dos dados obtidos. Algumas investigações que podem ser feitas são:

- As grandezas tempo para produzir os pães e a quantidade de pães produzidos são proporcionais?
- Se sim, são diretamente ou inversamente proporcionais? Qual é a razão dessa proporção?
- Qual é o rendimento da receita de pão da padaria?
- Caso o padeiro queira fazer metade da quantidade de pães, quanto de cada ingrediente ele deve utilizar?

Caso não seja possível realizar a visita à padaria, solicitar aos alunos que façam uma pesquisa na internet a respeito da produção de pães, receitas utilizadas etc. Desse modo, as análises poderão ser feitas com os dados encontrados na pesquisa.

- Quando o número de alunos passa de 2 para 6, dizemos que varia na razão $\frac{2}{6}$. Enquanto isso, o número de livros passa de 24 para 8 e varia na razão $\frac{24}{8}$.

Você vai notar que essas razões também não são iguais; elas são inversas.

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$
$$\frac{24}{8} = \frac{3}{1}$$

$$\left. \vphantom{\frac{2}{6} = \frac{1}{3}} \right\} \frac{1}{3} \text{ e } \frac{3}{1} \text{ são razões inversas.}$$

Quando duas grandezas variam uma na razão inversa da outra, dizemos que essas grandezas são **inversamente proporcionais**.

Outra situação que envolve grandezas inversamente proporcionais é, por exemplo, o tempo que se leva para encher um tanque, que é inversamente proporcional à vazão da água na torneira: dobrando-se a vazão da água, o tempo gasto para encher o tanque diminui pela metade.

ATIVIDADES

Resoluções na p. 316

Responda às questões no caderno.

1. A tabela a seguir relaciona a produção (em unidades) de uma mercadoria com o tempo de funcionamento da máquina que a produz.

Produção industrial	
Produção	Tempo
600	4 horas
1 500	10 horas

Fonte: Dados fictícios.

Observe a tabela e responda:

- $\frac{2}{5}$ a) Quando a produção passa de 600 unidades para 1 500 unidades, varia em que razão?
- $\frac{2}{5}$ b) Quando o tempo passa de 4 horas para 10 horas, varia em que razão?
- c) Como são as razões obtidas? São iguais.

- d) Essas grandezas (produção e tempo) são diretamente proporcionais? Sim.

2. Observe a tabela e responda às questões.

Fertilização da plantação

Área do pomar	Quantidade de fertilizante
15 000 m ²	30 kg
20 000 m ²	40 kg

Fonte: Dados fictícios.

A tabela relaciona a área de um pomar e a quantidade utilizada de determinado fertilizante orgânico.

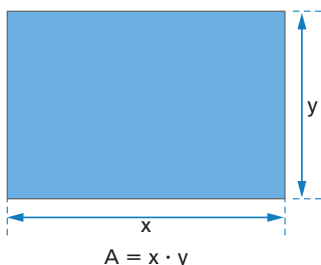
- $\frac{3}{4}$ a) Quando a área passa de 15 000 m² para 20 000 m², varia em que razão?
- $\frac{3}{4}$ b) Quando a quantidade de fertilizante passa de 30 kg para 40 kg, varia em que razão?

- c) Qual a quantidade (em kg) de fertilizantes necessária para um pomar com área de 30 000 m²? E para um pomar de 40 000 m²? **60 kg e 80 kg.**

- d) Como podemos classificar as grandezas envolvidas nesse problema?

Grandezas diretamente proporcionais.

3. A área de um retângulo é obtida multiplicando-se o valor que expressa o comprimento pelo valor que expressa a largura. Responda aos itens a seguir.



Em um retângulo com 40 cm de comprimento:

- a) Qual a área desse retângulo, se a largura for 8 cm? **320 cm²**
b) Qual a área desse retângulo, se a largura for 6 cm? **240 cm²**

- $\frac{4}{3}$ c) Quando a largura passa de 8 cm para 6 cm, varia em que razão?

- $\frac{4}{3}$ d) As áreas obtidas nos itens a e b variam em que razão?

- e) As razões obtidas entre os comprimentos e as áreas são iguais ou inversas?

- f) Se dois retângulos têm o mesmo comprimento, a largura e a área são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais? **São grandezas diretamente proporcionais.**

4. Um ônibus faz o percurso da Praça Central até a praça de um bairro. Um fiscal registrou as velocidades do ônibus e o tempo gasto nos percursos de ida e volta:

Registro dos percursos

Velocidade	Tempo
50 km/h	96 min
60 km/h	80 min

Fonte: Dados fictícios.

5. b) Diretamente proporcionais, porque, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica; e assim por diante.

5. a) Distância percorrida (em km) e consumo de gasolina (em litros).

- $\frac{6}{5}$ a) Quando a velocidade passou de 60 km/h para 50 km/h, variou em que razão?

- $\frac{5}{6}$ b) Quando o tempo gasto no percurso passou de 80 min para 96 min, variou em que razão?

- c) Se a velocidade média do ônibus fosse de 30 km/h, qual seria o tempo gasto no percurso de ida e volta? **160 min**

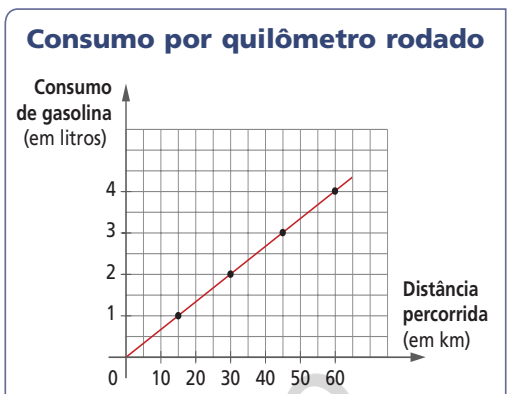
- d) A velocidade do ônibus e o tempo gasto nos percursos são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais?

São grandezas inversamente proporcionais.

DESAFIO

5. Reúna-se com um colega e resolva o problema a seguir.

Fabrício comprou um carro popular cuja principal característica é o baixo consumo de gasolina por quilômetro rodado. Observe o gráfico que relaciona o consumo de gasolina com as distâncias percorridas.



Fonte: Dados fictícios.

Analise o gráfico e responda:

- a) Quais as grandezas envolvidas?
b) Essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Por quê?
c) Quantos quilômetros o carro de Fabrício percorre em uma viagem consumindo 7 litros de gasolina? **105 km**
d) Depois de percorrer 90 quilômetros, qual o consumo de combustível? **6 litros.**
e) Organizem uma tabela com valores diferentes, relacionando as duas grandezas envolvidas. **Resposta pessoal.**

das grandezas, a outra também dobra; ao triplicar uma delas, a outra também triplica; e assim por diante. Portanto, essas grandezas são diretamente proporcionais.

Para os itens c e d, os alunos devem aplicar o conceito de grandezas diretamente proporcionais, montando uma proporção válida, utilizando para isso pares de valores conhecidos que já observaram no gráfico. Por exemplo, escolhendo o par 15 km e 1 litro, temos:

$$c) \frac{15}{1} = \frac{x}{7}$$

$$x = 7 \cdot 15$$

$$x = 105$$

Portanto, o carro de Fabrício percorre 105 km consumindo 7 litros de gasolina.

$$d) \frac{15}{1} = \frac{90}{y}$$

$$15y = 90$$

$$y = \frac{90}{15}$$

$$y = 6$$

Portanto, o consumo de combustível para percorrer 90 quilômetros é de 6 litros.

Ressaltar aos alunos que qualquer um dos pares de valores correspondentes observados no gráfico poderia ser utilizado para formar a proporção e calcular os valores solicitados.

Desafio

A atividade visa explorar a ideia de grandezas proporcionais relacionadas a um gráfico.

No item a, espera-se que os alunos identifiquem (pelo texto ou no gráfico) que as grandezas envolvidas são: distância percorrida (em quilômetros) e consumo de gasolina (em litros).

No item b, os alunos podem verificar que as grandezas são diretamente proporcionais observando pares de valores correspondentes no gráfico. Por exemplo:

- quando a distância percorrida é 15 km, o consumo de gasolina é de 1 litro;
- quando a distância percorrida é 30 km, o consumo de gasolina é de 2 litros;
- quando a distância percorrida é 45 km, o consumo de gasolina é de 3 litros;
- quando a distância percorrida é 60 km, o consumo de gasolina é de 4 litros.

Assim, os alunos podem perceber que, ao dobrar uma

Assim, os alunos podem perceber que, ao dobrar uma

Regra de três simples

Nestas páginas são apresentadas algumas situações que podem ser resolvidas com o uso da regra de três. Verificar se os alunos compreendem a relação entre a regra de três e os conceitos de grandezas e números direta e inversamente proporcionais estudados anteriormente.

A regra de três simples consiste em observar a variação de duas grandezas dependentes e aplicar o conceito de grandezas proporcionais:

- ao concluir que as grandezas variam de forma direta (ou seja, que são diretamente proporcionais), os alunos devem montar a proporção levando em consideração que as razões entre os valores correspondentes das grandezas sejam iguais;
- ao concluir que as grandezas variam de forma inversa (ou seja, que são inversamente proporcionais), os alunos devem montar a proporção levando em consideração que a razão entre os valores de uma grandeza é igual à razão inversa entre os valores correspondentes da outra grandeza.

Por exemplo: para fazer um percurso a 25 km/h, um carro leva 2 horas; para fazer o mesmo percurso a 30 km/h, qual será o tempo gasto?

Verificando que as grandezas velocidade e tempo são inversamente proporcionais, podemos montar a seguinte proporção considerando que a velocidade varia de 25 km/h para 30 km/h enquanto o tempo varia de 2 horas para x:

$$\frac{25}{30} = \frac{2}{x}$$

$$25x = 30 \cdot 2$$

$$25x = 60$$

$$x = \frac{60}{25} = \frac{12}{5} = 2,4$$

Logo, o tempo gasto para realizar o percurso determinado a 30 km/h será de 2,4 horas, ou 2 horas e 24 minutos.



REGRA DE TRÊS

O primeiro uso sistemático da regra de três ocorreu, provavelmente, na China antiga. Depois, alcançou a Arábia através da Índia, onde os matemáticos a tratavam pela mesma designação.

Veja como dois grandes matemáticos hindus abordavam a regra de três:

- Aryabhata (476-550), no seu livro intitulado **Aryabhatiya**, escreve a respeito de como encontrar o quarto termo de uma proporção simples.

Na regra de três, multiplique-se o fruto pelo desejo e divida-se pela medida. O resultado será o fruto do desejo.

Fonte: BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. p. 154.

Assim, temos: $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ então $x = \frac{bc}{a}$ em que a é a "medida", b é o "fruto", c é o "desejo", e x é o "fruto do desejo".

- Brahmagupta (c. 598-670) dizia que:

Na regra de três, os nomes dos termos são Argumento, Fruto e Requisito. O primeiro e último termos devem ser semelhantes. Requisito multiplicado por Fruto e dividido por Argumento é o Produto.

Fonte: EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 1997. p. 263.

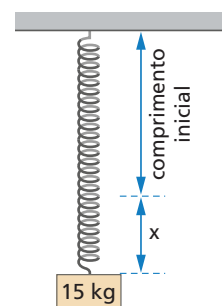
Durante séculos, a regra de três mereceu grande consideração por parte dos mercadores. Seus vínculos com as proporções só foram reconhecidos no fim do século XIV.

Regra de três simples

Agora, acompanhe as situações a seguir.

- 1 Na extremidade de uma mola, presa a um suporte, é colocada uma peça com massa de 10 kg, verificando-se, então, que seu comprimento inicial aumenta em 42 cm. Se colocarmos uma peça com massa de 15 kg na extremidade dessa mola, qual será o aumento do comprimento de sua deformação?

Vamos representar por x o aumento do comprimento da deformação da mola.



EDITORIA DE ARTE

Nós

Organizar os alunos em grupos para a discussão do tema da seção: medição do tempo. Isso facilitará a troca de informações entre eles.

Estimulá-los a pensar em como seria realizar as atividades humanas do nosso cotidiano sem os instrumentos adequados de medição de tempo. É provável que alguns alunos digam que boa parte das atividades humanas atuais sofreria grandes impactos se não houvessem instrumentos adequados para realizar a medição de tempo. Levar os alunos a pensar a respeito das diversas medidas de tempo, desde as mais longas, como o tempo de vida dos planetas, que é medido em bilhões de anos, até as medidas necessárias em experimentos da Física quântica, relacionadas a frações de segundos.

Na segunda questão proposta na seção, espera-se que os alunos mencionem situações ligadas ao seu cotidiano em que é necessário medir o tempo e outras que já tenham lido a respeito. Algumas respostas possíveis são:

- a duração das aulas;
- o preparo dos alimentos; por exemplo, o tempo para assar um bolo;
- o desenvolvimento da agricultura: tempo de plantio e colheita;
- o tempo do encontro com pessoas;
- sincronização de sistemas de comunicação de rádio e TV;
- o lançamento de satélites e foguetes;
- o tempo dos esportes em geral, duração dos jogos, por exemplo;
- o tempo de duração e conclusão de corridas de carro.

Para isso, organizamos o quadro a seguir.

Massa	Aumento do comprimento
10 kg	42 cm
15 kg	x

A lei de Hooke é uma lei da Física a qual garante que, se duplicarmos a massa de um corpo suspenso em uma extremidade da mola, o aumento na deformação da mola também duplicará. Logo, essas grandezas (massa da peça e deformação da mola) são diretamente proporcionais. Assim, os números 10 e 15 são diretamente proporcionais aos números 42 e x.

Daí, temos:

$$\frac{10}{15} = \frac{42}{x} \Rightarrow 10x = 15 \cdot 42 \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 42}{10} \Rightarrow x = 3 \cdot 21 \Rightarrow x = 63$$

O aumento do comprimento da mola passará a ser de 63 cm.

- 2 Em um treino de automobilismo, um piloto fez parte do percurso em 18 segundos, registrados pelo cronômetro, com uma velocidade média de 200 km/h. Se a velocidade média fosse de 240 km/h, qual seria o tempo gasto nessa parte do percurso?

Vamos representar por x o tempo procurado.

Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto no percurso cairá pela metade, e assim por diante. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 200 e 240 são inversamente proporcionais aos números 18 e x.

Para isso, organizamos o quadro a seguir.

Velocidade	Tempo
200 km/h	18 s
240 km/h	x

Daí, temos:

$$\frac{200}{240} = \frac{x}{18} \Rightarrow 200 \cdot 18 = 240 \cdot x \Rightarrow 3600 = 240x \Rightarrow 240x = 3600 \Rightarrow x = \frac{3600}{240} \Rightarrow x = 15$$

Nós

Medição do tempo

Atividades humanas como agricultura e navegação, que permitiram o surgimento, o desenvolvimento e a expansão das civilizações, foram motivadoras para a criação de métodos e instrumentos de contagem de tempo, por exemplo, os relógios.

Desde o relógio de sol, o mais antigo de que se tem conhecimento, até os relógios atômicos, muitas contribuições foram necessárias para evoluir de um relógio capaz de medir somente as horas, sem muita precisão, para um relógio com precisão de 0,000000001 segundo.

- Discuta com seus colegas qual a importância de se fazerem medições precisas de tempo.
- Em quais situações você precisa medir o tempo? Respostas pessoais.

Atividades

As atividades deste bloco propiciam aos alunos aplicar os conhecimentos adquiridos para resolver problemas que envolvem grandezas proporcionais por meio da regra de três simples.

Caso seja necessário, incentivar os alunos a representarem as situações descritas nas atividades utilizando materiais concretos (como o material dourado), organizando os dados em tabelas, representando figuras ou ainda outro modo que facilite o entendimento da situação. Depois, associar a representação feita à maneira formal de resolver o problema.

Fórum

Para realizar o debate sugerido no primeiro item, os alunos podem pesquisar em *sites* ou textos previamente selecionados quais são as possíveis soluções para a redução dos tráfegos das grandes cidades. Solicitar que listem as soluções respeitando um *ranking* que parta da solução de maior para a de menor contribuição, justificando as escolhas. É possível que os alunos sugiram usar transporte coletivo, revezar carona para ir ao trabalho ou à escola, aumentar linhas de metrô, ciclovias, estimular o trabalho em casa com o uso intensivo das telecomunicações etc.

Verificar a possibilidade de elaborar cartazes com as informações obtidas na pesquisa do segundo item e expô-los na comunidade escolar, de modo a incentivar um trânsito mais gentil e democrático para todos, sejam motoristas, pedestres, motociclistas, ciclistas etc.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 316

Responda às questões no caderno.

1. Diagramar é determinar a disposição de textos e imagens em uma página de um livro, jornal ou revista, por exemplo. Para diagramar um livro que tem 45 linhas em cada página, são necessárias 280 páginas. Quantas páginas com 30 linhas seriam necessárias para diagramar o mesmo livro? **420 páginas.**
2. Para construir a cobertura de uma quadra de basquete, 25 operários levaram 48 dias. Se fosse construída uma cobertura idêntica em outra quadra e fossem contratados 40 operários com as mesmas qualificações que os primeiros, em quantos dias a cobertura estaria pronta? **30 dias.**
3. Para azulejar uma parede retangular que tem $19,5 \text{ m}^2$ de área foram usados 585 azulejos. Quantos azulejos iguais a esses seriam usados para cobrir uma parede que tem 15 m^2 de área?
450 azulejos.
4. Um pequeno avião voando a 450 km/h leva 4 horas para ir da cidade A à cidade B. Que tempo gastaria outro avião para percorrer o mesmo trajeto se sua velocidade média fosse de 750 km/h ?
2,4 horas.
5. Com o auxílio de uma corda, que julgava ter 2 metros de comprimento, medi a extensão de um fio elétrico e encontrei 80 metros. Descobri, mais tarde, que a corda media, na realidade, 2,05 metros. Qual a extensão verdadeira do fio?
Aproximadamente 82 m.

FÓRUM

Vias congestionadas são um dos problemas atuais que mais afetam as grandes cidades do mundo. O trânsito é responsável, entre outras coisas, por ser um dos fatores que pioram a qualidade de vida da população, pois aumenta o estresse e diminui o tempo para descanso e lazer e para se dedicar à saúde.

Uma pesquisa divulgada em 2018, que estudou o padrão de tráfego de 1 360 cidades em 38 países nos cinco continentes do planeta, concluiu que a cidade de São Paulo tem o pior trânsito do nosso país, ocupando o quarto lugar no *ranking* mundial (2017).

O resultado dessa combinação, tráfego intenso com estresse, resulta em um dado divulgado pela Associação Brasileira de Medicina do Tráfego (Abramet) de que entre 13% e 17% dos motoristas brasileiros apresentam algum distúrbio comportamental no trânsito.

Desse modo, os Departamentos Estaduais de Trânsito (Detran) buscam conscientizar os motoristas para a prática da gentileza no trânsito, já que as ruas são um espaço coletivo.

Informações obtidas em: DETRAN dá dicas de como evitar o estresse no trânsito. **Semana On.**
Disponível em: <<http://www.semanaon.com.br/conteudo/4135/detran-da-dicas-de-como-evitar-o-estresse-no-transito>>; OS PIORES trânsitos do mundo em 2017. **R7.**
Disponível em: <<https://autopapo.com.br/noticia/os-piores-transitos-do-mundo-em-2017/>>.
Acessos em: 9 out. 2018.

- Proponha possíveis soluções para a redução dos tráfegos das grandes cidades.
- Faça uma pesquisa sobre o estresse, suas causas e consequências e maneiras de como tratar esse problema no cotidiano. **Respostas pessoais.**

Valor nutricional das frutas

Responda às questões no caderno.

1. Na tabela a seguir, temos os valores nutricionais de algumas frutas consideradas de origem brasileira.

Tabela de valor nutricional

Fruta (em 100 gramas de polpa)	Valor energético (em quilocalorias)	Carboidratos (em gramas)	Proteínas (em gramas)	Gorduras totais (em gramas)
Abacaxi	50	13,1	0,54	0,12
Abacate	160	8,53	2	14,66
Banana	89	22,84	1,09	0,33
Morango	32	7,68	0,67	0,3
Goiaba	68	14,32	2,55	0,95
Laranja	47	11,75	0,94	0,12

Fonte: ESCOLA PAULISTA DE MEDICINA. Grupo de alimentos: frutas e sucos. Disponível em: <<http://tabnut.dis.epm.br/grupo/0900/frutas-e-sucos?ac=pequi&lr=>>>. Acesso em: 10 out. 2018.

- a) Joana ingeriu no café da manhã 50 gramas de abacate. Quantas quilocalorias de energia ela ingeriu? **80 quilocalorias.**
- b) Entre as frutas apresentadas na tabela, quais contêm a **menor** quantidade de:
- carboidratos? **Morango.**
 - proteínas? **Abacaxi.**
 - valor energético? **Morango.**
 - gorduras? **Abacaxi e laranja.**
- c) Uma pessoa consumiu em um dia 120 gramas de polpa de abacaxi e 80 gramas de polpa de morango. Quantos gramas de carboidratos essa pessoa consumiu com a ingestão dessas frutas? **Aproximadamente 21,86 g.**
- d) Quantos miligramas de proteínas ingeriu uma pessoa que consumiu 78 gramas de banana? **Aproximadamente 850 mg.**
- e) Uma pessoa fez um suco usando água e 35 gramas de polpa de goiaba. Quantos gramas de gordura continha esse suco? **Aproximadamente 0,33 g.**
- f) Um atleta precisa ingerir cerca de 1,5 grama de proteína diariamente para cada quilograma de massa do seu corpo. Se um atleta pesa 65 kg, quantos gramas de proteína precisa ingerir diariamente? Quantos gramas de polpa de abacate seriam necessários para suprir essa necessidade de proteína, aproximadamente? **97,5 g; 4 875 g**



ESTÚDIO ORNITORRINCO

Por toda parte

Esta seção relaciona os conteúdos estudados até aqui na Unidade com os valores nutricionais de algumas frutas.

Aproveitar a temática para debater com os alunos a importância de uma alimentação saudável, equilibrada, com consumo diversificado de frutas, legumes e verduras, evitando os alimentos ultraprocessados.

Caso julgar interessante, solicitar aos alunos que pesquisem o assunto e montem cartazes para serem divulgados na comunidade escolar. Uma sugestão para fonte de pesquisa é o Guia Alimentar para a População Brasileira, disponível no link: <<http://livro.pro/mymodg>>. Acesso em: 25 out. 2018.

Regra de três composta

O objetivo destas páginas é levar os alunos a ampliar os conhecimentos adquiridos com situações de variação de grandezas, mas agora temos três ou mais grandezas que se relacionam, sendo direta ou inversamente proporcionais.

Solicitar aos alunos que façam a leitura individual das situações apresentadas e, em seguida, expliquem na lousa o que eles compreenderam a respeito do raciocínio utilizado para resolver essas situações. Com isso, aqueles que estão explicando desenvolvem habilidades de expressão e comunicação, e os demais colegas contribuem com a escuta atenta, colocando dúvidas e promovendo a aprendizagem por meio da troca de ideias.

Caso os alunos apresentem dificuldades na compreensão da regra de três composta, explicar que ela é a regra de três simples efetuada duas vezes, mas em uma única passagem. Realizar os cálculos separadamente, como mostrado a seguir para a [situação 1](#).

• Primeiramente, mantemos constante uma das grandezas, por exemplo, o número de dias, e recaímos em uma regra de três simples:

Número de operários	Número de dias	Número de peças
5	6	400
7	6	y

Como “número de peças” e “número de operários” são grandezas diretamente proporcionais, temos:

5/7 = 400/y

5y = 7 · 400 ⇒ 5y = 2800
y = 560

Ou seja, para os mesmos 6 dias, se aumentarmos o número de operários de 5 para 7, o número de peças produzidas aumentará de 400 para 560.

• Com os valores obtidos, mantemos a outra grandeza constante (aqui, o número de operários). Assim, temos novamente

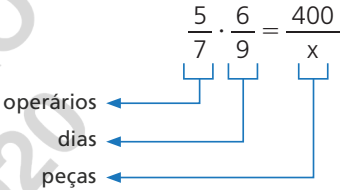
Regra de três composta

Considere as seguintes situações:

- 1 Trabalhando 6 dias, 5 operários produzem 400 peças. Quantas peças desse mesmo tipo serão produzidas por 7 operários em 9 dias de trabalho? Vamos organizar os dados do problema no quadro seguinte, indicando com a letra x o número de peças procurado:

Número de operários	Número de dias	Número de peças
5	6	400
7	9	x

- Fixando a grandeza “número de operários”, vamos relacionar as grandezas “número de dias” e “número de peças”. Dobrando-se o número de dias, o número de peças também dobrará, e assim por diante. Logo, as grandezas “número de dias” e “número de peças” são diretamente proporcionais.
- Fixando a grandeza “número de dias”, vamos relacionar as grandezas “número de operários” e “número de peças”. Dobrando-se o número de operários, o número de peças também dobrará, e assim por diante. Logo, as grandezas “número de operários” e “número de peças” também são diretamente proporcionais. Então, a grandeza “número de peças” é diretamente proporcional às grandezas “número de operários” e “número de dias”. Logo, seus valores serão diretamente proporcionais aos produtos dos valores das grandezas “número de operários” e “número de dias”, ou seja:



5/7 · 6/9 = 400/x ⇒ 30/63 = 400/x ⇒ 30x = 63 · 400 ⇒
⇒ 30x = 25 200 ⇒ x = 25 200/30 ⇒
⇒ x = 840

Em 9 dias de trabalho, 7 operários produzirão 840 peças.

uma regra de três simples. Observar no quadro a seguir:

Número de operários	Número de dias	Número de peças
7	6	y = 560
7	9	x

Como “número de peças” e “número de dias” são grande-

zas diretamente proporcionais, temos:

6/9 = 560/x
6x = 9 · 560 ⇒ 6x = 5 040
x = 840

Ou seja, com 7 operários trabalhando por 9 dias, são produzidas 840 peças.

Se julgar necessário, pedir aos alunos que façam esse de-

senvolvimento com os dados da [situação 2](#).

Para finalizar, solicitar aos alunos que, em duplas, criem uma situação para ser resolvida utilizando a regra de três composta. Depois, eles devem trocar as situações criadas entre as duplas para que todos possam resolver pelo menos uma situação criada.

- 2 Um ciclista percorre, em média, 200 km em dois dias, pedalando durante 4 horas por dia. Em quantos dias esse ciclista percorrerá 500 km se pedalar 5 horas por dia? Indicando o número de dias pela letra x , organizamos os dados no quadro a seguir:

Distância (em km)	Número de horas por dia	Número de dias
200	4	2
500	5	x

- Fixando a grandeza “número de km”, vamos relacionar as grandezas “número de horas/dia” e “número de dias”. Dobrando-se o número de horas que ele pedala por dia, o número de dias cairá para metade. Logo, as grandezas “número de horas/dia” e “número de dias” são inversamente proporcionais.
- Fixando a grandeza “número de horas/dia”, vamos relacionar as grandezas “número de km” e “número de dias”.



• Ciclista.

Dobrando-se o número de quilômetros percorridos, o número de dias também dobrará. Logo, as grandezas “número de km” e “número de dias” são diretamente proporcionais. Então, a grandeza “número de dias” é diretamente proporcional à grandeza “número de km” e inversamente proporcional à grandeza “número de horas/dia”. Isso nos leva a escrever a razão inversa dos valores que representam a grandeza “número de horas/dia”. Daí, temos:

$$\frac{200}{500} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2}{x}$$

distância ←
horas por dia ←
dias ←

$$\frac{200}{500} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{1000}{2000} = \frac{2}{x} \Rightarrow 1000x = 4000 \Rightarrow x = \frac{4000}{1000} \Rightarrow x = 4$$

O ciclista levará 4 dias para percorrer 500 km, se pedalar 5 horas por dia.

- c) triplicar o número de horas trabalhadas por dia e o número de operários.
- d) duplicar o número de operários.
- e) duplicar o número de operários e o número de horas trabalhadas por dia.

Resolução da atividade

Para resolver o problema, organizamos as informações em um quadro:

Número de dias	Número de operários	Horas por dia
8	7	3
2	x	y

Fixando a grandeza “horas por dia”, as grandezas “número de dias” e “número de operários” são inversamente proporcionais, pois para um mesmo número de aparelhos produzidos e trabalhando a mesma quantidade de horas por dia, se aumentarmos o número de operários, o número de dias diminui.

Fixando a grandeza “número de operários”, as grandezas “número de dias” e “horas por dia” são inversamente proporcionais, pois para um mesmo número de aparelhos produzidos e um mesmo número de operários, se aumentarmos as horas trabalhadas por dia, o número de dias diminui.

Note que, para produzir o número de aparelhos desejados são utilizadas 168 horas de trabalho, pois $3 \cdot 7 \cdot 8 = 168$. Como se deseja que o trabalho seja feito em dois dias, cada dia terá 84 horas de trabalho.

Portanto, precisamos encontrar a alternativa que resulta nessa quantidade de horas de trabalho. Fazendo um quadro com as informações, temos:

Alternativa	Número de operários	Horas por dia	Horas de trabalho no dia
a)	21	3	$21 \cdot 3 = 63$
b)	7	9	$7 \cdot 9 = 63$
c)	21	9	$21 \cdot 9 = 189$
d)	14	3	$14 \cdot 3 = 42$
e)	14	6	$14 \cdot 6 = 84$

Portanto, a resposta correta é a alternativa e.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. (PUCCamp-SP) Em uma fábrica, constatou-se que eram necessários 8 dias para produzir certo número de aparelhos, utilizando-se os serviços de 7 operários, trabalhando 3 horas a cada dia. Para reduzir

a dois dias o tempo de produção, é necessário:

- a) triplicar o número de operários.
- b) triplicar o número de horas trabalhadas por dia.

Atividades

Neste bloco de atividades, os alunos vão aplicar a regra de três composta na resolução de problemas variados.

Apresentamos a seguir um possível problema para a **atividade 6**.

- Com um automóvel a uma velocidade média de 60 km/h, Beto roda 8 horas por dia e leva 6 dias para fazer certo percurso. No mesmo carro, mas com uma velocidade média de 80 km/h e rodando 9 horas por dia, em quanto tempo ele faria o mesmo percurso? Resposta: 4 dias.

Organizar os alunos em duplas para realizar a **atividade 7**, possibilitando a troca de informações. Pedir a eles que tentem determinar o resultado do problema proposto utilizando o raciocínio lógico. Orientá-los a registrar a estratégia utilizada para determinar a resposta. Depois, sugerir que utilizem a regra de três composta para encontrar o resultado, registrem esse procedimento e comparem as duas resoluções. Os alunos poderão concluir que a regra de três facilita os cálculos em problemas que envolvem a variação de diversas grandezas.

Desafio

Propor aos alunos que façam um quadro com os dados da situação apresentada e verifiquem se as grandezas envolvidas são proporcionais ou não; caso sejam, se elas são direta ou inversamente proporcionais.

Resolução do desafio

- a) 30 sacos de cimento com 40 kg cada um correspondem a 1 200 kg de cimento.

Indicando por x a quantidade necessária de cimento para uma laje de 5 cm de espessura, temos:

Espessura da laje (cm)	Massa de cimento (kg)
6	1 200
5	x

ATIVIDADES

Resoluções na p. 317

Responda às questões no caderno.

1. Em 30 dias, uma frota de 25 táxis consome 100 000 L de combustível. Em quantos dias uma frota de 36 táxis consumiria 240 000 L de combustível? **50 dias.**



2. Um folheto informa que uma torneira pingando 20 gotas por minuto, em 30 dias, ocasiona um desperdício de 100 L de água. Na casa de Helena, uma torneira esteve pingando 30 gotas por minuto durante 50 dias. Calcule quantos litros de água foram desperdiçados nesse período. **250 L**

3. Para construir um muro com 2,5 m de altura e 30 m de comprimento, certo número de operários levou 24 dias. Em quantos dias esse mesmo grupo de operários construiria um muro de 2 m de altura e 25 m de comprimento? **16 dias.**

4. Em determinada fábrica de calçados, 16 operários produzem 240 pares de calçados por dia, trabalhando 8 horas diárias. Quantos operários, com a mesma qualificação dos primeiros, conseguiriam produzir 600 pares de calçados por dia, trabalhando 10 horas diárias? **32 operários.**

5. Um grupo com 12 digitadores digita 720 páginas em 18 dias. Em quantos dias 8 digitadores, com a mesma qualificação dos primeiros, digitariam 800 páginas? **30 dias.**

6. Elabore uma situação envolvendo três grandezas, que possa ser resolvida com regra de três composta. Em seguida, troque com um colega e resolva o problema elaborado por ele. **Resposta pessoal.**

7. Dois carregadores transportam caixas de um depósito para um caminhão. Um deles leva 4 caixas por vez e demora 3 minutos para ir e voltar. O outro leva 6 caixas por vez e demora 5 minutos para ir e voltar. Enquanto o mais rápido leva 240 caixas, quantas caixas leva o outro? **216 caixas.**

DESAFIO

8. O engenheiro responsável pela obra sabe que para construir uma laje de 6 cm de espessura são gastos 30 sacos de cimento com 40 kg cada um.



Troque ideias com um colega e responda:

- a) Quanto de cimento a menos se usa para construir uma laje de 5 cm de espessura? **200 kg**
- b) Nesse caso, quantos sacos de cimento eles gastariam para fazer essa laje se cada saco contivesse 50 kg de cimento? **20 sacos.**

As grandezas “espessura da laje” e “massa de cimento” são diretamente proporcionais. Então:

$$\frac{1\,200}{x} = \frac{6}{5}$$
$$6x = 1\,200 \cdot 5$$
$$6x = 6\,000$$
$$x = 1\,000$$

Portanto, usam-se 200 kg a menos de cimento.

- b) $1\,000 : 50 = 20$
Logo, eles gastariam 20 sacos de cimento.

Mesada

A mesada pode cumprir algumas finalidades importantes: mostrar que o dinheiro é limitado, passar valores e princípios da família e estimular a criança a praticar a autonomia. [...]

[...] “A mesada tem de ser justa nos dois sentidos. Deve ser suficiente para a criança arcar com os gastos que ficaram sob a responsabilidade dela e também limitada, de modo que ela aprenda, desde cedo, a estabelecer prioridades e a fazer escolhas” [...]

Desde o início, a mesada deve ser dada com critério, para que tenha realmente um caráter educativo. Assim, os pais precisam estabelecer o que a criança vai comprar com o dinheiro que recebe e o que ainda ficará sob a responsabilidade deles. [...]

A mesada é uma excelente ferramenta, mas sozinha não ensina educação financeira. Deve ser tratada como mais um recurso educativo, em um universo em que há outros pontos de contato com a realidade do orçamento da família. [...]

Fonte: UNIVERSA. **7 erros comuns na hora de dar mesada aos filhos**. Disponível em <<https://universa.uol.com.br/listas/7-erros-comuns-na-hora-de-dar-mesada-aos-filhos.htm/>>. Acesso em: 10 out. 2018.

Agora, responda às questões no caderno.

1. Para negociar uma mesada com seus pais, Rodrigo fez uma tabela dos seus gastos. Observe como ele organizou seus gastos.

Gastos mensais

	Valor médio diário (em R\$)	Dias por mês em que ocorre esse gasto	Valor total mensal (em R\$)
Compras na cantina	3,50	8	28,00
Saída com amigos	10,00	3	30,00
Livro/revista	15,00	1	15,00
Extra	5,00	1	5,00

Fonte: Dados fictícios.

- a) Qual é o total das despesas estimadas de Rodrigo? **R\$ 78,00**
- b) Considerando os valores previstos, se no primeiro dia Rodrigo pagou R\$ 6,00 em um sorvete e, no dia seguinte, gastou R\$ 4,00, quanto deverá gastar em média nos outros 6 dias do mês para se manter dentro do orçamento para compras na cantina?
A média nos outros 6 dias do mês deve ser de R\$ 3,00.
- c) Rodrigo pensou que podia deslocar despesas e valores para itens não listados, se necessário. No mês seguinte, por exemplo, ele gostaria de ir a um *show*, cujo ingresso custará 20 reais. Sugira de quais itens da lista ele poderia obter esse dinheiro. **Resposta pessoal.**
- d) Faça você também uma tabela como a de Rodrigo, considerando seus gastos mensais. **Resposta pessoal.**



ESTÚDIO ORNITORINCO

Educação financeira

O tema desta seção é a mesada recebida e os gastos realizados por um adolescente. Inicialmente, perguntar aos alunos se eles ganham mesada e como são feitos seus gastos. Pedir que listem motivos favoráveis e contrários ao recebimento da mesada. Essas atividades permitem reflexões acerca do planejamento orçamentário, de gastos equilibrados e compensação financeira, ou seja, se gastar muito em um determinado momento, será preciso poupar em outro para manter um gasto médio planejado anteriormente.

No **item c**, converse com os alunos sobre o que pode ser mais ou menos necessário na lista, enfatizando que as prioridades são diferentes para cada pessoa.

Tratamento da informação

Esta seção trata da construção de um gráfico de setores. Se necessário, reforçar a ideia de que o círculo inteiro representa 100%. Pode-se trazer círculos idênticos de cartolina para os alunos manipulá-los, a fim de obter setores.

As atividades desenvolvidas ajudam a ampliar os conhecimentos sobre gráficos e interpretação de tabelas. Apresentar aos alunos outros gráficos de setores, muito comuns na mídia escrita e televisiva. Caso julgar interessante, e seja possível, orientá-los a pensar em um tema de interesse comum que possibilite uma coleta de dados e possa gerar ações importantes e informações pertinentes. Em seguida, eles deverão organizar os dados em uma tabela e apresentá-los em um gráfico de setores. Lembrar a turma de que é interessante fazer uma adequação do gráfico que será usado de acordo com o tipo de informação a ser veiculada.

Esse tipo de gráfico é mais utilizado quando o conjunto de dados é heterogêneo, pois a diferença visual dos setores auxilia na compreensão. Não são indicados para visualizar comparações ou evoluções temporais.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Resoluções na p. 317

Construindo de um gráfico de setores

Para construir um gráfico de setores, vamos considerar a tabela que expressa, em porcentagem, a população aproximada de cada região brasileira em relação à população total do Brasil, segundo o Censo 2010 do IBGE.

População de cada região brasileira (Censo 2010)

Região	Porcentagem (%)
Norte	8,3
Nordeste	27,8
Centro-Oeste	7,4
Sudeste	42,1
Sul	14,4
Total	100

Informações obtidas em: IBGE. Sinopse de Censo Demográfico 2010. Disponível em: <<http://www.censo2010.ibge.gov.br/sinopse/index.php?dados=5&uf=00>>. Acesso em: 10 out. 2018.

SAIBA QUE

Em um gráfico de setores, as frequências de cada categoria estatística representada são proporcionais às respectivas medidas dos ângulos centrais que determinam cada setor.

A população de cada região será representada por um setor cuja medida do ângulo central é obtida por meio de uma regra de três simples.

1º passo: Determinamos a medida do ângulo central do setor correspondente a cada região.

Medida (em graus)	População (em %)
360°	100% (população total do Brasil)
medida do ângulo central	% da população de cada região

Ou seja, medida do ângulo central = $\frac{\% \text{ da população da região} \times 360^\circ}{100}$

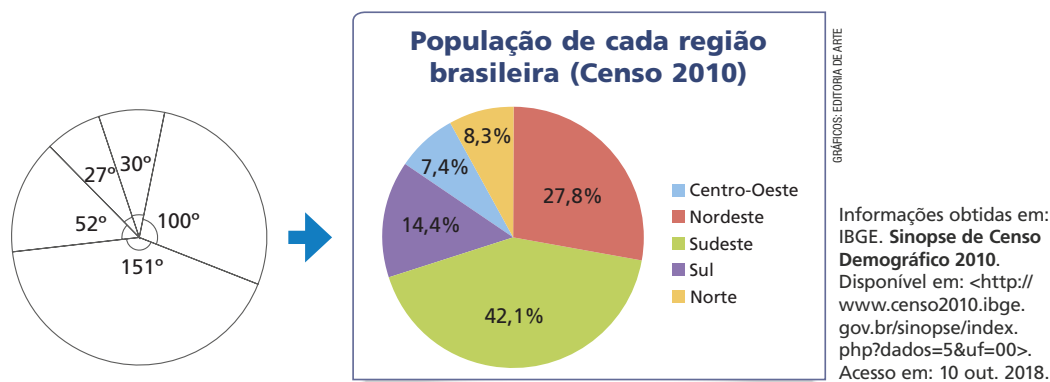
Por exemplo, para o setor que representa a população da região Norte, temos:

$x = \frac{8,3 \cdot 360^\circ}{100} \Rightarrow x \approx 30^\circ$

Usando esse mesmo raciocínio, calcula-se a medida do ângulo central dos demais setores. Região Sul: 52°; região Nordeste: 100°; região Centro-Oeste: 27°; região Sudeste: 151°.

Observe que, assim como a soma das porcentagens correspondente às regiões é 100% (8,3% + 27,8% + 7,4% + 42,1% + 14,4%), a soma das medidas dos ângulos centrais deve ser 360°.

2º passo: Construímos uma circunferência e, usando o transferidor, representamos os setores circulares de acordo com as medidas dos ângulos centrais calculadas no 1º passo. Depois, colorimos cada setor, indicando essa informação em uma legenda; por fim, indicamos o título e a fonte do gráfico construído.



Responda às questões no caderno.

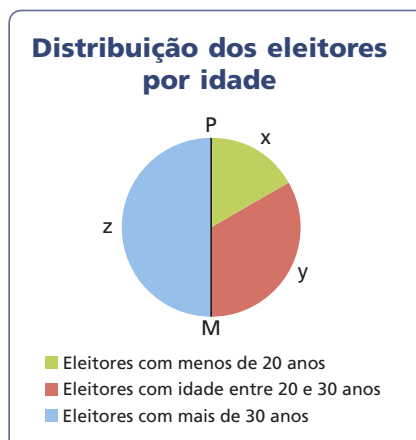
1. Na tabela é apresentado o resultado de uma pesquisa sobre a preferência esportiva dos alunos de uma escola. Construa um gráfico de setores para representar o resultado dessa pesquisa.
Resposta no final do livro.

Preferência esportiva dos alunos da escola X

Esporte	Percentual
Basquete	20%
Futebol	35%
Vôlei	45%
Total	100%

Fonte: Alunos da escola X.

2. O gráfico de setores a seguir representa a distribuição dos eleitores de uma cidade quanto às idades.



Fonte: Dados fictícios.

- O setor x representa todos os eleitores com menos de 20 anos: 8 600 eleitores.
- O setor y representa todos os eleitores com idade entre 20 e 30 anos: 16 800 eleitores.
- O setor z representa todos os eleitores com mais de 30 anos.

Com base nas informações apresentadas e sabendo que o segmento PM na figura é um diâmetro, quantos eleitores o setor z representa? Quantos eleitores há nessa cidade? **25 400 eleitores (50%); 50 800 eleitores.**

Retomando o que aprendeu

Nesta seção, além de revisar os conteúdos da Unidade e poder resolver possíveis dúvidas que ainda tenham, os alunos vão explorar questões de múltipla escolha, aumentando seu contato com atividades desse tipo. Desse modo, estarão se preparando para o Ensino Médio, para o Enem, vestibular e exames de concursos variados que possam prestar, que trabalham questões assim.

Depois de os alunos fazerem as atividades desta seção, que podem ser resolvidas em casa, escolher alguns deles que tenham usado procedimentos diferentes na resolução das atividades para mostrar suas estratégias na lousa. Caso todos tenham seguido o mesmo procedimento, verificar se há uma estratégia diferente e discutir com a turma cada situação.

RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções
na p. 317

Responda às questões no caderno.

1. Em uma empresa trabalham 80 pessoas, das quais 25 usam óculos. A razão entre o número de empregados que usam óculos e o total de empregados dessa empresa, na forma decimal, é:
a) 0,3175 c) 0,3125 e) 3,2
b) 0,3150 d) 3,25 **Alternativa c.**
2. Sabe-se que os termos da sequência a , 12, 15 são diretamente proporcionais aos termos da sequência 28, b , 20. Então, $a + b$ vale:
a) 27 c) 37 e) 47
b) 31 d) 39 **Alternativa c.**
3. Uma estrada com 420 km de extensão foi asfaltada por três empresas, A , B e C , cada uma atuando em um trecho diretamente proporcional aos números 2, 5 e 3. O trecho da estrada asfaltado pela empresa C foi de:
a) 126 km d) 210 km
b) 84 km e) 180 km
c) 145 km **Alternativa a.**
4. Quando você divide R\$ 34 000,00 entre 3 pessoas, de modo que a divisão seja feita em parcelas inversamente proporcionais aos números 5, 2 e 10, a maior quantia paga é de:
a) R\$ 4 250,00 d) R\$ 8 500,00
b) R\$ 21 250,00 e) R\$ 12 500,00
c) R\$ 21 500,00 **Alternativa b.**
5. Um professor de Matemática desafiou seus alunos a descobrir as idades a , b e c de seus três filhos. Para isso, ele forneceu duas informações:
I. A soma das idades dos três é 33 anos.
II. As idades são diretamente proporcionais aos números 5, 4 e 2.

A idade do filho mais velho é:

- a) 12 anos. d) 15 anos.
 - b) 11 anos. e) 16 anos.
 - c) 14 anos. **Alternativa d.**
6. Uma lâmpada de 40 watts pode funcionar por 15 horas, a certo custo. Por quanto tempo poderá funcionar uma lâmpada de 60 watts, para que o custo permaneça o mesmo?
a) 8 horas. d) 12 horas.
b) 10 horas. e) 14 horas.
c) 11 horas. **Alternativa b.**
 7. Certa quantidade de óleo foi colocada em latas de 2 litros cada uma, obtendo-se 60 latas cheias de óleo. Se fossem usadas latas de 3 litros cada uma, quantas seriam necessárias para colocar a mesma quantidade de óleo?
a) 50 d) 40
b) 45 e) 36
c) 42 **Alternativa d.**
 8. Para fazer uma geleia, dona Helena usou 3 kg de açúcar e 2,5 kg de frutas. Se ela tem 4 kg de frutas, quantos quilogramas de açúcar deverá usar para fazer a mesma geleia?
a) 4,5 d) 1,875
b) 4,8 e) 5,4
c) 5 **Alternativa b.**
 9. Com velocidade média de 60 km/h, fui de carro de uma cidade A para uma cidade B em 16 minutos. Se o percurso de volta foi feito em 12 minutos, qual a velocidade média na volta?
a) 90 km/h d) 75 km/h
b) 85 km/h e) 72 km/h
c) 80 km/h **Alternativa c.**

Um novo olhar

Um dos objetivos desta seção de encerramento é fazer os alunos compreenderem que utilizam razão e proporções em diversos momentos de seu cotidiano. É interessante fazê-los perceber que, muitas vezes, as usamos de forma intuitiva; por exemplo, quando estamos atrasados, acabamos “apertando o passo” para chegar mais rapidamente à escola, ou seja, como o espaço é fixo, aumenta-se a velocidade para diminuir o tempo de chegada.

Os questionamentos existentes poderão permitir, além de uma breve retomada dos conteúdos estudados na Unidade, reflexões sobre as aprendizagens individuais.

É importante que os alunos respondam individualmente a cada uma das questões para que, dessa maneira, possam perceber suas aprendizagens e possíveis dúvidas sobre os conteúdos estudados na Unidade.

Na primeira questão, o aluno pode citar a velocidade média e a escala como exemplos de razões.

A última questão desta seção busca expandir o conceito que os alunos fazem de grandeza, distinguindo grandezas escalares e grandezas vetoriais.

- 10.** O ponteiro menor de um relógio percorre um ângulo de 30 graus em 60 minutos. Então, para percorrer um ângulo de 42 graus, o ponteiro menor levará:

a) 64 minutos. d) 80 minutos.
b) 65 minutos. e) 84 minutos.
c) 72 minutos. **Alternativa e.**

- 11.** Com 7 pacotes de pão de forma, Cristina faz 105 sanduíches. Quantos pacotes de pão de forma ela vai usar para fazer 150 sanduíches do mesmo tamanho que os anteriores?

a) 10 d) 15
b) 12 e) 18
c) 14 **Alternativa a.**

- 12.** Em um recenseamento, chegou-se à seguinte conclusão: para visitar 102 residências, é necessário contratar 9 recenseadores. Em certa região, onde existem 3 060 residências,

quantos recenseadores precisam ser contratados?

a) 180 c) 250 e) 270
b) 200 d) 240 **Alternativa e.**

- 13.** (PUC-SP) Um motorista de táxi, trabalhando 6 horas por dia durante 10 dias, gasta R\$ 1 026,00 de gás. Qual será o seu gasto mensal, se trabalhar 4 horas por dia? **Alternativa b.**

a) R\$ 1 026,00 c) R\$ 3 078,00
b) R\$ 2 052,00 d) R\$ 4 104,00

- 14.** (PUCCamp-SP) Operando 12 horas por dia, 20 máquinas produzem 6 000 peças em 6 dias. Com 4 horas a menos de trabalho diário, 15 daquelas máquinas produzirão 4 000 peças em:

a) 8 dias **Alternativa a.**
b) 9 dias
c) 9 dias e 6 horas
d) 8 dias e 12 horas

UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, estudamos o conceito de razão, proporção e grandezas proporcionais com base em situações cotidianas. Ao explorar o tema, verificamos que as razões podem ser expressas por números racionais nas formas de fração, decimal e percentual. Além disso, observamos quando duas grandezas são proporcionais e o que são números diretamente proporcionais, números inversamente proporcionais, grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Elaboramos também um trabalho com regra de três simples e regra de três composta, bem como suas aplicações.

Na abertura desta Unidade, você teve oportunidade de conhecer o processo artesanal de produção de vasos e algumas de suas características.

Será que todas as pessoas produzem um mesmo modelo de vaso em um mesmo intervalo de tempo?

Vamos agora refletir sobre as aprendizagens que tivemos nesta Unidade. Com base nas informações obtidas na abertura e ao longo da Unidade, responda às questões.

- Indique uma medida que você conhece na forma de razão.
- Como você definiria grandezas diretamente proporcionais? E inversamente proporcionais?
- Há dois tipos de grandezas que são utilizadas no estudo de fenômenos físicos: as grandezas escalares e as grandezas vetoriais. Por meio de uma pesquisa, aponte a diferença entre esses dois tipos de grandezas e dê um exemplo de cada uma. Registre sua pesquisa no caderno. **Respostas pessoais.**

GERAIS

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

ESPECÍFICAS

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.



PORCENTAGEM, PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Utilizamos a ideia de favoritismo em vários momentos de nosso cotidiano, principalmente na área de esportes. Por exemplo, um time é tido como favorito quando a maioria das pessoas acredita que a chance de ele ganhar um campeonato é maior que a dos outros, mas geralmente mais de um time entra em um campeonato como favorito, por isso é importante traduzir essa chance em números. Para essa situação, podemos calcular a probabilidade e expressá-la em porcentagem. Responda às questões no caderno.

- De acordo com os dados apresentados, quais clubes você diria que teriam maior chance de ganhar a Copa Libertadores da América? Quais critérios você considerou? **Resposta pessoal.**
- Em que outras situações de seu cotidiano você estima chances? **Resposta pessoal.**

COPA LIBERTADORES DA AMÉRICA

PAÍS	TÍTULOS	VICES
Argentina	24	10
Brasil	18	15
Uruguai	8	8
Paraguai	3	5
Colômbia	3	7
Chile	1	5
Equador	1	3
Peru	0	2
México	0	3
Bolívia	0	0
Venezuela	0	0



PERU

CLUBE	CLASSIFICAÇÃO NO CAMPEONATO NACIONAL	VALOR DE MERCADO DO ELENCO	TÍTULOS DA LIBERTADORES
	Em 2018	Total em R\$ em 2018	Até 2017
Real Garcilaso	8º	38,46 mi	0
Alianza Lima	5º	20,04 mi	0

CHILE

CLUBE	CLASSIFICAÇÃO NO CAMPEONATO NACIONAL	VALOR DE MERCADO DO ELENCO	TÍTULOS DA LIBERTADORES
	Em 2018	Total em R\$ em 2018	Até 2017
Univ. de Chile	4º	67,80 mi	0
Colo Colo	6º	78,18 mi	1

HABILIDADES p. XIX e XX

- Números
- EF07MA02
- Probabilidade e estatística
- EF07MA34
 - EF07MA35
 - EF07MA36

- NO DIGITAL – 4º bimestre
- Ver o plano de desenvolvimento para as Unidades 8 e 9.
 - Desenvolver o projeto integrador sobre saúde pública e pesquisa estatística.
 - Explorar as sequências didáticas do bimestre, que trabalham as habilidades EF07MA02, EF07MA17, EF07MA29, EF07MA30, EF07MA31, EF07MA32, EF07MA34, EF07MA35 e EF07MA36.
 - Acessar a proposta de acompanhamento da aprendizagem.



Informações obtidas em:
TRANSFERMARKT. Disponível em:
<<https://www.transfermarkt.pt/>>;
CAMPEÕES DO FUTEBOL. Disponível
em: <<https://www.campeoesdofutebol.com.br/libertadores.html>>. Acessos em:
12 out. 2018.

ALEX SILVA

características seja o ganhador. Logo, ter mais chance de ganhar não significa que o time irá vencer. As chances de um time, em geral, são apresentadas de maneira percentual.

- Espera-se que os times que já foram campeões, com bons retrospectos e com grande investimento, sejam tomados pelos alunos como favoritos.
- Número de possibilidades favoráveis dividido por número total de possibilidades; na forma de fração e na forma decimal.
- Mostrar aos alunos que eles estimam chances em eventos simples, como atravessar uma rua. Por exemplo, só se atravessa uma rua quando se estima como nula a chance de ser atingido por um veículo automotivo (em caso de não haver semáforo).

Espera-se que os alunos tenham conhecimentos de outras atividades que envolvem chance, por isso, peça ao grupo que faça um levantamento de outras situações que envolvem chance e porcentagem para relacionar com as explorações da abertura.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Abertura de Unidade

Iniciar o trabalho com essa abertura solicitando aos alunos uma síntese dos assuntos tratados no infográfico, salientando quais são os melhores times (aqueles que tiveram maior chance de ganhar)

e como essa informação se apresenta. A discussão pode também englobar os esportes que os alunos acompanham e praticam em sua comunidade. Na discussão sobre quais fatores influenciam a chance, perceber que, quando se trata de esportes, as variáveis são, em sua maioria, apresentadas de

forma intuitiva; por exemplo, quando falamos de um time favorito, provavelmente ele vem de uma série de vitórias, tem jogadores bons e conhecidos e uma boa organização técnica. Mas tudo isso não garante a vitória do time favorito, nem impede que um time que não possua todas essas

Resolvendo problemas com porcentagem

Pedir aos alunos que levem para a sala de aula jornais ou panfletos com anúncios de vendas de objetos, imóveis, roupas e outros, levando-os a perceber e analisar como a porcentagem é usada no dia a dia.

Incentivar os alunos a pesquisar no dicionário o significado da palavra porcentagem. Eles poderão concluir o que o próprio nome já diz: é por 100 ou sobre 100. Porcentagem é o valor obtido quando aplicamos uma razão centesimal a determinado valor.

Explorar as duas situações apresentadas inicialmente nas ilustrações, verificando com os alunos a quantidade de ventiladores enviados (800) e simular um produto que esteja sendo vendido com 40% de desconto (como sugere a ilustração).

Apresentar aos alunos desafios para calcular a porcentagem utilizando o cálculo mental. Perguntar, por exemplo:

“Quanto é: 1% de 100?”; “2% de 100?”; “5% de 100?”; “10% de 100?”; “50% de 100?”; “100% de 100?”. Os alunos podem explicar aos colegas a estratégia que usaram para fazer esses cálculos mentalmente.

Verificar a possibilidade de os alunos levarem boletos, como conta de água e de energia elétrica, gás, entre outros. Eles poderão calcular a taxa de juro dos boletos, sabendo antecipadamente qual valor será acrescido à conta, caso haja atraso no pagamento, por exemplo.



PORCENTAGEM

Provavelmente você já se deparou com a expressão **por cento** em seu dia a dia. Essa expressão pode estar nas notícias veiculadas em jornais, TV ou internet, em ofertas comerciais e nos bate-papos diários com a família ou com os amigos.



Significa que de 1 000 ventiladores encomendados, 800 foram enviados.



Isso significa que a cada 100 reais gastos nesta loja, há um desconto de 40 reais.

Relacionando a expressão **por cento** (%) com as frações de denominador 100 e as respectivas formas decimais, temos, por exemplo:

Taxa percentual	Fração percentual	Forma decimal
80%	$\frac{80}{100}$	0,80
40%	$\frac{40}{100}$	0,40

Resolvendo problemas com porcentagem

Veja, a seguir, algumas situações de aplicação do conceito de porcentagem.

- 1 Em uma classe do 7º ano de uma escola, com 28 alunos, 8 usam óculos. Qual é a porcentagem de alunos que usam óculos em relação ao número total de alunos da classe? Dos 28 alunos da classe, 8 usam óculos. Assim, podemos escrever a razão:

$$\frac{8}{28} \approx 0,286 = \frac{0,286 \times 100}{100} = \frac{28,6}{100} = 28,6\%$$

razão percentual

Aproximadamente 28,6% (vinte e oito vírgula seis por cento) dos alunos da classe usam óculos.

- 2 Em uma cidade, cuja população é de aproximadamente 110 000 habitantes, verificou-se que 12,5% desses habitantes têm mais de 60 anos. Quantos habitantes dessa cidade têm 60 anos ou menos?



IMV EDITORAE ILUSTRAÇÕES

Vamos encontrar o número de habitantes da cidade que têm mais de 60 anos:

$$12,5\% \text{ de } 110\,000 \rightarrow \frac{12,5}{100} \cdot 110\,000 = 13\,750$$

Como queremos descobrir o número de habitantes que têm 60 anos ou menos, subtraímos do total de habitantes:

$$110\,000 - 13\,750 = 96\,250$$

Então, nessa cidade, 96 250 habitantes têm 60 anos ou menos.

Podemos resolver esse problema de outro modo. Sabemos que 12,5% dessa população tem mais de 60 anos. Então, podemos encontrar a taxa percentual da população que tem 60 anos ou menos:

$$100\% - 12,5\% = 87,5\%$$

↳ taxa percentual de habitantes com 60 anos ou menos

Assim, podemos determinar o número de habitantes que essa taxa percentual representa:

$$87,5\% \text{ de } 110\,000 \rightarrow \frac{87,5}{100} \cdot 110\,000 = 96\,250$$

Note que obtivemos o mesmo número de habitantes, ou seja, 96 250 habitantes.

- 3 Uma camiseta custava R\$ 40,00 e sofreu um acréscimo de 5%. Qual o novo preço dessa camiseta?

Vamos calcular o valor do acréscimo: $5\% \text{ de } 40,00 \rightarrow \frac{5}{100} \cdot 40,00 = 2,00$

Para calcular o novo preço, adicionamos o valor do acréscimo ao preço inicial da camiseta. Assim:

$$40,00 + 2,00 = 42,00$$

A camiseta passou a custar R\$ 42,00.

- 4 Um anúncio em uma livraria diz o seguinte:



Carol queria comprar um livro que custava R\$ 32,00. Qual o valor do livro com o desconto?

Vamos calcular 25% de 32,00 $\rightarrow \frac{25}{100} \cdot 32,00 = 8,00$

Assim, o desconto foi de R\$ 8,00. Agora, precisamos subtrair R\$ 8,00 dos R\$ 32,00 (valor sem o desconto):

$$32,00 - 8,00 = 24,00$$

O valor do livro com o desconto é de R\$ 24,00.

Propor também aos alunos que calculem a porcentagem de sua própria frequência escolar. Por exemplo, sugerir que construam uma tabela com a frequência dos alunos, contando todos os dias letivos. A contagem da frequência pode ser até a data atual, incluindo as ausências. Informar a classe que, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei n. 9.394/96), para serem promovidos de ano, os alunos deverão ter frequência anual de, no mínimo, 75% dos dias de aulas dadas.

Cada aluno poderá realizar o cálculo da sua frequência escolar e preencher uma tabela no quadro. Depois de preencherem a tabela, os alunos poderão verificar se vão precisar ou não de compensação de ausências para ter o mínimo de frequência exigido por lei.

Na terceira situação, discutir com os alunos a possibilidade de multiplicar o valor da camiseta por 1,05, que representa a soma do inteiro mais a porcentagem, pois $1,05 = 1 + 0,05$. Questionar o grupo por qual fator deveríamos multiplicar o preço inicial, caso a camiseta sofresse um desconto de 5%. Espera-se que os alunos consigam compreender que deveria ser multiplicado por 0,95, pois $1 - 0,05 = 0,95$.

Na situação 4, questionar novamente os alunos sobre qual o fator pelo qual deverá ser multiplicado o valor inicial do livro, para se obter o valor após o desconto de 25%, oferecido pela loja. Espera-se que os alunos verifiquem que o valor é 0,75, pois $1 - 0,25 = 0,75$.

Fórum

O papel da escola para contribuir na formação de consumidores conscientes é essencial para transformar a sociedade e torná-la compatível aos desafios do mundo atual. Mais do que nunca, precisamos ter cidadãos conscientes para compatibilizar os recursos naturais disponíveis no planeta com os hábitos das sociedades humanas e fortalecer a harmonia e as relações justas entre os seres humanos. Felizmente, esses objetivos têm sido contemplados nas salas de aula e é provável que os alunos já tenham várias ideias e informações sobre esse tema. No entanto, para que a discussão seja enriquecida, recomendar aos alunos que façam uma pesquisa sobre o assunto por meio de *sítes* ou mesmo textos selecionados por você.

Seguir o roteiro proposto no livro do aluno. Poderão surgir perguntas como:

- A empresa tem algum selo de sustentabilidade?
- O produto tem rastreabilidade (a partir do produto temos informações de onde e como ele foi produzido)?
- A empresa utiliza energia limpa?
- A empresa faz testes em animais?
- Existe transparência no contrato de trabalho dos funcionários?

Depois da lista pronta, estimulá-los a divulgar as ideias discutidas na sala de aula aos seus familiares, por exemplo.

FÓRUM

Nós já consumimos 30% mais recursos naturais do que a capacidade de renovação da Terra. Se os padrões de consumo e produção se mantiverem no mesmo ritmo, em menos de 50 anos serão necessários dois planetas Terra para atender às nossas necessidades de água, energia e alimentos. Uma das maneiras para mudar isso pode ser rever nossas escolhas de consumo.

Um consumidor consciente é aquele que equilibra as satisfações pessoais com a sustentabilidade e por isso procura adquirir produtos de procedência ética e de empresas comprometidas com a saúde humana e animal, a preservação do meio ambiente, com as relações justas de trabalho, com a sociedade e o bem-comum. Ele também sabe o valor do dinheiro, equilibra a relação custo-benefício de suas compras e conhece seus direitos como consumidor.

Informações obtidas em: BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. **Quem é o consumidor consciente?** Disponível em: <<http://www.mma.gov.br/responsabilidade-socioambiental/producao-e-consumo-sustentavel/consumo-consciente-de-embalagem/quem-e-o-consumidor-consciente>>. Acesso em: 9 out. 2018.

- Com os colegas, elaborem uma lista de perguntas que podem ser feitas no momento da compra de algum produto para ajudá-los a consumir de maneira consciente. Depois, mostrem essa lista a seus familiares e amigos e os ajudem a ser, também, consumidores conscientes.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 319

Responda às questões no caderno.

1. Em um campeonato de voleibol, a equipe A ganhou 24 jogos dos 30 que disputou; e a equipe B ganhou 21 jogos dos 28 que disputou.
 - a) Expresse a taxa percentual de vitórias de cada equipe. **Equipe A: 80%; equipe B: 75%.**
 - b) Qual dos clubes apresentou o melhor desempenho? Por quê?
2. Em uma competição esportiva, uma equipe ganhou 80 medalhas, sendo 25% de ouro, 35% de prata e o restante de bronze. Qual o número de medalhas de bronze que essa equipe ganhou? **32 medalhas.**
3. Um comerciante ofereceu um desconto em sua loja de 20% nas compras para o pagamento à vista. Mariana gostou de uma calça que custa R\$ 135,00. Quanto Mariana pagará à vista pela calça? **R\$ 108,00**

Equipe A; A equipe A ganhou 80% dos jogos, enquanto a equipe B ganhou 75% dos jogos.

240

4. Um produto que custava R\$ 78,00 sofreu um acréscimo e passou a custar R\$ 83,85.

- a) Qual foi o valor do acréscimo, em reais? **R\$ 5,85**
- b) Qual foi a taxa percentual do acréscimo? **7,5%**

5. O rádio ainda é um meio de comunicação de muita abrangência e cobertura do Brasil, além de continuar sendo um veículo de comunicação de muita credibilidade. De acordo com o censo de 2010, o IBGE recenseou cerca de 68 milhões de domicílios particulares permanentes do Brasil, perto de 69% possuíam rádio. Quantos desses domicílios, aproximadamente, possuíam rádio no Brasil nesse ano? **46,92 milhões de domicílios.**

Informações obtidas em: IBGE. **Domicílios particulares permanentes, por posse de rádio.** Disponível em: <<https://seriesestatisticas.ibge.gov.br/series.aspx?vcodigo=PD281>>.

Acesso em: 13 out. 2018.

Atividades

As atividades 3 e 4 permitem ao aluno uma primeira aproximação com as ideias de desconto e acréscimo sobre o valor original de um produto. Se sentir que o momento é adequado, questionar os alunos sobre o que acontece com o pre-

ço de determinado produto que sofre um acréscimo de 10% e, posteriormente, um desconto de 10%. Em geral, os alunos tendem a dizer que o valor voltará a ter o preço inicial. Fazer um exemplo na lousa mostrando que isso não ocorre.

🔗 Educação financeira para crianças influencia famílias e professores

Cerca de um milhão de estudantes no Brasil já têm contato com o tema, segundo associação; para especialistas, poupar promove atitude sustentável.

A escola faz parte de um universo que cresceu nos últimos anos. Cerca de um milhão de alunos no País já têm aulas de educação financeira na escola básica atualmente, segundo estimativa da Associação Brasileira de Educadores Financeiros (Abefin). [...]

De acordo com uma pesquisa da Abefin, feita em parceria com o Instituto Axxus e o Núcleo de Economia Industrial e da Tecnologia (NEIT) do Instituto de Economia da Unicamp, 71% dos alunos que têm aulas sobre educação financeira ajudam os pais a fazerem compras conscientes. Já nas famílias que não têm filhos educados para o tema, a cooperação na hora da compra não existe, segundo a pesquisa apresentada em fevereiro.

Para o estudo, foram entrevistados 752 pais e mães, com filhos entre quatro e 12 anos, em cinco capitais: São Paulo, Rio de Janeiro, Recife, Goiânia e Vitória. Cerca de metade dos entrevistados tinha filhos em escolas que oferecem educação financeira. Os entrevistados cujos filhos recebem educação financeira também responderam que conseguiriam manter seu padrão de vida por mais tempo caso ficassem sem salário. Nesse caso, 73% respondem que poderiam manter o padrão por até seis meses. Entre famílias que não têm filhos estudando o assunto, só 53% têm uma avaliação tão otimista. Outros 44% das famílias sem educação financeira dizem que o padrão de vida duraria um mês em caso de desemprego – enquanto só 2% do outro grupo tem avaliação tão pessimista. [...]

Fonte: EDUCAÇÃO financeira para crianças influencia famílias e professores. **Estado**. Disponível em: <<https://sustentabilidade.estadao.com.br/noticias/geral,educacao-financeira-para-criancas-influencia-familias-e-professores,70002042823>>. Acesso em: 13 out. 2018.

De acordo com os trechos da notícia, e com base nos seus conhecimentos sobre porcentagens, responda às questões no caderno.

1. De acordo com a pesquisa, de que forma os alunos que têm aulas sobre educação financeira ajudam os pais? **Ajudam os pais a fazerem compras mais conscientes.**
2. Dos 752 pais e mães entrevistados, cerca de quantos conseguiriam manter seu padrão de vida por mais tempo caso ficassem sem salário? **Aproximadamente 275 pais e mães.**
3. Por volta de quantos pais e mães disseram que o padrão de vida duraria um mês em caso de desemprego? **Por volta de 165 pais e mães.**
4. Comparando os pais e as mães entrevistados que têm filhos que não recebem educação financeira e os que têm filhos que recebem educação financeira, o que você pode concluir? **Resposta pessoal.**

241

Educação financeira

Aqui os alunos terão a oportunidade de desenvolver suas habilidades de leitura e compreensão de informações presentes no texto. A notícia apresenta uma pesquisa que informa a importância da matemática financeira na vida das famílias e sua contribuição se desde cedo for inserida na educação dos jovens. A pesquisa realizada mostra que poupar não é um hábito somente dos pais. As taxas percentuais apresentadas mostram de modo objetivo como poupar promove uma atitude sustentável.

Os números da pesquisa possibilitam várias discussões, como:

- a importância da educação financeira desde cedo na vida dos jovens;
- o consumo de forma consciente por parte das famílias.

Aproveitar a oportunidade para que os alunos reflitam sobre a importância de poupar e o consumo com consciência, como uma atitude sustentável.

Na **atividade 2**, espera-se que os alunos percebam que poupar promove uma atitude sustentável que pode favorecer projetos futuros e também manter o padrão de vida por mais tempo, caso as famílias fiquem sem salário por um período.

Na **atividade 4**, espera-se que os alunos identifiquem a importância da educação financeira em suas vidas, favorecendo o diálogo entre eles e os familiares e promovendo o consumo consciente, pois nas famílias em que os filhos não estudaram o tema, a cooperação na hora das compras é inexistente.

Probabilidade

O estudo das probabilidades, como o quociente entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades, vai sendo construído ao longo do Ensino Fundamental II. Fazer o desenvolvimento da resolução apresentada no livro do aluno na lousa. Circular pela sala de aula, observando se os alunos compreendem os resultados apresentados.

Se achar conveniente, apresentar outros exemplos com a turma, por exemplo, a probabilidade de escolher um menino ou uma menina para ir à frente da classe e sortear a bolinha na urna. Outra possibilidade é fazer um experimento com os alunos para sortear seus nomes ou alguma característica, como a letra inicial ou a quantidade de letras dos nomes. Para isso, escrever o nome de cada aluno em um papel, dobrar e colocá-los em um saco para que sejam sorteados. Em seguida, fazer perguntas do tipo "Qual é a probabilidade de tirar um nome que comece com a letra R?" ou "Qual é a probabilidade de retirar um nome com 5 letras?". Registrar os experimentos na lousa, indicando o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades, para que todos possam acompanhar os cálculos.

Estimular os alunos para que pensem em outros casos em que a probabilidade pode ser utilizada, relacionando-a com as porcentagens.

CAPÍTULO 2

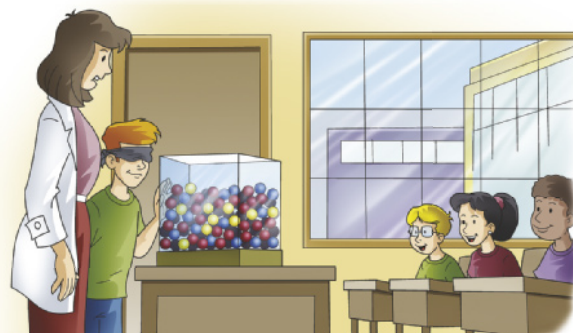
PROBABILIDADE

Acompanhe a situação a seguir:

A professora Leila colocou em uma urna 15 bolinhas azuis, 25 bolinhas vermelhas e 10 bolinhas amarelas, todas de mesmo tamanho. Ela pediu que Artur retirasse, sem olhar, uma bolinha da urna, mas antes perguntou para a sala qual cor de bolinha ele teria a maior chance de retirar da urna: azul, vermelha ou amarela.

Os alunos responderam que a chance de Artur retirar uma bolinha vermelha era maior, pois havia mais bolinhas vermelhas na urna do que cada uma das outras cores.

Depois, a professora perguntou qual era a probabilidade de Artur retirar uma bolinha amarela.



Para conseguir calcular a probabilidade de Artur retirar uma bolinha amarela, precisamos determinar a quantidade de bolinhas que há na urna. Ao todo são 50 bolinhas ($25 + 15 + 10 = 50$).

Então Artur tem 10 possibilidades em 50 de retirar uma bolinha amarela.

$$\frac{10}{50} \rightarrow \text{dez em cinquenta}$$

A probabilidade (P) é dada pela razão entre o número de possibilidades favoráveis e o número total de possibilidades:

$$P = \frac{\text{número de possibilidades favoráveis}}{\text{número total de possibilidades}}$$

Essa probabilidade pode ser representada das seguintes maneiras:

$$\bullet \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0,2 \qquad \bullet \frac{10}{50} = \frac{20}{100} = 20\%$$

As 10 bolinhas amarelas são os casos favoráveis, e o número total de possibilidades é 50 bolinhas.

Portanto, a probabilidade de Artur retirar uma bolinha amarela da urna é de 20%.

Atividades

As atividades propostas retomam o conceito de probabilidade utilizando o quociente entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades. Explicitar para os alunos o significado dos termos dado/moeda honesto(a) e que existem adulterações (moedas e dados viciados, por exemplo) feitas em mesas de jogos, para que, pela manipulação desses objetos, o jogador tenha mais ou menos chances de vencer o jogo.

Se julgar oportuno, levar um dado ou solicitar aos alunos que o tragam de casa para que seja possível realizar alguns experimentos com lançamento de dados, ou, ainda, construir um dado com cartolina em sala de aula, para observar suas faces e verificar que a probabilidade de sair uma das faces é $\frac{1}{6}$, ou seja, um em seis.

Conversar com os alunos sobre o significado de uma probabilidade ser, por exemplo, $\frac{2}{3}$.

Para calcular a probabilidade de Artur retirar uma bolinha azul, primeiro temos de determinar o número de possibilidades favoráveis, que é a quantidade de bolinhas azuis na urna, e o número total de possibilidades, que é a quantidade de bolinhas na urna. Logo, 15 possibilidades em 50, ou seja:

$$P_{\text{bolinha azul}} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 30\%$$

Como a quantidade de bolinhas vermelhas é 25, esse é o número de possibilidades favoráveis de Artur retirar uma bolinha vermelha da urna, e sua probabilidade é dada por:

$$P_{\text{bolinha vermelha}} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Como o número de possibilidades favoráveis a um determinado evento pode ser, no máximo, igual ao número total de possibilidades, temos que a probabilidade de esse evento acontecer pode ser no máximo 1, ou seja, 100%.

Retomando o caso das bolinhas, notamos que Artur só pode retirar uma bolinha amarela, azul ou vermelha. Se somarmos cada uma das probabilidades calculadas anteriormente, temos:

$$P_{\text{bolinha amarela}} + P_{\text{bolinha azul}} + P_{\text{bolinha vermelha}} = 20\% + 30\% + 50\% = 100\%$$

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 319

SAIBA QUE

Chamamos de dado honesto aquele cuja probabilidade de ocorrência de qualquer face é a mesma.

Responda às questões no caderno.

- Qual a probabilidade de sair cara no lançamento de uma moeda ao ar? $\frac{1}{2}$
- Calcule a probabilidade de obter um número menor que 3 no lançamento de um dado honesto. $\frac{1}{3}$
- Cláudia irá lançar um dado honesto. Calcule a probabilidade de ela obter:
 - um número par. $\frac{1}{2}$
 - um número maior que 2. $\frac{2}{3}$
 - um número menor que 4. $\frac{1}{2}$
- Na classe de Patrícia há 12 meninas e 18 meninos. Duas meninas se chamam Juliana, e três dos meninos são ruivos. Serão sorteados um menino e uma menina para representar a turma na escola.
 - Qual a probabilidade de Patrícia ser sorteada? $\frac{1}{12}$

- Qual a probabilidade de ser sorteada uma Juliana? $\frac{1}{6}$
- Qual a probabilidade de ser sorteado um dos meninos ruivos? $\frac{1}{6}$

- (Saresp-SP) As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso.



A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma pessoa é **Alternativa d.**

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{2}{5}$

Tratamento da informação

Nesta seção, espera-se que os alunos percebam que, no lançamento de uma moeda honesta, há uma tendência de que 50% dos lançamentos resultem em cara e 50% resultem em coroa, uma vez que existem apenas duas possibilidades de resultados nesse experimento. Explorar outros casos de experimento aleatório, por exemplo, o lançamento de um dado honesto e, também, o sorteio da bolinha na urna, proposto no início deste capítulo (desde que as bolinhas sejam repostas após cada sorteio).

Sugerir que toda a atividade seja desenvolvida fora da sala de aula.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃOResoluções
na p. 319**Experimento aleatório**

Você já notou que, mesmo conhecendo todos os possíveis resultados de um determinado experimento, não podemos saber com exatidão qual de fato será o resultado antes de executá-lo?

Por exemplo, ao lançarmos uma moeda honesta, conhecemos todos os resultados possíveis (cara ou coroa), mas não sabemos qual será o resultado antes do lançamento. Esse tipo de experimento, que, mesmo repetido várias vezes sob as mesmas condições, apresenta resultados imprevisíveis, é chamado de **experimento aleatório**.

Todos os resultados possíveis de um experimento aleatório formam um conjunto chamado **espaço amostral**, e cada subconjunto do espaço amostral é chamado de **evento**.

Um exemplo de experimento aleatório é o jogo de cara ou coroa. Esse jogo consiste em lançar uma moeda para o ar e, então, verificar qual de seus lados ficou voltado para cima, após sua queda.

Em uma partida de futebol, é comum jogar cara ou coroa para decidir quem iniciará a partida ou quem escolherá o campo, pois, utilizando uma moeda honesta, teoricamente, a probabilidade de sair cara é a mesma de sair coroa, ou seja, 50% para cada.

Mas, será que, se lançarmos uma moeda e registrarmos a quantidade de vezes que cada lado ficou voltado para cima, o resultado será exatamente meio a meio, ou seja, 50%?

SAIBA QUE

Dizemos que uma moeda é "**honest**a" se, em um experimento aleatório, as faces têm a mesma probabilidade de ocorrer, ou seja, 50%; caso contrário, a moeda é considerada **viciada**.



➤ Lançamento de uma moeda.

Link

No *link* abaixo, é apresentada uma simulação do lançamento de um dado para comparar a variação da frequência relativa de uma das faces com a probabilidade do acontecimento. Nesse experimento é possível verificar a diferença entre a probabilidade de um evento obtida experimentalmente e teoricamente. Disponível em: <<http://livro.pro/43w6sk>>. Acesso em: 8 out. 2018.

Para responder à questão da página anterior, vamos observar os resultados do lançamento de uma moeda honesta, repetido inúmeras vezes por um grupo de alunos, descritos a seguir.

Os alunos começaram o experimento com 10 lançamentos, e foram registrados 4 caras e 6 coroas. Em seguida, resolveram aumentar o número total para 50 lançamentos e registraram 23 caras e 27 coroas. A partir daí compararam o resultado dos dois experimentos e concluíram que a probabilidade de se obter cara ou coroa era diferente nos dois conjuntos.

Diante disso, eles fizeram vários experimentos, com diferentes quantidades de lançamentos, e registraram as informações no quadro:

Repetições	Resultado	
	Cara	Coroa
10	4	6
50	23	27
100	53	47
200	97	103
300	146	154
400	191	209
500	261	239
600	323	277
700	346	354
800	401	399
900	454	446
1000	498	502

Observe que em nenhum caso os resultados obtidos nas repetições foram iguais. Em algumas situações ocorre um número maior de caras e em outras, um número maior de coroas. Isso evidencia a imprevisibilidade de um experimento aleatório.

Responda às questões no caderno.

1. Determine a probabilidade de caras e coroas de cada repetição observada no quadro.

O que você pode concluir sobre os resultados? *Resposta no final do livro; à medida que aumentamos o número de lançamentos, a tendência é que os resultados obtidos se aproximem mais da probabilidade calculada.*

2. Vamos fazer um experimento com uma moeda. Junte-se com um colega, e lancem uma moeda 50 vezes, anotando se o lado voltado para cima após a queda é cara ou coroa. Para isso, construam um quadro como o apresentado nesta página. Em seguida, comparem os resultados com os dos demais colegas e respondam:

- a) Os resultados foram iguais? *Resposta pessoal.*
- b) Se ocorresse um resultado muito distante do previsto, o que poderíamos supor? *Resposta possível: A moeda poderia ser viciada.*

Medidas em estatística

Nestas páginas, é interessante começar o estudo retomando aqui a importância da Estatística e das medidas utilizadas, como a média e a amplitude. Os alunos terão a oportunidade de relacionar as medidas estatísticas com os números na forma decimal e de resolver problemas que envolvem o cálculo das médias. Também terão a oportunidade de conhecer formas de calcular a amplitude em um conjunto de dados.



MEDIDAS EM ESTATÍSTICA

A Estatística utiliza várias medidas para investigar características de um conjunto de dados observados em determinado estudo. Algumas dessas medidas são as de tendência central, das quais a média aritmética é a mais conhecida e utilizada no cotidiano.

Uma situação muito comum no mundo dos esportes, como vôlei ou basquete, por exemplo, é destacar a altura média dos jogadores de cada equipe. Acompanhe as situações a seguir.

- 1 A tabela a seguir mostra a altura, em metro, dos cinco jogadores titulares de um time de basquete.

Altura dos jogadores de basquete

Jogador	Altura (em metro)
Pedro	1,90
Antônio	1,99
Carlos	2,01
Sérgio	2,08
João	2,12

Fonte: Dados fictícios.



Jogadores de basquete com o treinador.

Para sabermos a altura média dos jogadores titulares do time de basquete, devemos calcular a média aritmética das alturas desses jogadores:

$$\frac{1,90 + 1,99 + 2,01 + 2,08 + 2,12}{5} = \frac{10,1}{5} = 2,02$$

Então, a altura média dos jogadores titulares do time de basquete é de 2,02 m. Observe que esse valor não aparece no conjunto das alturas desses jogadores.

A média nem sempre é um dos valores observados dentro de um conjunto de dados, mas ela sempre está entre o menor e o maior valor do conjunto. Nesse caso, podemos dizer que a altura 2,02 m é um valor representativo dos valores observados, ou seja, a altura dos jogadores titulares do time.

Outra medida estatística que podemos utilizar é a **amplitude** do conjunto de dados. Ela é a diferença entre o maior e o menor valor observado e mostra a variação dos valores do conjunto.

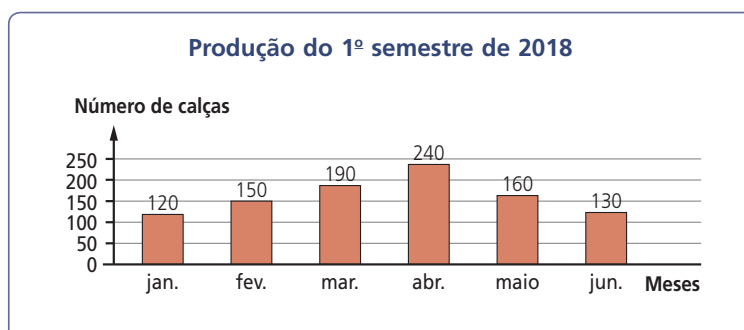
Os jogadores de maior e menor alturas do time são João e Pedro, e a amplitude é dada por:

$$2,12 \text{ m} - 1,90 \text{ m} = 0,22 \text{ m}$$

Logo, a amplitude das alturas dos jogadores do time de basquete é de 22 cm.

Outra situação em que podemos avaliar a média de um conjunto de dados numéricos é na observação de um gráfico.

- 2 O gráfico abaixo representa a produção de uma fábrica de calças *jeans* no primeiro semestre (janeiro a junho) de 2018.



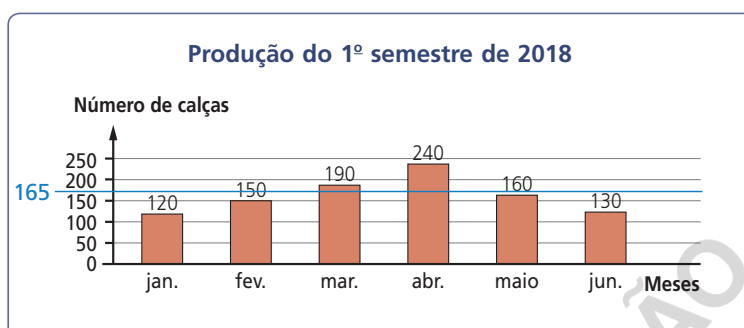
Fonte: Dados fictícios.

Vamos determinar a média mensal do número de calças *jeans* produzidas:

$$\frac{120 + 150 + 190 + 240 + 160 + 130}{6} = \frac{990}{6} = 165$$

Então, a média mensal de calças *jeans* produzidas é de 165 calças.

Observando o gráfico abaixo, podemos verificar os meses em que a produção ficou acima ou abaixo da média:



Fonte: Dados fictícios.

Note que, nos meses de janeiro, fevereiro, maio e junho, a fabricação de calças *jeans* ficou abaixo da média, e, nos meses de março e abril, a fabricação ficou acima da média.

Agora, vamos calcular a amplitude desse conjunto de dados. A partir do gráfico, observamos que o mês de maior produção foi abril (240) e o de menor produção foi janeiro (120).

$$240 - 120 = 120$$

Logo, a amplitude da produção de calças *jeans* no primeiro semestre de 2018 foi de 120 calças.

Permitir aos alunos que explorem as situações apresentadas e, caso necessário, resgatar alguns conceitos como o de aplicações da média aritmética.

Destacar que a média nem sempre é um valor do conjunto de dados e que, dependendo desse conjunto, ela não será um valor muito representativo dos dados. Comentar que existem outras medidas estatísticas para esses casos e que serão estudadas nos próximos anos do Ensino Fundamental.

Atividades

As atividades exploram diferentes formas de se apresentarem os dados e obter a média do conjunto de dados, como tabelas e gráficos.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 320

O consumo médio mensal é aproximadamente 13,83 m³.

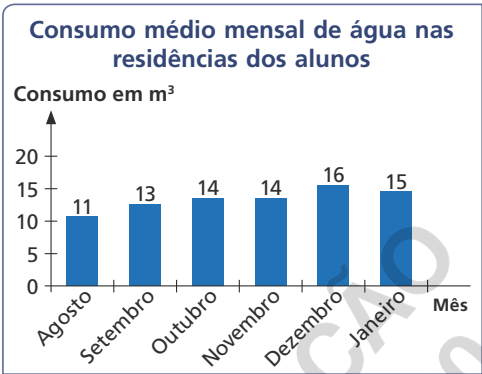
Responda às questões no caderno.

1. O quadro a seguir mostra o número de alunos matriculados nos períodos da manhã, tarde e noite em uma escola de línguas:

Período Curso	Manhã	Tarde	Noite
Inglês	15	16	14
Espanhol	21	20	25

Calcule a média de alunos matriculados:

- a) Por curso. **Inglês: 15; Espanhol: 22.**
b) Por período. **Manhã: 18; Tarde: 18; Noite: 19,5.**
2. Os alunos do 7º ano de uma escola calcularam a média do consumo de água de cada mês (em m³) na residência de todos os 20 alunos. Em seguida construíram o seguinte gráfico de barras.

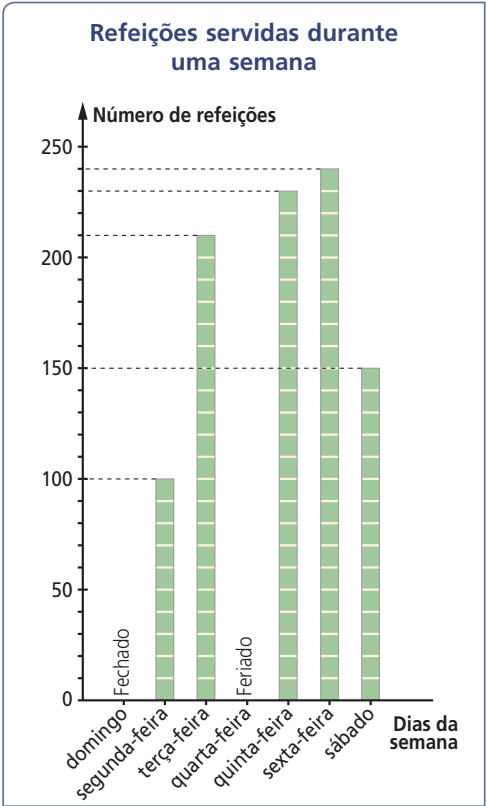


Fonte: Contas de água das residências dos alunos.

Com base nas informações apresentadas no gráfico, responda às perguntas:

- a) Calcule o consumo médio mensal de água nas residências dos alunos. Use uma calculadora, caso seja necessário.
b) Considerando meses com 30 dias, qual é o consumo médio diário nas residências desses alunos? **Aproximadamente 0,46 m³.**

3. O gráfico mostra o número de refeições servidas em um restaurante de domingo a sábado durante uma semana.



Fonte: Dados fictícios.

- a) Por dia, qual foi a média de refeições servidas pelo restaurante nessa semana nos dias em que ele funcionou? Esse valor está presente no gráfico? **186 refeições; não.**
b) Em quais dias dessa semana o número de refeições servidas ultrapassou a média? **Terça-feira, quinta-feira e sexta-feira.**
c) Qual a amplitude do número de refeições servidas nos dias de funcionamento? **140 refeições.**
d) A média está mais próxima do valor mínimo ou do valor máximo de refeições servidas? **O valor médio está mais próximo do valor máximo.**

Os aparelhos domésticos e o consumo de energia

Podemos estimar o consumo de energia elétrica em nossa residência considerando suas principais fontes. A seguir você encontra a relação de alguns eletrodomésticos e sua potência média, além do consumo médio mensal de cada aparelho.

Os aparelhos domésticos e o consumo de energia

Aparelhos elétricos	Potência média (watts)	Dias estimados uso/mês	Média utilização/dia	Consumo médio mensal (quilowatts-hora)
Aspirador de pó	500	30	20 min	5,0
Chuveiro	3500	30	30 min	52,5
Computador/impressora/estabilizador	180	30	3 h	16,2
Ferro automático	1000	15	1 h	5,0
Forno micro-ondas	1200	30	20 min	12,0
Geladeira 2 portas	300	30	10 h	90
Lavadora de roupas	500	15	1 h	4,0
Liquidificador	300	15	15 min	0,6
Secador de cabelo	900	30	5 min	2,25
TV em cores de 32 polegadas	200	30	5 h	30

Fonte: ENEL. **Simulador de consumo.** Disponível em: <<https://enel-ce.simuladordeconsumo.com.br/>>. Acesso em: 16 out. 2018.

1. Com base nos dados da tabela, responda às questões a seguir no caderno.

- Qual o consumo médio mensal de 3 chuveiros elétricos? E de 2 computadores com impressora e estabilizador em cada um? **157,5 kWh; 32,4 kWh**
- De acordo com a tabela, qual é o consumo mensal médio de todos os aparelhos juntos? **217,55 kWh**
- Supondo que o custo de 1 quilowatt-hora já com os impostos inclusos seja de R\$ 0,55, qual é o valor aproximado, em reais, do consumo de energia elétrica mensal de todos os aparelhos? **R\$ 119,65**
- Uma família composta de 4 pessoas utiliza os aparelhos que possui em casa, conforme os dados da tabela. Nessa residência há duas TVs em cores de 32 polegadas, uma lavadora de roupas, dois banheiros com chuveiro elétrico, dois secadores de cabelo, um ferro elétrico automático, um aspirador de pó, um liquidificador e três computadores com impressora e estabilizador em cada um. Qual é o consumo médio mensal de energia elétrica relativa ao uso desses aparelhos nessa residência? **232,7 kWh**
- Qual será o valor aproximado da conta que a família do item anterior vai pagar? Considere o valor de 1 quilowatt-hora do item c. **R\$ 127,99**
- Pesquise o consumo de energia elétrica do último mês do lugar onde você reside. **Resposta pessoal.**
- Você acredita que é possível reduzir esse consumo? Em caso afirmativo, apresente alguns hábitos que ajudarão nessa redução de consumo. **Resposta pessoal.**

Por toda parte

Esta seção permite uma discussão sobre o consumo de energia dentro da residência dos alunos. Aproveite para conversar sobre formas de diminuição dos custos, como tirar aparelhos eletrônicos, que não estão em uso, das tomadas ou apagar as lâmpadas dos cômodos que não estão sendo utilizados.

Comentar com os alunos sobre o consumo gerado pelo chuveiro elétrico (aparelho de maior consumo médio), por exemplo. As campanhas por banhos mais curtos contribuem não apenas para a economia de água, mas também para a diminuição da quantidade de energia elétrica consumida.

Estimular os alunos a utilizar a energia elétrica com eficiência em suas casas. Orientar que o desperdício sai caro para as famílias e para o meio ambiente. Consumir energia de forma consciente, economiza na conta de luz e ainda ajuda na preservação das reservas naturais.

Orientar os alunos que adotar algumas mudanças, como substituir seus equipamentos ineficientes por outros mais novos e eficientes, dando preferência aos que possuem o selo de menor consumo, faz com que utilizem a energia elétrica de forma mais segura e econômica, sem abrir mão do conforto.

As atividades desta seção permitem a leitura e a interpretação de tabelas e a realização de cálculos, relacionando-os ao consumo dos aparelhos domésticos.

AMPLIANDO

Link

Aproveitar para retomar as discussões sobre economia de energia e o consumo dos diferentes equipamentos eletrônicos. Na internet, é possível encontrar informações mais detalhadas sobre o consumo dos

mais diferentes equipamentos eletrônicos e de como poupar energia. O Simulador de Consumo foi desenvolvido para as famílias conhecerem melhor a energia elétrica consumida por cada aparelho em suas residências. Acessando o *site*, basta selecionar o cômodo e os equipamentos, informar a

potência, o tempo de uso do aparelho e o Simulador estima o consumo total em quilowatt-hora (kWh). Disponível em: <<http://livro.pro/7r7bvr>>. Acesso em: 25 out. 2018.

População e amostra

Para trabalhar na sala de aula, solicitar aos alunos que levem jornais e revistas e, com esse material em mãos, pedir que identifiquem informações que utilizam dados estatísticos como instrumentos úteis para interpretar a informação que está sendo transmitida.

Explicar aos alunos que a Estatística é uma ciência que trabalha com a coleta de dados, que são organizados, estudados e então utilizados para um determinado objetivo. Um exemplo do uso da Estatística é no trabalho feito pelo IBGE, em que ela é importante para informar sobre a realidade do Brasil por meio dos dados coletados de forma censitária ou amostral.

Link

No site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), é possível obter mais informações sobre a construção do Censo 2010. Disponível em: <<http://livro.pro/rcrda6>>. Acesso em: 25 out. 2018.

CAPÍTULO 4

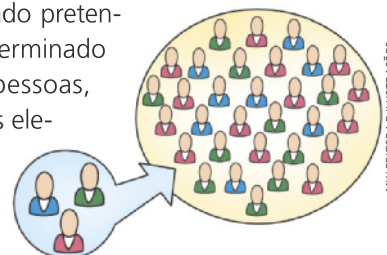
PESQUISA ESTATÍSTICA

População e amostra

Realizamos uma pesquisa estatística quando pretendemos estudar alguma característica de determinado conjunto de elementos, que podem ser pessoas, resultados, objetos etc. O conjunto de todos os elementos, que tem a característica do interesse da pesquisa, é chamado de **população**.

Quando temos muitos elementos na população que queremos estudar, podemos realizar a pesquisa com uma **amostra** que represente essa população. Uma amostra é um subconjunto dos elementos da população.

Vamos observar duas situações para entender melhor a diferença entre população e amostra.



MIV EDITORA E ILUSTRAÇÕES

- 1 Uma empresa farmacêutica é responsável pela produção de um medicamento vendido em cápsulas. O controle de qualidade dessa empresa precisa fazer uma pesquisa para verificar se as 10 000 cápsulas produzidas diariamente têm o mesmo tamanho.

Nessa situação, temos:

Objetivo da pesquisa: fazer o controle de qualidade da produção de um medicamento.

Característica pesquisada: tamanho das cápsulas de um medicamento.

População: 10 000 cápsulas do medicamento produzidas diariamente.

Amostra: 150 cápsulas do medicamento produzidas diariamente.

- 2 A prefeitura de uma cidade quer saber se as crianças e os adolescentes, que são aproximadamente 1 000 pessoas, frequentariam as escolas nos fins de semana para usar o espaço de forma recreativa (quadra e biblioteca).

Nessa situação, temos:

Objetivo da pesquisa: estudar a possibilidade de abrir as escolas nos fins de semana.

Característica pesquisada: se frequentariam ou não o espaço da escola de forma recreativa nos fins de semana.

População: 1 000 crianças e adolescentes que moram na cidade.

Amostra: 30 crianças e adolescentes que moram na cidade.

Pesquisa censitária e amostral

O IBGE oferece uma ferramenta em seu *site* chamada “Nomes no Brasil”, que possibilita a consulta da incidência dos nomes. Se julgar pertinente e houver possibilidade, levar os alunos ao laboratório de informática e permitir que consultem a incidência de seu nome no Brasil. Em seguida, comparar os gráficos e as décadas de maior incidência dos nomes. Por exemplo, em 1969, uma música intitulada “Cantiga por Luciana”, de Edmundo Souto e Paulinho Tapajós, foi a vencedora do 4º Festival Internacional da Canção, interpretada pela cantora Evinha. No gráfico apresentado no *site*, é possível ver que esse nome teve seu ponto mais alto em 1970. Disponível em: <<http://livro.pro/sko9y6>>. Acesso em: 25 out. 2018.

Nas duas situações apresentadas, foi selecionada uma amostra para a realização da pesquisa. Note que é importante atentar para o objetivo da pesquisa, pois é ele que vai ajudar a determinar a característica e a população a ser estudada.

🔍 Pesquisa censitária e amostral

Em Estatística, temos dois tipos de pesquisa, a censitária e a amostral.

Na pesquisa **censitária**, todos os elementos de determinada população são pesquisados. As pesquisas censitárias de grande porte, em geral, são mais demoradas e há um custo maior em pesquisar todos os elementos da população de interesse. Um exemplo de pesquisa censitária de grande porte é o Censo Demográfico no Brasil, realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), que acontece a cada 10 anos e tem como objetivo constituir a principal fonte de referência para o conhecimento das condições de vida da população em todos os municípios do país.

Acompanhe a situação a seguir

A prefeitura de um município do interior do estado de Alagoas deseja verificar a carteira de vacinação das crianças de até 6 anos de idade para realizar uma nova campanha de vacinação. Desse modo, será necessário analisar as carteiras de vacinação de todas essas crianças. Então, a prefeitura irá realizar uma pesquisa censitária para colher essas informações junto aos pais ou responsáveis.

Note que, com a pesquisa, a prefeitura saberá quais e quantas vacinas deverá aplicar nas crianças durante a campanha.

▶ Veja no material audiovisual o vídeo sobre a história do censo.

👉 Criança no colo da mãe tomando vacina.



ADRIANO KIRIHARAPULSAR IMAGENS

NO AUDIOVISUAL

Um dos materiais audiovisuais disponíveis nesta coleção é um vídeo sobre a história do censo. Nesse vídeo, aborda-se a motivação de se fazer o primeiro censo no

Brasil, bem como isso ocorreu. Além disso, destaca-se a importância do censo e de pesquisas feitas pelo IBGE para conhecer características da população brasileira.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

A partir de alguns exemplos de pesquisas, como as eleitorais e de consumo, solicitar aos alunos que deem exemplos de amostra e população. Não é necessário que os alunos saibam como é calculada a amostragem, mas sim entender a ideia de sua escolha e seleção da amostra.

As pesquisas amostrais são muito utilizadas no dia a dia. É possível encontrar pesquisas científicas na área da saúde, educação etc., todas buscando validar hipóteses verificadas na amostra e generalizá-las para a população de interesse.



Formigas na areia.

CREDIT: ALEXANDER PROSVIROV/SHUTTERSTOCK.COM

Há casos em que não é possível observar toda a população de interesse, em geral por questões econômicas e por prazos menores. Por exemplo, uma livraria pode não ter recursos financeiros suficientes para saber fazer uma pesquisa de opinião com todos seus clientes, ou levaria muito tempo para ter os resultados. Para resolver essas dificuldades, existe a pesquisa **amostral**. Ela é feita com uma parte predeterminada da população de interesse.

Por outro lado, a escolha da amostra deve ser feita segundo critérios rigorosos para que o resultado da pesquisa represente, o mais próximo possível, a opinião ou característica de toda população de interesse.

Acompanhe a situação a seguir.

Um pesquisador deseja estudar o comportamento de um tipo específico de formiga na cidade de Belo Horizonte. Para isso, não seria possível pesquisar todas as formigas da cidade, ou seja, a população de interesse. Dessa maneira, o pesquisador define uma amostra, delimitando uma área para fazer essa observação, além de considerar um número predeterminado de formigas a serem estudadas.

Para definir uma amostra adequada é importante estabelecer alguns critérios, tais como:

- Definir um perfil da amostra para saber quais características serão pesquisadas. Por exemplo: idade, sexo, região de domicílio etc.
- Entender que, mesmo definindo um perfil e um questionário adequado, há uma margem de erro que deve ser considerada porque estamos trabalhando com estimativas e não valores absolutos. Para isso, devemos assumir uma margem de erro adequada para a pesquisa. Por exemplo: em pesquisas eleitorais as margens de erro variam entre 2% e 5%, dependendo do instituto que realiza a pesquisa.
- Definir o tamanho da amostra com base na população total e na margem de erro estabelecida como aceitável. Quanto maior a população e menor o erro estabelecido, maior deverá ser o tamanho da amostra. Por exemplo: realizar uma pesquisa envolvendo as crianças de até 6 anos em um município com 30 000 habitantes é diferente de realizar essa pesquisa em território nacional.

Não, pois não foi informada a quantidade de sócios e a amostra pode não representar a população, ou seja, todos os sócios do clube.

A censitária, pois o tamanho da população é suficientemente pequeno para que todos os elementos sejam pesquisados.

1. Em uma pesquisa censitária, foram entrevistados todos os médicos de um hospital, a fim de identificar as universidades que eles cursaram. Os dados levantados estão apresentados a seguir:

Universidade cursada	Total de médicos
A	34
B	45
C	21

- a) Observando os dados apresentados no quadro, quantos médicos trabalham nesse hospital? **100 médicos.**
 - b) Qual a porcentagem de médicos que estudou na Universidade A? **34%**
2. Deseja-se pesquisar o estilo musical preferido por uma turma do 7º ano de uma escola. Qual o tipo de pesquisa mais indicada: a censitária ou a amostral? Justifique sua resposta.
 3. Junte-se com um colega e respondam quais características devem ser levadas em consideração na construção de uma amostra que pretende pesquisar as intenções de voto de eleitores em uma eleição presidencial.



Urna eletrônica.

Resposta possível: a amostra deve conter pessoas de ambos os sexos, de diferentes idades, diferentes rendas e de vários lugares do país.

4. O clube de que Antônio faz parte decidiu sortear 5 sócios para responderem a uma pesquisa de satisfação. A escolha da amostra de sócios, nesse caso, pode representar a opinião da maior parte dos sócios desse clube? Explique sua resposta.

5. Reúnam-se em grupos para planejar e realizar uma pesquisa. As etapas descritas a seguir podem orientá-los no desenvolvimento desse trabalho.

Resposta pessoal.



ROBERTO ZOELLNER

- Escolham um tema relevante para a comunidade escolar.
- Decidam se a pesquisa será censitária ou amostral.
- Elaborem um questionário para a coleta dos dados.
- Apliquem o questionário e tabulem os dados.
- Analisem os dados e apresentem um relatório escrito, contendo tabelas e gráficos que ilustrem os resultados obtidos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

As atividades propostas visam a compreensão, por parte dos alunos, das pesquisas censitárias e amostrais.

Na **atividade 3**, é fundamental que os alunos percebam que o mais importante é uma amostra com brasileiros eleitores com as mesmas características da população e que, para isso, devem ser selecionados proporcionalmente em cada estado, por sexo, classe social etc.

Na **atividade 5**, propor o desenvolvimento de uma pesquisa. As etapas estão descritas na atividade, mas é preciso organizar o tempo para sua realização. Orientar os alunos na escolha dos temas e dos limites e possibilidades do tipo de pesquisa, amostral ou censitária.

Tecnologias

Nas últimas décadas a informática tem adentrado as escolas, tornando-se cada vez mais uma ferramenta indispensável para o processo de ensino e aprendizagem, ampliando as possibilidades didáticas. No caso de Matemática, o professor passa a assumir um papel de facilitador da disciplina diante desse contexto.

Jovens são curiosos, questionadores e ativos. Portanto, estimule-os a desenvolver essa criatividade, mostrando como trabalhar a Matemática com o auxílio de recursos digitais. Colocar-se ao lado dos alunos, também aceitando desafios e aprendendo.

Se necessário, retomar a construção de gráficos e dar início à atividade proposta destacando o computador como coadjuvante no processo de ensino em que os alunos estão inseridos.

Por fim, retomar com os alunos os itens abordados nesta seção para a construção dos gráficos. Avaliar, principalmente, a estrutura dos gráficos e a capacidade de passarem informações claras e precisas, bem como o tratamento dado às informações coletadas.



Resoluções
na p. 321

Construindo gráficos no computador

A utilização de gráficos é um recurso muito interessante na apresentação de informações e resultados de uma pesquisa, principalmente quando a quantidade de dados a ser tabulada é muito grande. Geralmente as agências de divulgação de pesquisas oficiais utilizam os gráficos para auxiliar a população a compreender os resultados dos dados coletados.

Observe este quadro com um resumo dos principais gráficos que utilizamos.

<p>Colunas e barras</p>	<p>Pode ser utilizado para comparar valores de diferentes séries. A diferença entre um gráfico de colunas e de barras está na disposição da representação gráfica dos dados.</p>
<p>Setores ou pizza</p>	<p>Normalmente utilizado para visualizar a pesquisa no geral, possibilitando comparar cada categoria envolvida. Cada setor determina uma proporção do total dos resultados.</p>
<p>Dispersão</p>	<p>É comum na representação de várias séries de dados. É usualmente utilizado para mostrar como as séries podem ser parecidas e então agrupadas de acordo com o interesse.</p>
<p>Linhas</p>	<p>Esse tipo de gráfico pode favorecer a leitura de pesquisas que representam sequências cronológicas.</p>

ILUSTRAÇÕES: FORMATO

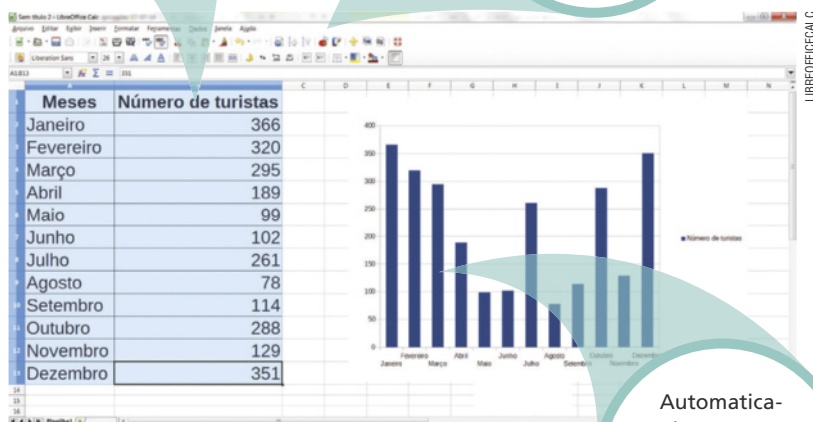
Todos os gráficos apresentados no quadro podem ser feitos à mão, mas, dependendo dos valores e das variáveis disponíveis, isso se torna uma tarefa trabalhosa.

Para facilitar esse trabalho existem diversos *softwares* livres de planilhas eletrônicas que criam gráficos estatísticos. Vamos aprender um pouco sobre um deles. Para isso, siga estes passos:

- Entre no endereço <<http://livro.pro/bixzay>> e baixe o pacote do LibreOffice.
- Depois de instalado, abra o programa LibreOffice Calc, de planilha eletrônica.

Digite na planilha o resultado de uma pesquisa hipotética sobre o número de turistas que frequentaram um hotel, mês a mês, durante um ano.

Selecione os dados e clique sobre o botão **Gráfico**, destacado em vermelho na figura.



Automaticamente o programa abrirá uma janela para você selecionar o tipo de gráfico que deseja fazer.

Chegou a hora de você conhecer um pouco mais sobre os tipos de gráfico.

1. Usando dados hipotéticos sobre o número de turistas que frequentaram um hotel, mês a mês (como no exemplo anterior), preencha a planilha e construa outros tipos de gráficos apresentados pelo programa. **Resposta pessoal.**
2. Qual deles representou melhor as informações da sua tabela? Como você chegou a essa conclusão? **Resposta pessoal.**
3. Utilizando o próprio programa ou uma calculadora, determine a média mensal de turistas e a amplitude do seu conjunto de dados. **Resposta pessoal.**

Retomando o que aprendeu

O objetivo das atividades é propiciar aos alunos que reconheçam e tirem suas dúvidas sobre os conteúdos estudados na **Unidade 8**, que são porcentagem, probabilidade e estatística.

Além de uma breve retomada dos conteúdos apresentados, esse momento permite reflexões sobre as aprendizagens individuais.

É importante que os alunos realizem essas atividades individualmente e anatem os temas que precisam ser retomados. Espera-se que os alunos reflitam sobre suas aprendizagens e possíveis dúvidas a respeito de cada conteúdo apresentado na Unidade.

Na **atividade 1**, reforçar com os alunos que o resultado da razão entre a superfície do Brasil e a superfície da América do Sul, deve ser multiplicada por 100 para se obter o percentual. Lembrá-los de que o resultado é aproximado.

A **atividade 2** tem por objetivo calcular as médias dos alunos e fazer a comparação entre elas para definir quais serão aprovados e quais serão reprovados. Se considerar necessário, orientar os alunos a efetuarem os cálculos das médias das notas de cada aluno do curso de inglês separadamente.

Na **atividade 4**, verificar se os alunos compreendem que “um lucro de 5%” é um acréscimo no valor inicial da bicicleta. De acordo com o procedimento adotado pelos alunos, deve-se somar o valor da taxa percentual obtida ao valor inicial.

Na **atividade 5**, é necessário que os alunos identifiquem os dados fornecidos no enunciado nos gráficos das alternativas da atividade. Observar se os alunos conseguem compreender que 75% representa $\frac{3}{4}$ do gráfico e que o restante (10% + 15%), representa $\frac{1}{4}$.

RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções na p. 321

Responda às questões no caderno.

1. A América do Sul tem uma superfície de cerca de 18 milhões de quilômetros quadrados. O Brasil, que é o maior país da América do Sul, tem uma superfície aproximada de 8,5 milhões de quilômetros quadrados. Isso significa que o Brasil ocupa, aproximadamente, quantos por cento da América do Sul?
- a) 42% Alternativa d. d) 47%
b) 44% e) 49%
c) 45%
2. (Enem/MEC) Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Notas da prova de inglês

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

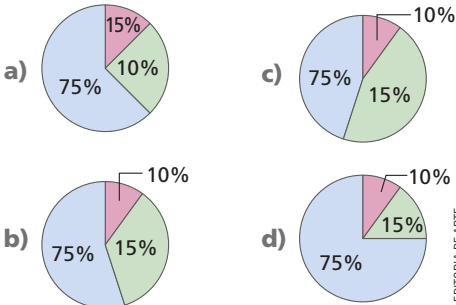
Fonte: Dados fictícios.

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s) Alternativa b.

- a) apenas o aluno Y.
b) apenas o aluno Z.
c) apenas os alunos X e Y.
d) apenas os alunos X e Z.
e) os alunos X, Y e Z.

3. Por aquecimento, o comprimento de uma barra de ferro aumenta $\frac{7}{200}$ em relação ao valor inicial. Isso significa que o aumento do comprimento é de:
- a) 1% c) 0,62% e) 3,5%
b) 0,7% d) 0,55% Alternativa e.
4. (Saresp-SP) Luís comprou uma bicicleta por R\$ 180,00 e deseja vendê-la com um lucro de 5% para compensar alguns gastos que teve com a manutenção da bicicleta. O preço de venda será:
- a) R\$ 171,00 c) R\$ 189,00
b) R\$ 185,00 d) R\$ 270,00 Alternativa c.
5. (Saresp-SP) Duas mil pessoas foram entrevistadas sobre o controle externo na programação da televisão. O resultado obtido foi:
- 75% foram favoráveis;
 - 10% não responderam;
 - 15% discordaram.

Indique o gráfico que representa o resultado dessa pesquisa.



Alternativa d.

6. Uma escola de artes marciais consultou todos os alunos que têm entre 7 e 16 anos, para colher informações de satisfação com as aulas e com as instalações físicas da escola. Essa pesquisa é censitária ou amostral? Justifique sua resposta.
- Censitária; pois a escola contou todos os alunos entre 7 e 16 anos.

Um novo olhar

Uma sugestão para desenvolver essa etapa de trabalho é organizar a turma em grupos para que haja troca de informações e experiências. É interessante circular pela sala para acompanhar a resolução das atividades e, quando necessário, fazer intervenções e questionamentos, inclusive quando os procedimentos estão sendo realizados corretamente, assim os alunos acostumam-se com a ideia de compartilhar o seu raciocínio.

O enfoque desse encerramento é relacionar, com base nas questões da atividade proposta, a porcentagem, a probabilidade e a estatística, com o cotidiano dos alunos por meio de algumas reflexões.

A primeira questão visa relacionar os conceitos estudados na Unidade anterior com o conceito de porcentagem; os alunos podem notar que a porcentagem é uma razão de grandezas diretamente proporcionais, o que possibilita utilizar a regra de três simples para efetuar alguns cálculos.

Como a segunda e a terceira questões são correlatas, os alunos podem perceber que estimativas percentuais são feitas o tempo todo, mesmo que no sentido intuitivo da chance. É importante também compreender os valores percentuais para acompanhar, por exemplo, informações divulgadas na mídia e, dessa forma, exercer sua cidadania com entendimento profundo e crítico sobre as situações da sociedade.

A penúltima questão pretende fazer com que os alunos reflitam sobre como utilizam seu dinheiro e se conseguem poupar uma parte dele, observando, por exemplo, quais gastos poderiam ser considerados supérfluos e quais são verdadeiramente necessários. Após um período, é possível que os alunos calculem a média (semanal ou mensal) dos seus gastos.

7. (Enem/MEC) Em uma cidade, o número de casos de dengue confirmados aumentou consideravelmente nos últimos dias. A prefeitura resolveu desenvolver uma ação contratando funcionários para ajudar no combate à doença, os quais orientarão os moradores a eliminarem criadouros do mosquito *Aedes aegypti*, transmissor da dengue. A tabela apresenta o número atual de casos confirmados, por região da cidade. A prefeitura optou pela seguinte distribuição dos funcionários a serem contratados: 10 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja maior que a média dos casos confirmados. 7 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja menor ou igual à média dos casos confirmados.

Região	Casos confirmados
Oeste	237
Centro	262
Norte	158
Sul	159
Noroeste	160
Leste	278
Centro-Oeste	300
Centro-Sul	278

Quantos funcionários a prefeitura deverá contratar para efetivar a ação? **Alternativa d.**
a) 59 b) 65 c) 68 d) 71 e) 80

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que a porcentagem ajuda a identificar boas aplicações financeiras e boas promoções, além de quanto cada tipo de gasto consome de uma renda.

UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, estudamos porcentagens e suas aplicações no conceito de probabilidade, na análise de dados e na Educação financeira. Trabalhamos ainda com medidas estatísticas, como média e amplitude, e pesquisas estatísticas, explorando o conceito de população e amostra em pesquisas censitárias e amostrais. Na abertura desta Unidade, tivemos a oportunidade de explorar e refletir sobre os fatores que influenciam na definição do favoritismo, das chances e das probabilidades.

Responda no caderno.

- Como o conceito de porcentagem se relaciona com o conceito de razão?
- Como a porcentagem se aplica no seu cotidiano? **Resposta possível: descontos em preços.**
- A porcentagem é importante em uma boa organização financeira?
- Elabore um quadro com seus gastos semanais e mensais. Para isso, copie o modelo a seguir:

Tipo de gasto	Valor (em reais)	Valor percentual
Alimentação		
Diversão		
Roupas		

Você pode trocar ou acrescentar itens à vontade no seu quadro. Determine a média mensal dos seus gastos. Você consegue identificar algum excesso ou alguma possível economia? **Resposta pessoal.**

- As pesquisas amostrais são mais vantajosas com relação às censitárias em quais situações? **Em situações em que a população é muito grande e demandaria muito tempo e recursos financeiros para sua realização.**

GERAIS

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

ESPECÍFICAS

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produ-

zir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

4. Fazer observações sistêmicas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar

informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando

a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

9

ÁREA E VOLUME

Tarsila do Amaral foi uma artista brasileira que se inspirou em figuras geométricas para criar a composição de formas diferentes. Nestas obras é possível identificar desenhos que lembram algumas figuras geométricas planas como triângulos, quadriláteros, círculos e um traçado muito harmônico de curvas. Há também a percepção de construções parecidas com sólidos geométricos em algumas de suas obras, como é o caso da torre na obra **A Gare**.

Observe as obras expostas e responda às questões no caderno:

- Há desenhos parecidos com quais figuras geométricas planas?
- Observe as dimensões da obra **Carnaval em Madureira** indicadas em sua descrição. Qual é a área, em cm^2 , dessa pintura? **4 788 cm^2**



COLEÇÃO PARTICULAR © TARSILA DO AMARAL - EMPREENDIMENTOS

A artista: Tarsila do Amaral (1886-1973) foi pintora e desenhista brasileira. Junto dos escritores Oswald de Andrade e Raul Bopp, lançou o movimento "Antropofagia", que foi o mais radical de todos os movimentos do período Modernista.



Abertura de Unidade

A abertura de Unidade apresenta principalmente o uso das formas geométricas para a composição de imagens em quadros da artista brasileira Tarsila do Amaral. Para mais informações dessa artista, se possível, acessar o [link](http://livro.pro/ehu5mw) <<http://livro.pro/ehu5mw>> (acesso em: 16 out. 2018). Na seção Obras desse *site*, as informações estão separadas por períodos e temáticas de inspiração.

É interessante incentivar os alunos a refletir sobre o uso das formas nas obras dessa artista e a relação da Arte com a Matemática. Para isso, hipóteses podem ser suscitadas sobre a intencionalidade ou não da artista diante de suas escolhas.

Alguns trabalhos podem ser propostos com base na observação das obras de Tarsila do Amaral, como: o cálculo de área de algumas figuras geométricas planas ou ainda o uso de polígonos na composição das imagens, entre outros.

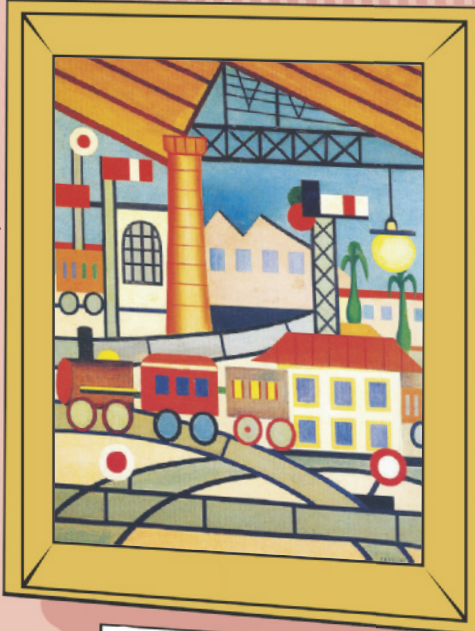
Se achar conveniente, pode-se ainda desenvolver um trabalho em parceria com a disciplina de Arte.

TARSILA DO AMARAL, 1924. ÓLEO SOBRE TELA. 67 CM × 90 CM. ACERVO DA PINACOTECA DO ESTADO DE SÃO PAULO



Sem título
Tarsila do Amaral, 1924.
Óleo sobre tela.
67 cm × 90 cm.

TARSILA DO AMARAL, 1925. ÓLEO SOBRE TELA. 84,5 CM × 65 CM. COLEÇÃO PARTICULAR



A Gare
Tarsila do Amaral, 1925.
Óleo sobre tela.
84,5 cm × 65 cm.

TARSILA DO AMARAL, 1924. ÓLEO SOBRE TELA. 76 CM × 63 CM. ACERVO FUNDAÇÃO JOSÉ E PAULINA NEMIROVSKY, SÃO PAULO, BRASIL



Carnaval em Madureira
Tarsila do Amaral, São Paulo, 1924.
Óleo sobre tela.
76 cm por 63 cm.

259

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para

problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

HABILIDADES

p. XX

Grandezas e medidas

- EF07MA29 • EF07MA31
- EF07MA30 • EF07MA32

Probabilidade e estatística

- EF07MA35

Área de figuras geométricas planas

Aqui é feita uma retomada do cálculo da área do retângulo e do quadrado para dar início ao cálculo de áreas de paralelogramos, triângulos, retângulos e trapézios, com base na decomposição e composição de polígonos já conhecidos.

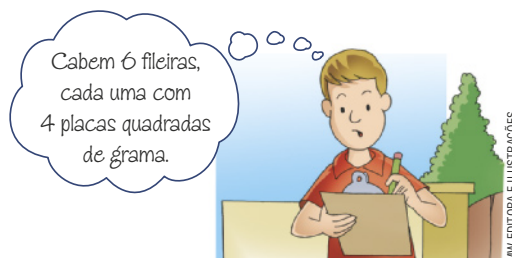
Sugere-se que, além da retomada das fórmulas, o conceito de área seja novamente discutido. Muitas vezes os alunos confundem os conceitos de área e perímetro. Se julgar oportuno, levá-los ao laboratório de informática e solicitar que, em duplas, acessem o simulador Construtor de área, disponível em <<http://livro.pro/kkpgcv>> (acesso em: 27 out. 2018), e resolvam os desafios propostos.



ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Área de um retângulo

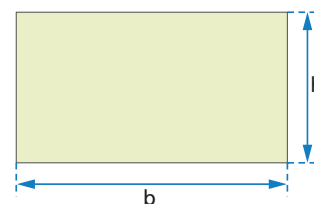
Zildo quer fazer um gramado retangular de 6 m por 4 m no jardim de sua casa. De quantas placas quadradas de grama, com lados de 1 m, ele vai precisar? Zildo desenhou um esquema do gramado e pensou:



Então, ao todo cabem 24 placas ($6 \cdot 4$) com lados de 1 m. Em um retângulo, é costume chamar um dos lados de **comprimento** (ou base) e o outro de **largura** (ou altura). No retângulo a seguir indicamos por:

- b o comprimento ou medida da base.
- h a largura ou medida da altura.

Escrevemos a área do retângulo A_r como:

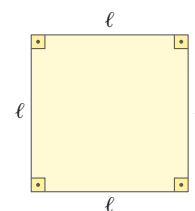


$$A_r = b \cdot h$$

Área de um quadrado

Sendo o quadrado um caso particular de retângulo, em que a medida da base é igual a medida da altura ($b = h$), chamamos a medida do lado de ℓ e reescrevemos a área do quadrado A_q como:

$$A_q = \ell \cdot \ell = \ell^2$$



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

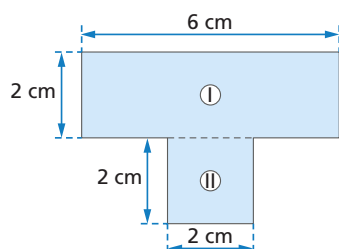
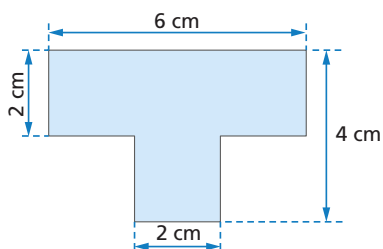
Equivalência entre áreas

Decompondo figuras para calcular a área

Acompanhe a situação a seguir.

Uma folha de zinco tem a forma da figura ao lado. Quantos centímetros quadrados de área tem essa folha de zinco?

Nesse caso, convém decompor a figura dada em duas figuras conhecidas:



A figura ① é um retângulo de base 6 cm e altura 2 cm, cuja área é:

$$6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2$$

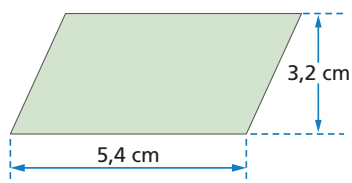
A figura ② é um quadrado de lado 2 cm, cuja área é:

$$2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$$

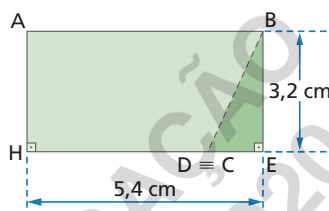
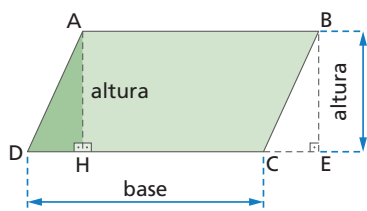
$$\text{Área da figura} = 12 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$$

Área do paralelogramo

A figura ao lado foi recortada de uma folha de cartolina. Qual é a área dessa figura?



Para saber qual é a área dessa figura podemos “transformar” o paralelogramo ABCD em um retângulo, cuja área já sabemos calcular.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$$\text{Área} = 5,4 \text{ cm} \cdot 3,2 \text{ cm} = 17,28 \text{ cm}^2$$

A área da figura é 17,28 cm².

Observe que a área do paralelogramo ABCD é equivalente à área do retângulo ABEH.

$$\text{área do paralelogramo} = \text{medida da base} \cdot \text{medida da altura}$$

Equivalência entre áreas e área do paralelogramo

A ideia da equivalência entre áreas pode ser usada como aliça na apresentação das fórmulas para o cálculo das áreas do triângulo, paralelogramo e trapézio.

O uso da decomposição de uma figura em figuras conhecidas pode facilitar a compreensão e a resolução de diversos problemas.

Para que os alunos possam compreender a fórmula para o cálculo da área do paralelogramo, pode-se solicitar que desenhem, em uma folha de papel quadriculado, a figura de um paralelogramo qualquer. Em seguida, pedir que determinem a altura e, depois, recortem a figura, deslocando a parte da altura para que encaixe no lado oposto, formando um retângulo.

Área do triângulo

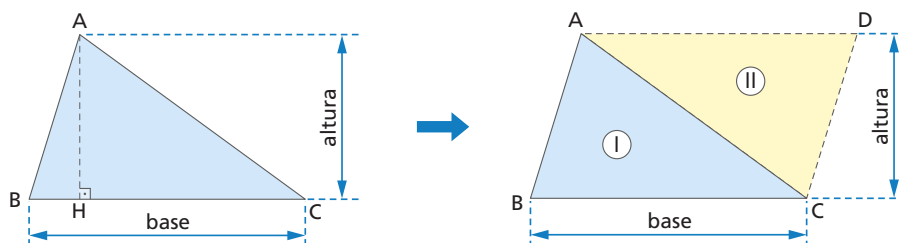
Para determinar a área de um triângulo qualquer, sugere-se que o recurso do desenho e do recorte seja novamente utilizado. Inicialmente, desenhar a figura de um triângulo retângulo qualquer e completá-la para construir um retângulo. Dessa maneira, espera-se que os alunos visualizem a relação entre as áreas dessas duas figuras.

Em seguida, pode-se representar um triângulo qualquer, destacando a altura relativa à base. Novamente, completando-se um retângulo é possível estabelecer a relação entre as áreas.

Área do triângulo

No triângulo ABC, o segmento BC é a base, e o segmento AH é a altura relativa a essa base. Qual é a área desse triângulo?

A partir do triângulo ABC vamos construir o paralelogramo ABCD, cuja área já sabemos calcular.



Note que, na segunda figura, que os triângulos ① e ② possuem áreas equivalentes e, juntos, formam o paralelogramo ABCD.

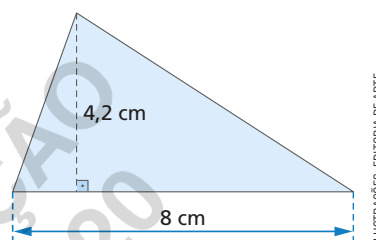
Então, a área do triângulo ABC é igual à metade da área do paralelogramo ABCD, ou seja:

$$\text{Área do triângulo ABC} = \frac{\text{Área do paralelogramo ABCD}}{2}$$

Como a área do paralelogramo é igual à medida da base multiplicada pela medida da altura, podemos escrever:

$$\text{Área do triângulo} = \frac{\text{medida da base} \cdot \text{medida da altura}}{2}$$

Para compor um vitral, recortei uma peça de vidro na forma triangular, como mostra a figura a seguir. Quantos centímetros quadrados de vidro há nessa peça?



Dados:

- medida da base = 8 cm
- medida da altura = 4,2 cm

$$\text{Área} = \frac{8 \text{ cm} \cdot 4,2 \text{ cm}}{2} = \frac{33,6 \text{ cm}^2}{2} = 16,8 \text{ cm}^2$$

Na peça há 16,8 cm² de vidro.

Área do trapézio

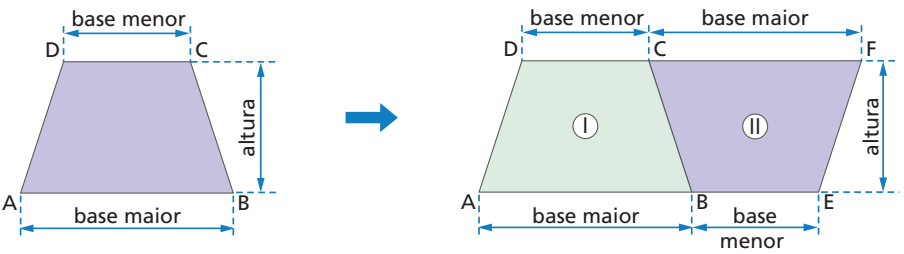
Uma das maneiras de conduzir o estudo sobre a área do trapézio é usar a justaposição de dois paralelogramos, como apresentado no livro-texto. Outra maneira é decompor a figura do trapézio em dois triângulos retângulos e um retângulo. Deve-se calcular as áreas de cada parte e, em seguida, adicioná-las para encontrar a área total.

No portal Khan Academy, disponível no *link* a seguir: <<http://livro.pro/s5odbu>> (aceso em: 27 out. 2018); é possível encontrar diversos vídeos e exercícios práticos que propõem a resolução de problemas de cálculo de áreas por meio da composição e decomposição de figuras planas.

Área do trapézio

Como calcular a área do trapézio ABCD, em que o segmento AB é a base maior, o segmento CD é a base menor, e a distância entre as bases é a medida da altura?

A partir do trapézio ABCD vamos construir o paralelogramo AEFD, cuja área já sabemos calcular.



Note que, na segunda figura, os trapézios I e II possuem áreas equivalentes e, juntos, formam o paralelogramo AEFD.

Então, a área do trapézio ABCD é igual à metade da área do paralelogramo AEFD, ou seja:

$$\text{Área do trapézio ABCD} = \frac{\text{Área do paralelogramo AEFD}}{2}$$

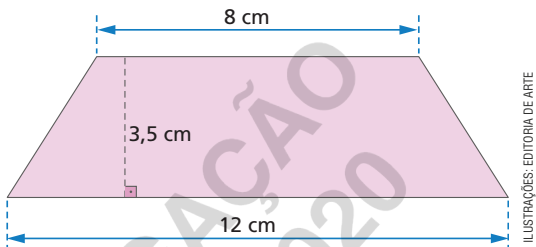
O paralelogramo e o trapézio dados têm alturas de mesma medida, e a medida da base do paralelogramo é a soma das medidas das bases maior e menor do trapézio. Então, podemos escrever:

$$\text{Área do trapézio ABCD} = \frac{\left(\text{medida da base maior} + \text{medida da base menor} \right) \times \text{medida da altura}}{2}$$

A figura ao lado tem a forma de um trapézio. Quantos centímetros quadrados há nessa figura?

Dados:

- medida da base maior = 12 cm
- medida da base menor = 8 cm
- medida da altura = 3,5 cm



$$\begin{aligned} \text{Área} &= \frac{(12 \text{ cm} + 8 \text{ cm}) \cdot 3,5 \text{ cm}}{2} \\ \text{Área} &= \frac{20 \text{ cm} \cdot 3,5 \text{ cm}}{2} = 35 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Nessa figura há 35 cm².

Atividades

Na **atividade 1**, pedir aos alunos que desenhem no caderno, com auxílio de uma régua, as figuras geométricas representadas, respeitando as medidas indicadas em centímetros. Assim, eles poderão ter noção real do tamanho da figura, já que no livro as figuras estão representadas em uma escala menor. Orientá-los a calcular as áreas utilizando as regras apresentadas no livro.

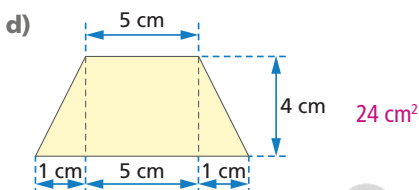
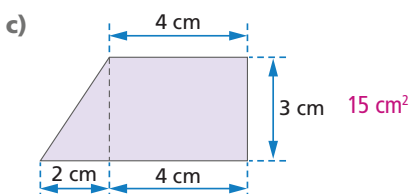
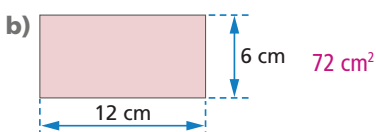
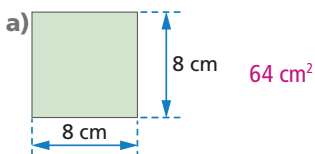
Discutir a necessidade de se ter a figura em tamanho real para se calcular a área.

Pedir aos alunos que levem folhetos com plantas de casas ou apartamentos para calcular a área total. Ou, então, peça-lhes que façam um esboço da casa deles ou de uma casa qualquer, com as medidas representadas em centímetros (cada metro correspondendo a 1 cm), para em seguida calcular a área. No fim, devem expressar a área obtida em metros quadrados.

ATIVIDADES

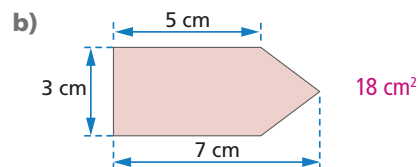
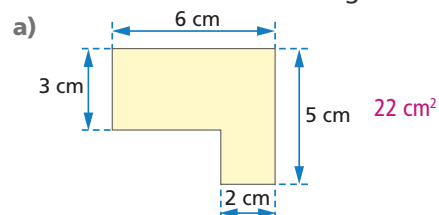
Resoluções
na p. 322

1. Determine a área de cada figura geométrica representada a seguir.

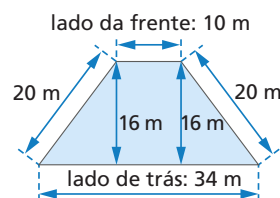


2. Determine a área de um triângulo cuja base mede 8 cm e a altura, 5,2 cm. 20,8 cm²
3. Em um paralelogramo, a base mede 10 cm. Sabendo que a medida da altura é a metade da medida da base, determine a área desse paralelogramo. 50 cm²
4. A base de um triângulo mede 18 cm. A medida da altura é igual a $\frac{2}{3}$ da medida da base. Qual é a área desse triângulo? 108 cm²

5. Determine a área de cada figura.

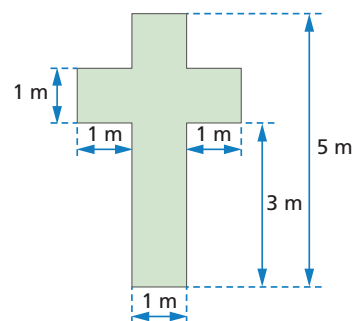


6. (Saresp-SP) A figura mostra a planta de um terreno, com a indicação de algumas medidas. Qual é a área desse terreno? Alternativa d.



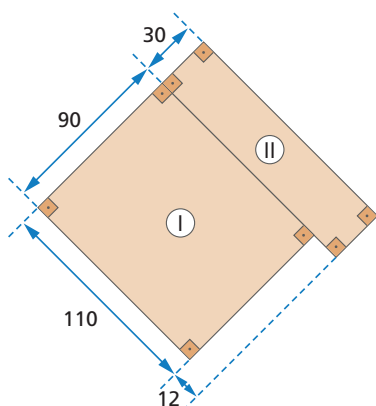
- a) 84 m² c) 300 m²
b) 160 m d) 352 m²

7. Um marceneiro deve fazer uma cruz como a da figura. Quantos metros quadrados de madeira serão necessários para realizar o trabalho? 7 m²



8. As medidas oficiais de uma quadra de basquete são 20 m por 12 m. O pátio de uma escola tem a forma retangular e suas dimensões são 40 m por 32 m. Nesse pátio, foi construída uma quadra de basquete seguindo os padrões oficiais. Qual a área livre que restou nesse pátio? **1 040 m²**

9. Um terreno foi dividido em dois lotes, I e II, como mostra a figura. Suas medidas estão indicadas em metros.



(I): 9 900 m²; (II): 3 660 m²

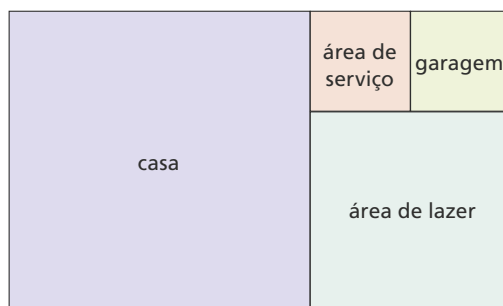
a) Qual é a área de cada lote?

b) Qual é a área total do terreno? **13 560 m²**

10. Em toda a extensão de um muro de 18,25 m de comprimento, devem ser aplicadas duas faixas de ladrilhos, paralelas entre si. A primeira faixa terá 1,25 m de altura, e a segunda terá 0,75 m. Se cada ladrilho ocupa uma área de 0,0625 m², quantos ladrilhos serão colocados nesse muro? **584 ladrilhos.**

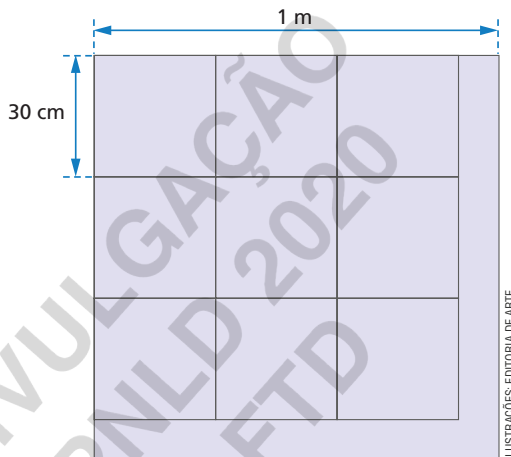
11. Eduardo precisa cercar, com arame, um terreno de forma retangular. Sem trena para fazer a medição, ele cortou uma vara de comprimento igual à sua altura (1,80 m) e mediu 55 varas no comprimento e 35 varas na largura do terreno. Qual é, em metros quadrados, a área desse terreno? **6 237 m²**

12. Vânia comprou um terreno retangular, conforme a figura a seguir. Ele está dividido em quatro regiões quadradas, e a garagem tem 20 m de perímetro. Qual é a área desse terreno? **375 m²**



13. Uma parede foi revestida com azulejos quadrados de 40 cm de lado. Sabendo que foram colocadas 7 fileiras de azulejos e que em cada fileira há 12 azulejos, quantos metros quadrados tem a área revestida? **13,44 m²**

14. Uma metalúrgica utiliza chapas de aço quadradas de 1 m de lado para recortar quadrados de 30 cm de lado. Ao sair da máquina, sobra uma parte da chapa original que é reaproveitada posteriormente. Quantos centímetros quadrados de cada chapa são reaproveitados? **1 900 cm².**



Para a atividade 10, pedir aos alunos que desenhem um muro e duas faixas paralelas no caderno. Orientá-los a observar o formato do muro e das faixas de ladrilhos que serão aplicadas. Espera-se que eles observem que são retângulos de tamanhos diferentes, e que foi apresentado o valor da área e da largura (ou altura) dos ladrilhos.

Orientar os alunos a realizar os cálculos para encontrar a quantidade de ladrilhos necessária para colocar no muro. Pedir-lhes que organizem os procedimentos para encontrar a resposta. Exemplo:

- Encontrar a área da 1ª faixa de ladrilhos, calculando:

$$b \cdot h = 18,25 \cdot 1,25 = 22,8125$$

- Encontrar a área da 2ª faixa de ladrilhos, calculando:

$$b \cdot h = 18,25 \cdot 0,75 = 13,6875$$

- Adicionar as duas áreas e dividir pela área de uma peça de ladrilho:

$$\text{Área total de faixas} = 22,8125 + 13,6875 = 36,5$$

$$\text{Área de 1 ladrilho: } 0,0625$$

$$\text{Número de ladrilhos colocados no muro: } \frac{36,5}{0,0625} = 584$$

Por toda parte

Nesta seção, trabalha-se com o conceito de densidade demográfica. Verificar a necessidade de retomar com a turma o conceito de razão e discutir o que pode acontecer em localidades com grande área e pouca população e em outras com pequena área e grande população. Se julgar oportuno, conversar com o professor de Geografia para que juntos pensem em um complemento para o desenvolvimento do tema em sala de aula.

Na **atividade 2**, pedir aos alunos que, em grupo, pesquisessem a densidade demográfica do Brasil, do estado onde moram e da respectiva capital. O *site* do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), presente no *link* <<http://livro.pro/emxav9>> (acesso em: 27 out. 2018), apresenta os dados do Censo 2010, mas também mostra uma estimativa para as populações atuais, em todos os estados da federação.

POR TODA PARTE

Resoluções na p. 322

Densidade demográfica

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, a **densidade demográfica** é o total de população residente (número de habitantes) dividido pela área que ocupa. A população residente é aquela constituída pelos moradores em domicílios (particulares e coletivos) na data de referência, 1º de agosto de 2010, data do último Censo Demográfico.

Informações obtidas em: IBGE. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/sociais/populacao.html>>. Acesso em: 19 out. 2018

Podemos expressar a densidade demográfica pela razão:

Densidade demográfica = $\frac{\text{número de habitantes}}{\text{área da região ocupada}}$

Responda às questões no caderno.

1. De acordo com o Censo 2010, a Bahia estava com 14 016 906 habitantes e sua capital tinha 2 675 656 habitantes. A Bahia é o maior estado da região Nordeste do Brasil, com uma área de 564 830 km², e tem a mais extensa costa marítima (900 km) de todos os estados brasileiros.

Usando uma calculadora, responda:

- a) Qual é a densidade demográfica da Bahia? **Aproximadamente 24,8 hab./km².**
b) Sabendo que Salvador ocupa cerca de 693 km², qual é a densidade demográfica de Salvador? **Aproximadamente 3 861 hab./km².**

2. Das regiões do Brasil, a região Sul tem a menor área, ocupando apenas 6,8% do território nacional. Observe os dados da tabela e responda.

População e área dos estados da região Sul

Estado	Sigla	Capital	População	Área aproximada (km²)
Paraná	PR	Curitiba	10 444 526	199 307
Santa Catarina	SC	Florianópolis	6 248 436	95 733
Rio Grande do Sul	RS	Porto Alegre	10 693 929	281 731

Informações obtidas em: <www.ibge.gov.br/estadosat/>. Acesso em: 18 out. 2018.

- a) Qual é o estado da região Sul que tem a maior extensão territorial? Qual é a sua área aproximada? **Rio Grande do Sul; 281 731 km².**
b) Qual é o estado mais populoso? Quantos habitantes tem? **Rio Grande do Sul; 10 693 929 habitantes.**
c) Usando uma calculadora, calcule a densidade demográfica desse estado. **Aproximadamente 37,9 hab./km².**
d) Usando a calculadora, determine a densidade demográfica do estado menos populoso. **Aproximadamente 65,3 hab./km².**
3. Faça uma pesquisa e determine a densidade demográfica do município onde você mora. **Resposta pessoal.**



● Elevador Lacerda, Salvador, BA. Foto tirada em 2018.



Resoluções na p. 322

PENSE E RESPONDA

O volume de uma piscina com a forma de um bloco retangular é 120 m^3 . O comprimento da piscina é de 8 m e a largura é 5 m . Qual a medida da profundidade dessa piscina? **3 m**



JACOB LUND/SHUTTERSTOCK.COM

Piscina retangular.

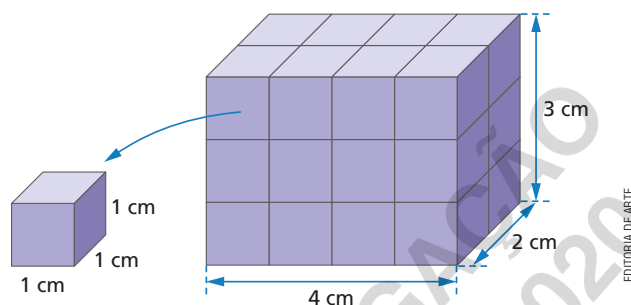
Volume do paralelepípedo

Sabemos que o volume ocupado por um sólido geométrico pode ser medido comparando-o com outro sólido como unidade de medida de volume. Para isso, escolhemos um cubo cuja medida da aresta é conhecida. Por exemplo, um cubo de aresta medindo 1 cm tem volume igual a 1 m^3 .

Acompanhe a situação a seguir:

Quantos cubos de aresta medindo 1 cm são necessários para formar um paralelepípedo (ou bloco retangular) com dimensões 4 cm , 2 cm e 3 cm ?

Podemos decompor o paralelepípedo em cubos de 1 cm de aresta.



Como cada cubo tem 1 cm^3 de volume, temos:

$$4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Para formar o paralelepípedo, serão necessários 24 cubos de 1 cm^3 de volume. Note que o volume do paralelepípedo é de 24 cm^3 .

Pense e responda

Para calcular a medida da profundidade da piscina apresentada, pode-se começar calculando o volume de um bloco retangular. Ou seja, calcula-se o produto das medidas das arestas desse bloco. Desse modo,

$$a \cdot b \cdot c = 120$$

$$8 \cdot 5 \cdot c = 120$$

$$40c = 120$$

$$c = \frac{120}{40} \Rightarrow c = 3$$

Assim, a profundidade da piscina é 3 m .

Atividade complementar

Pedir aos alunos que levem embalagens e recipientes com formato de bloco retangular e cubo, em dimensões variadas (complementar o material, se necessário) para que possam explorar modelos de sólidos geométricos que estão presentes em nosso dia a dia.

Dividir a turma em duplas e solicitar que determinem o volume de cada recipiente utilizando as fórmulas discutidas em aula e com o auxílio de uma régua para fazer as medições necessárias. Comparar os resultados obtidos com os colegas e avaliar a relação entre esses resultados e as informações existentes nos rótulos das embalagens, quando disponíveis.

Se achar conveniente, explorar os nomes das figuras e suas principais características: faces, vértices e arestas (quando as tiver), bases poligonais, entre outras.

Acompanhe a situação.

Como podemos determinar o volume de um contêiner cujas dimensões são: 3 m de altura, 2,5 m de largura e 6 m de comprimento?



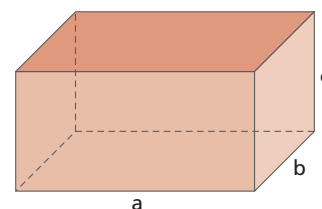
Os contêineres são utilizados para o transporte de carga em navios, mas atualmente vêm ganhando novas utilidades, como na fabricação de casas.

Suponha que o contêiner seja parecido com um paralelepípedo. De modo prático, observamos que é possível obter o volume de um paralelepípedo multiplicando suas três dimensões. Nesse caso, multiplicamos o comprimento (6 m), a largura (2,5 m) e a altura (3 m), e, considerando V o volume do contêiner, temos:

$$V = 6 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 45 \text{ m}^3$$

Veja ao lado a imagem de um paralelepípedo. Esse sólido também é chamado de paralelepípedo reto retângulo, cujas bases e faces laterais são retângulos.

O volume V de um paralelepípedo de dimensões com medidas a , b e c é dado por:



$$V = a \cdot b \cdot c$$

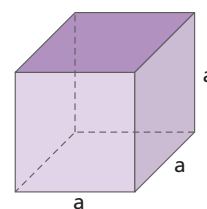
O volume de um paralelepípedo é igual ao produto de suas três dimensões.

Volume do cubo

Você deve se lembrar que o cubo é um paralelepípedo cujas dimensões têm medidas iguais. As três dimensões do cubo são dadas pelas medidas de suas arestas. Observe:

O volume V de um cubo de aresta com medida a é dado por:

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

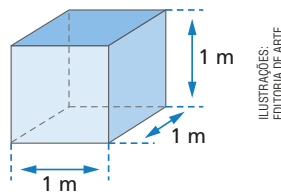


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

O volume de um cubo é igual à medida de sua aresta elevada ao cubo.

Unidades de medida de volume

A unidade de medida de volume do Sistema Internacional de Unidades (SI) é o **metro cúbico** (m^3). Um metro cúbico corresponde ao volume de um cubo com a medida da aresta 1 m. Vamos retomar algumas unidades de medida importantes para o cálculo de volumes.



Um **decímetro cúbico** (1 dm^3) corresponde ao volume de um cubo com a medida da aresta 1 dm.

Um **centímetro cúbico** (1 cm^3) corresponde ao volume de um cubo com a medida da aresta 1 cm.

Sabemos que $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$, assim podemos verificar que o volume ocupado por 1 m^3 é igual a 1000 dm^3 .

$$10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1000 \text{ dm}^3$$

Sabemos também que $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, assim podemos verificar que o volume ocupado por 1 dm^3 é igual a 1000 cm^3 .

$$10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$$

SAIBA QUE

Como $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$, cabem 1000 litros dentro de um recipiente com capacidade de 1 m^3 .

Além das unidades apresentadas, existem outras unidades de medida para expressar volumes. A conversão de unidades de medida também é bastante útil na resolução de problemas envolvendo o cálculo com volumes.

Acompanhe a situação a seguir.

Uma loja deseja transportar seus produtos e contratou uma empresa de logística que utiliza caminhões de pequeno porte, com carrocerias de dimensões com medida 3,0 m, 1,8 m e 1,8 m. Qual o volume, em dm^3 , da carroceria desse caminhão?

Calculando o volume da carroceria em m^3 , temos:

$$V = 3,0 \text{ m} \cdot 1,8 \text{ m} \cdot 1,8 \text{ m} = 9,72 \text{ m}^3.$$

Como $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$, temos:

$$9,72 \cdot 1000 = 9720$$

O volume da carroceria do caminhão é 9720 dm^3 .



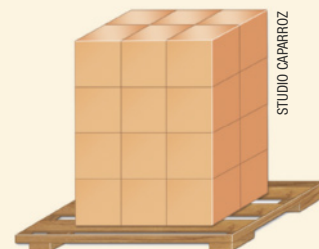
➤ Caminhão de uso urbano.

AMPLIANDO

Atividade complementar

1. Considere o arranjo de cubos que formam o sólido a seguir. Cada cubinho que compõe a configuração tem aresta de 10 mm. Determine o volume do sólido formado em mm^3 , em cm^3 e em dm^3 .

Bloco de cubos



Resolução

1. Se cada aresta mede 10 mm, o volume (V_c) de cada cubinho é:

$$V_c = 10^3 \text{ mm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

Assim, para determinar o volume do sólido, basta saber de quantos cubinhos ele é composto.

Essa configuração é formada de quatro camadas, cada uma com 6 cubinhos. Então, há 24 cubinhos ao todo nessa configuração.

$$V = 24 \cdot 1000 \text{ mm}^3 = 24000 \text{ mm}^3$$





Logo, o volume total é 24000 mm^3 ou 24 cm^3 ou, ainda, $0,024 \text{ dm}^3$.

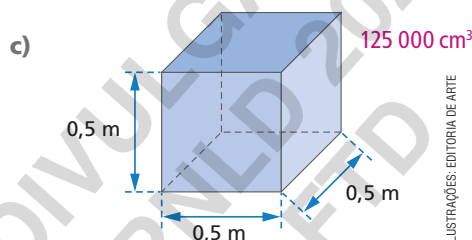
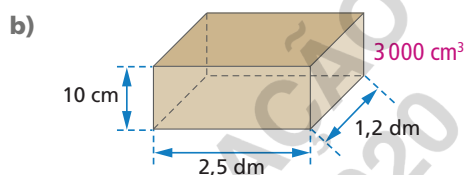
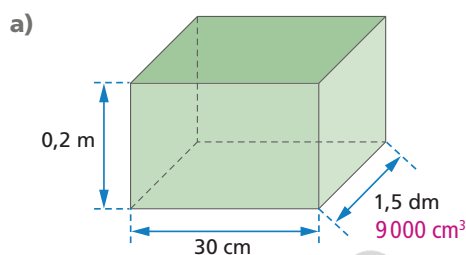
Atividades

Caso alguns alunos sintam alguma dificuldade na resolução das atividades 1 a 3, sugerir a construção de blocos retangulares com diferentes medidas (metros, centímetros, decímetros) para comparar os volumes de cada um deles e suas transformações.

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 322

1. Transforme em centímetros cúbicos:
 - a) $1,7 \text{ m}^3$ **1 700 000 cm^3** c) 12 dm^3 **12 000 cm^3**
 - b) $15 600 \text{ mm}^3$ **15,6 cm^3** d) 30 L **30 000 cm^3**
2. Determine a unidade de medida de volume adequada em cada caso:
 - a) $3,5 \text{ m}^3 = 3500$  **dm^3**
 - b) $124 \text{ cm}^3 = 0,124$  **dm^3**
 - c) $4562,1 \text{ dm}^3 = 4,5621$  **m^3**
 - d) $750 \text{ L} = 750$  **dm^3**
3. Qual é o volume, em decímetros cúbicos, de um cubo cuja aresta mede 2 m? **8 000 dm^3**
4. Um cubo tem volume igual a 27 m^3 . Qual é a medida da aresta desse cubo, em cm? **300 cm**
5. Calcule os volumes das figuras a seguir, indicando o resultado em cm^3 .

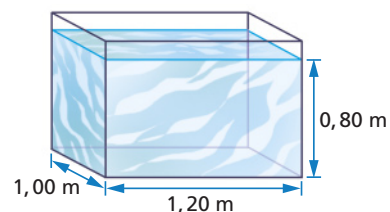


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

6. Calcule a medida da aresta de um cubo, sabendo que seu volume é igual a 64 m^3 . **4 m**
7. Uma caixa retangular tem volume igual a 2700 cm^3 . Seu comprimento mede 25 cm e sua largura é igual a 12 cm. Determine a medida da altura da caixa. **9 cm**



8. (Saresp-SP) Observe a figura.



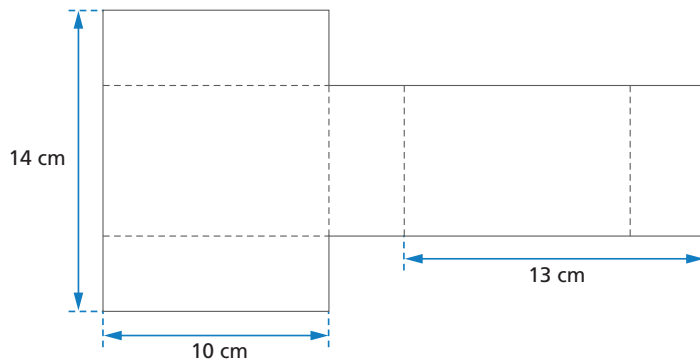
O volume de água na caixa é de:

- a) 0,96 L **Alternativa c.** c) 960 L
- b) 96 L d) 9 600 L
9. Quantos baldes de 30 L serão necessários para encher uma caixa-d'água com capacidade de $0,6 \text{ m}^3$. (Lembre-se de que $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$) **20 baldes.**



10. (UFF-RJ) Uma caixa de papelão, na forma de paralelepípedo retângulo, é obtida dobrando-se o molde nas linhas tracejadas. O volume da caixa, em cm^3 , é:

Alternativa c.



- a) 120 b) 180 c) 240 d) 480 e) 540
11. (Enem/MEC) Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm à disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito:

Caixa 1: $86 \text{ cm} \times 86 \text{ cm} \times 86 \text{ cm}$

Caixa 4: $82 \text{ cm} \times 95 \text{ cm} \times 82 \text{ cm}$

Caixa 2: $75 \text{ cm} \times 82 \text{ cm} \times 90 \text{ cm}$

Caixa 5: $80 \text{ cm} \times 95 \text{ cm} \times 85 \text{ cm}$

Caixa 3: $85 \text{ cm} \times 82 \text{ cm} \times 90 \text{ cm}$

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior.

A caixa escolhida pelo casal deve ser a de número Alternativa c.

12. (Enem/MEC) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm. O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de:

a) 12 cm^3

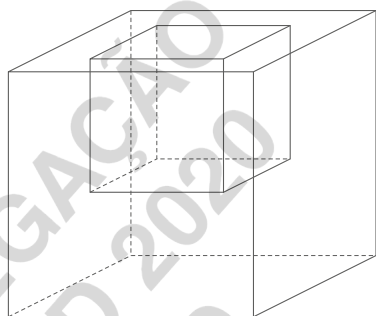
c) 96 cm^3

e) 1728 cm^3

b) 64 cm^3

d) 1216 cm^3

Alternativa d.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

13. Elabore uma questão envolvendo o cálculo do volume dos sólidos geométricos estudados, oferecendo as dimensões e as unidades de medida desse sólido e em seguida troque-o com os colegas da classe.

Resposta pessoal.

Na atividade 11, os alunos deverão perceber que, para que o objeto cúbico caiba na caixa, todas as dimensões da caixa devem ser maiores que as dimensões do cubo, ou seja, todas devem ser maiores que 80 cm. Entre as caixas com dimensões maiores que 80 cm, ele deverá escolher aquela com as dimensões mais próximas a 80 cm, para que sobre o menor espaço livre em seu interior.

Tratamento da informação

Uma sugestão para desenvolver o estudo proposto nesta seção é solicitar aos alunos que levem jornais e revistas; com esse material em mãos, solicitar que identifiquem informações que utilizam dados estatísticos como instrumentos úteis para interpretar a informação que está sendo transmitida. Explicar a eles que a Estatística é uma ciência que cuida da coleta de dados, que são organizados, estudados e então utilizados para determinado objetivo.

É fundamental discutir com os alunos a importância de, em uma pesquisa, a amostra ter as mesmas características da população. Dizer que para isso os participantes devem ser selecionados proporcionalmente em cada estado, por sexo, classe social etc. Aqui, o objetivo não é desenvolver um estudo de como é realizado o cálculo de uma amostragem, mas sim ajudá-los a compreender a ideia de amostra.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Resoluções
na p. 323

● Pesquisa por amostragem na coleta de dados do Censo Demográfico

O Censo Demográfico de 1960 foi o primeiro a utilizar amostragem na coleta de dados relativos a um conjunto selecionado de características de pessoas, famílias e domicílios. Foram usados dois tipos de questionários: um questionário pequeno aplicado a todos os domicílios e seus moradores, não selecionados para a amostra (chamado questionário básico); e um questionário longo (chamado questionário da amostra) aplicado a todos os domicílios selecionados para a amostra, bem como seus moradores. Nos Censos de 1960, 1970 e 1980, foi utilizada uma única fração amostral de 25% dos domicílios.[...]

No Censo 2010, para a parte do levantamento pesquisada por amostragem, foram aplicadas cinco frações de amostragem, considerando os tamanhos dos municípios em termos da população estimada em 1º de julho de 2009, tal como apresentada a seguir: 50% para os municípios com até 2 500 habitantes; 33% para os municípios com mais de 2 500 e até 8 000 habitantes; 20%, para os municípios com mais de 8 000 e até 20 000 habitantes; 10% para os municípios com mais de 20 000 e até 500 000 habitantes; e 5% para os municípios com população superior a 500 000 habitantes.[...]

Fonte: ALBIERI, S.; BIANCHINI, Z. M. **Principais Aspectos de Amostragem das Pesquisas Domiciliares do IBGE**: Revisão 2015. Disponível em: <<https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv94403.pdf>>. Acesso em: 22 out. 2018.



Faça o que se pede no caderno.

1. Elabore uma tabela com as informações sobre a distribuição das frações de amostragem de acordo com a população estimada em 2009, começando pelos municípios com até 2 500 habitantes. Depois, construa um gráfico de sua preferência com os dados da tabela. Justifique a escolha do gráfico. *Resposta no final do livro. Resposta pessoal.*
2. Veja a tabela a seguir com o *ranking* das capitais com maior número de domicílios particulares do Brasil:

Ranking das 10 capitais com maior número de domicílios particulares permanentes – Censo 2010 IBGE

Nome do município	Domicílios particulares permanentes	População
São Paulo – SP	3 573 509	11 253 503
Rio de Janeiro – RJ	2 145 379	6 320 446
Salvador – BA	858 496	2 675 656
Brasília – DF	774 037	2 570 160
Belo Horizonte – MG	762 136	2 375 151
Fortaleza – CE	709 952	2 452 185
Curitiba – PR	576 190	1 751 907
Porto Alegre – RS	508 098	1 409 351
Recife – PE	470 896	1 537 704
Manaus – AM	460 767	1 802 014

Fonte: IBGE.

- De acordo com os dados da tabela, determine a média de habitantes por domicílios particulares permanentes em cada capital.
3. Determine a amplitude do conjunto de dados dos domicílios particulares permanentes e a amplitude da população. *3 112 742; 9 844 152.*
4. Pesquise a população e o número de domicílios particulares permanentes, no Censo de 2010, do seu município, e responda às questões a seguir: *Respostas pessoais.*
- a) De acordo com a tabela que você fez na primeira questão, qual o percentual de domicílios que foram pesquisados pelo IBGE no Censo 2010 no seu município?
 - b) Quantos domicílios foram pesquisados no seu município?
 - c) Qual é a média de habitantes por domicílios no seu município?
2. Valores aproximados – São Paulo: 3,15; Rio de Janeiro: 2,95; Salvador: 3,12; Brasília: 3,32; Belo Horizonte: 3,12; Fortaleza: 3,45; Curitiba: 3,04; Porto Alegre: 2,77; Recife: 3,27; Manaus: 3,91.

Fazer um levantamento das principais dúvidas e, sempre que necessário, retomar os conteúdos na lousa. Caso seja necessário, aproveitar para fazer uma retomada sobre os principais elementos de um gráfico e de uma tabela. Orientar os alunos a destacar as informações importantes do enunciado e o que se pede.

Tabelas e gráficos são recursos utilizados frequentemente nos meios de comunicação, como telejornais, jornais impressos, panfletos, apresentação de textos científicos, entre outros.

As atividades propostas tornam possível o trabalho de investigação da construção de uma tabela, dos dados que a compõem e também da interpretação que poderá ser realizada com base nos dados apresentados, e com a determinação da média de habitantes por domicílios particulares permanentes, na *atividade 2* e das amplitudes *atividade 3*.

Sugere-se que as questões sejam discutidas com toda a turma; pode-se, por exemplo, solicitar que os alunos que se sentem à vontade resolvam, na lousa, as questões e discutam as estratégias que utilizaram.

Retomando o que aprendeu

Nesta seção, exploram-se questões envolvendo áreas das figuras planas estudadas e volume do bloco retangular. Propor aos alunos que resolvam as questões deste bloco de atividades em duplas ou trios, discutindo cada questão. Pedir que registrem no caderno o procedimento utilizado em cada caso, resgatando os conceitos com os quais trabalharam na Unidade.

Orientar os alunos a destacar as informações importantes do enunciado e o que se pede. Se for necessário, eles devem reproduzir os desenhos apresentados ou elaborar os desenhos que traduzam a situação descrita.

Fazer um levantamento das principais dúvidas para, depois, retomar os conteúdos. Para a correção das questões propostas, pode-se pedir aos alunos de diferentes grupos que resolvam, na lousa, as questões que geraram maior dificuldade, abrindo espaço para discutirem as estratégias que utilizaram na resolução.

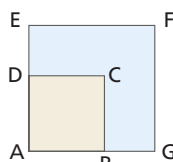
RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções
na p. 323

IMAGENS FORA DE
PROPORÇÃO.

Responda às questões no caderno.

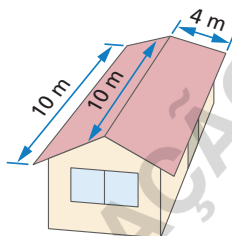
1. (Saresp-SP) Amélia deseja ladrilhar sua cozinha retangular de 3,45 m por 4,2 m com ladrilhos quadrados de 30 cm de lado. Qual é o número de ladrilhos necessários? **Alternativa c.**
a) 49 b) 51 c) 161 d) 483
2. (Saresp-SP) Na figura há dois quadrados. A área do quadrado maior é 25 m^2 e \overline{BG} mede 2 m.



Alternativa a.

A área da região pintada de azul é:

- a) 16 m^2 b) 21 m^2 c) 9 m^2 d) 18 m^2
3. (Saresp-SP) Se para cobrir cada m^2 de telhado são usadas 20 telhas francesas, então, para cobrir um telhado com as dimensões indicadas na figura, serão necessárias: **Alternativa c.**

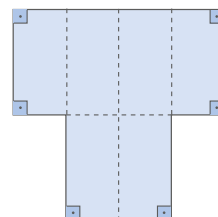


- a) 1000 telhas. c) 1600 telhas.
b) 1200 telhas. d) 1800 telhas.
4. Um retângulo tem 15 cm de comprimento por 8 cm de largura. Vamos aumentar as medidas dos lados desse retângulo em 50%. Qual é a razão

entre a área do novo retângulo e a área do retângulo inicial? **Alternativa b.**

- a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{9}{2}$ e) 4

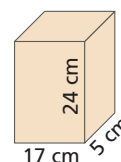
5. A figura a seguir mostra um terreno em forma de T e uma maneira de dividi-lo em retângulos de lados medindo x metros e 24 metros. Se a área do terreno é 2160 m^2 , qual é o valor de x?



Alternativa c.

- a) 90 m c) 15 m e) 18 m
b) 30 m d) 32 m

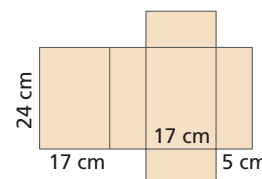
6. (Saresp-SP) Observe as figuras a seguir. Sabendo-se que a caixa tem 17 cm de comprimento, 5 cm de largura e 24 cm de altura, o papelão necessário para montar essa embalagem terá:



Caixa.

Alternativa b.

- a) 2040 cm^2
b) 1226 cm^2



Caixa planificada.

- c) 1106 cm^2
d) 1056 cm^2

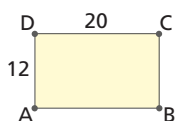
7. (Vunesp-SP) O menor país do mundo em extensão é o estado do Vaticano, com uma área de $0,4 \text{ km}^2$. Se o território do Vaticano tivesse a forma de um quadrado, então a medida de seus lados estaria entre:

- a) 200 m e 201 m.
- b) 220 m e 221 m.
- c) 401 m e 402 m.
- d) 632 m e 633 m.
- e) 802 m e 803 m.

8. Uma faixa retangular de tecido medindo 7 m por 1,05 m deverá ser totalmente recortada em quadrados, sem deixar sobras. Todos os quadrados devem ter o mesmo tamanho, e cada quadrado deverá ter 0,35 m de lado. Nessas condições, quantos quadrados deverão ser obtidos? **Alternativa b.**

- a) 70
- b) 60
- c) 54
- d) 50
- e) 45

9. A, B, C e D são os vértices de uma região retangular, conforme mostra a figura. Considere que as medidas indicadas são dadas em quilômetros. Se a densidade demográfica dessa região é de 72 habitantes por km^2 , qual é a população dessa região?



UM NOVO OLHAR

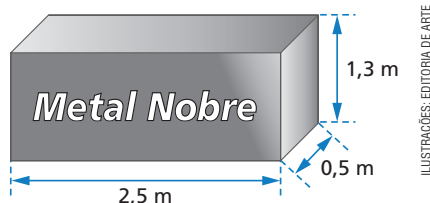
Nesta Unidade, retomamos e aprofundamos o estudo das áreas de algumas figuras geométricas planas, considerando a equivalência entre as áreas, e deduzimos as fórmulas das áreas do paralelogramo, do triângulo e do trapézio por meio da decomposição dessas figuras em outras figuras cujo cálculo da área é conhecido. Em seguida, revisamos o conceito de volume, determinando as fórmulas para calcular o volume do paralelepípedo e do cubo. Trabalhamos, também, com três importantes unidades de medida de volume: metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico.

Vamos retomar e refletir sobre as aprendizagens da Unidade 4:

- Descreva como você faria para calcular a área de uma figura geométrica plana sem sua fórmula. **Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que fariam decompondo a figura em uma forma cuja área é conhecida.**
- Como podemos definir o volume dos sólidos que estudamos? **Fazendo o produto de suas dimensões.**
- Qual deve ser o procedimento para transformar m^3 em dm^3 . E dm^3 em cm^3 ? **Em ambos os casos, multiplicamos por mil.**
- Você se recorda quanto vale 1 L em dm^3 ? **1**

- a) 17 100 habitantes. **Alternativa c.**
- b) 17 200 habitantes.
- c) 17 280 habitantes.
- d) 17 300 habitantes.
- e) 17 380 habitantes.

10. (Enem/MEC). A siderúrgica “Metal Nobre” produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.



O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza **Alternativa b.**

- a) massa.
- b) volume.
- c) superfície.
- d) capacidade.
- e) comprimento.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Um novo olhar

Os questionamentos existentes no encerramento da Unidade permitem, além de uma breve retomada dos conteúdos apresentados, fazer reflexões sobre as aprendizagens. É importante que os alunos respondam individualmente a cada uma das questões para que, dessa forma, possam perceber as aprendizagens e possíveis dúvidas sobre cada um dos conteúdos abordados.

Os conceitos tratados nesta Unidade determinam um conjunto de fórmulas para o cálculo de área, o trabalho com o volume de um bloco retangular e algumas unidades de medida. Sugere-se que seja proposta aos alunos a realização de um fichamento dessas fórmulas para uso futuro.

A primeira questão desta seção aborda o cálculo da área de uma figura geométrica plana (algo constantemente lembrado ao longo de toda a Unidade). O terceiro e o quarto questionamentos retomam as unidades de medida de volume e suas transformações; se achar conveniente, propor aos alunos que elaborem pequenas questões sobre esse conceito e troquem-nas com os colegas; dessa maneira, utilizarão e poderão revisar seus conhecimentos, percebendo, inclusive, possíveis dúvidas.

É interessante conversar com os alunos sobre o título e se concordam com a afirmação. Abrir uma roda de conversa e incentivá-los a expor as suas ideias.

O texto inicial discute a importância da família e os laços afetivos que unem seus integrantes. Pesquisas acerca da vinda da família real para o Brasil e os assuntos relacionados aos costumes da época podem ser interessantes para discutir hábitos desse período, suas relações, costumes, religião etc.

Família e vida social

Família: não apenas um grupo, mas um fenômeno social

Considerando-se que a vida social é algo fundamental à existência e sobrevivência dos seres humanos enquanto indivíduos, é na família que se dá início ao processo de socialização, educação e formação para o mundo. [...]

[...] a família é um grupo informal, no qual as pessoas estão ligadas por afeto e afinidade, e que por conta deste sentimento criam vínculos que garantem a convivência (em um mesmo local de residência, por exemplo), além da cooperação econômica.

Fonte: RIBEIRO, P. S. **Família: não apenas um grupo, mas um fenômeno social.** Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/sociologia/familia-nao-apanas-um-grupo-mas-um-phenomeno-social.htm>>. Acesso em: 18 out. 2018.



De um modo geral, podemos dizer que os grupos familiares diferem em muitos aspectos, e é muito importante considerarmos a cultura local e os costumes da sociedade em que esses indivíduos estão inseridos.

É importante compreender que as pessoas têm diferentes hábitos e costumes. Com as famílias isso não muda, cada família tem uma dinâmica, um jeito de se organizar para que as tarefas do cotidiano se tornem mais práticas de acordo com a realidade e com a necessidade daquele grupo.

Além disso, as famílias têm passado por algumas transformações em relação a sua estrutura e formação, e podemos atribuir parte delas às mudanças que aconteceram e estão acontecendo na sociedade. Por exemplo, atualmente a mulher tem conquistado mais espaço no mercado de trabalho, deixando assim, de ser a pessoa que se dedica exclusivamente à casa e aos filhos.

Desde a década de 80 vem crescendo de maneira regular a proporção de domicílios com chefes mulheres. Em 1981 e 1985, esta proporção era, respectivamente, de 16,9% e 18,2%; em 1990 e 1995, era de 20,3% e 22,9%.

Fonte: IBGE. **Indicadores sociais mínimos:** ISM. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/sociais/populacao/17374-indicadores-sociais-minimos.html?=&t=notas-tecnicas>>. Acesso em: 23 out. 2018.

Responda às questões no caderno.

1. Discuta com os colegas e com o professor a importância de respeitar os diferentes costumes das pessoas, tanto no convívio familiar, como no convívio social. **Resposta pessoal.**
2. Faça uma pesquisa para coletar informações acerca de sua cidade ou de cidades vizinhas. Primeiro, descubra o número da população, em seguida, calcule qual o percentual dessa população em relação à população brasileira. **Resposta pessoal.**
3. Ainda a respeito de sua cidade, pesquise informações sobre a quantidade de homens e mulheres, ou outro dado que julgue interessante. Reúna-se com um colega e, juntos, elaborem gráficos com as informações coletadas. Para finalizar, compartilhe os dados com a turma. **Resposta pessoal.**

- Três gerações: avó, mãe e filha.

Quanto à proposta da pesquisa da população da localidade onde residem, discutir com os alunos a importância das pesquisas feitas, explicando que é por meio delas que os governantes fazem a distribuição da verba para a saúde, educação, transporte etc. Retomar a importância do trabalho em equipe, do planejamento e da identificação e respeito aos papéis e responsabilidades de cada integrante de um grupo. Convidá-los a se reunirem em quartetos para que possam realizar a pesquisa, elaboração dos gráficos e apresentação dos dados.

UNIDADE 1

Números naturais e operações

Atividades p. 15

- 1, 4, 7, 10, 13
- A partir do 1, adiciona-se 5 a cada elemento para obter o número.
- Alternativa e.
- a) 124 d) 1000
b) 86 e) 5 209 010
c) 100 f) 1002
- a) 322
b) 11
c) 2
d) 1001
e) 10 000
f) 47 002
- 101, 150, 197, 200, 207, 555, 700
- Alternativa c.
- A é igual a B.

Atividades p. 18

- a) 15 c) 30 e) 27
b) 22 d) 12
- 3 e 6, 4 e 5.
- 23 282
- a) 77 b) 292 c) 9 163
- a) 39 b) 70 c) 71 d) 36
- 5 reais.
- a) $4 \times 11 = 44$
b) $7 \times 7 = 49$
c) $7 \times 14 = 98$
- a) 320 c) 972
b) 960 d) 4 298
- 450 biscoitos.
- a) 70 reais.
b) Eram uma cédula de 50 reais e uma de 20 reais.
- 800 pessoas.
- a) 11 com resto 1.
b) 25 com resto 3.
c) 16 com resto 7.
- 5 ovos.
- a) 0 c) 0
b) 0 d) 93

Por toda parte p. 19

- a)

População da cidade de Palmas (TO)

Ano	Habitantes em 2010	Habitantes em 2018	Habitantes em 2025
População	228 332	291 855	340 000

- 2010/2018: 63 523 habitantes e 2018/2025: 48 145 habitantes; subtração.
- Aproximadamente 153 hab./km²; a densidade demográfica de 2025 será maior que a de 2010.

Atividades p. 24

- Alternativas a, c e e.
- Alternativas b, d e e.
- 6
- 112
- 302
- 60
- 9
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.
- Alternativa c.
- Quatro números: 53, 59, 61 e 67.
- a) $2 \times 3 \times 3$ d) $2 \times 2 \times 5 \times 5$
b) $2 \times 5 \times 7$ e) $2 \times 11 \times 11$
c) $2 \times 2 \times 3 \times 7$
- 81
- $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$
- 60 minutos.
- 120 segundos.
- 420 anos terrestres.
- 20 dias.
- 120 minutos.
- 240 anos.
- 18 centímetros.
- 9 horas e 30 minutos.
- 55 moedas.
- 10 horas.
- 13

Tratamento da informação p. 26

- Ele mostra quantas pessoas desembarcaram no mês de abril de 2016, 2017 e 2018 em cada um dos três terminais rodoviários da cidade de São Paulo.
- 1 262 456
- O número de desembarques diminuiu ano a ano.
- Para o terminal Barra Funda sim, mas para o terminal Jabaquara não, pois, para este terminal, o número de desembarques foi aumentando ano a ano.
- Terminal Barra Funda; 15 415.
- Resposta pessoal.
- a) Ele mostra o número de chegadas de ônibus no mês de abril de 2016, 2017 e 2018 em cada um dos três terminais rodoviários da cidade de São Paulo.
b) 52 107
c) Terminal Jabaquara; 738
d) Nota-se que, no terminal rodoviário do Tietê, o número de chegadas de ônibus vem diminuindo ano a ano no mês de abril. No terminal rodoviário Barra Funda, esse número diminuiu de 2016 para 2017 e aumentou de 2017 para 2018. Já no terminal Jabaquara, esse número vem sempre aumentando.

Retomando o que aprendeu p. 28

- 4 338 342 000 km

- Quando $a = 1$ e b é um número primo.
- a) 996
b) 12
c) 0, 19, 38, 57, 76, 95, 114, 133, 152, 171, 190
d) 1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 33, 35, 55, 77, 105, 165, 231, 385, 1 155
- 180
- 18
- a) 14 d) 13
b) 45 e) 72
c) 84
- a) 1 260 b) 1 125 c) 1 440
- 27
- 1 024
- 40
- Alternativa b.
- 960 copos.
- 60, 81, 102, 123, 144
- Alternativa b.
- 84.
- a) 6 minutos.
b) 9 voltas completas.

UNIDADE 2

O conjunto dos números inteiros

Pense e responda p. 32

- a) Internacional e Corinthians.
b) Fluminense, América-MG, Bahia e Ceará.
c) Os saldos positivos foram indicados com o sinal "+", e os saldos negativos, com o "-".
d) -10

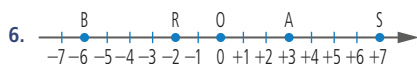
Atividades p. 35

- a) +25
b) -15
c) -2 500
d) -10
e) +1 600
f) +4
g) -5
h) -600
- 484
- a) 0 (zero).
b) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.
c) -1, -2, -3 e -4.
d) Resposta pessoal.
- 400; negativos.
- a) -50 reais. b) -1 700

Atividades p. 38

- a) +4
b) -2
c) +6
d) +9
e) -5

2. Cidade B: -200 km; cidade C: $+600$ km.
 3. a) 200 km d) 300 km
 b) 500 km e) $1\,100$ km
 c) 600 km f) 900 km
 4. Avião A: -50 km; avião B: $+150$ km.
 5. a) O ponto S.
 b) O ponto Q.



7. Alternativa a.
 8. Alternativa c.

Atividades p. 40

1. a) 5 c) 3 e) 7 g) 5
 b) 8 d) 7 f) 8 h) 8
 2. a) $|+25| = 25$ b) $|-40| = 40$
 3. $+20$ e -20 .
 4. -2 , -1 , 0 , $+1$ e $+2$.
 5. $+36$ 6. -2
 7. a) 140 quilômetros.
 b) 15 graus Celsius.
 c) 110 metros.

Pense e responda p. 41

1. a) Rio de Janeiro. d) Londres.
 b) Montevideu. e) Montevideu.
 c) Tóquio. f) Rio de Janeiro.
 2. Oslo (Noruega).

Atividades p. 43

1. a) $a > 0$ 2. a) $0 < +9$
 b) $b < 0$ b) $+13 > 0$
 c) $c > 0$ c) $0 > -7$
 d) $0 > d$ d) $-20 < 0$
 e) $a > b$ e) $+1 > -10$
 f) $a > c$ f) $-25 < +9$
 g) $d < a$ g) $+11 < +30$
 h) $b < c$ h) $-11 > -30$
 i) $b > d$ i) $-20 < +4$
 j) $+20 > -4$
 3. Bonito.
 4. $+12$, $+7$, $+1$, -100 , -160 , -300 , -500
 5. a) $+28$ c) $+75$
 b) -21 d) -96
 6. a) $+90$
 b) -100
 7. a) -14 , -11 , 0 , $+12$, $+16$
 b) 0 , -11 , -14 , -17 , -30
 8. a) $A = \{-19, -18, -17, -16, -15, -14, \dots\}$
 b) $B = \{\dots, -13, -12, -11, -10, -9, -8\}$
 c) $C = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2\}$
 9. a) Três. b) Quatro.

Por toda parte p. 44

1. $-6,6 < -3^\circ\text{C} < 25^\circ\text{C} < 30^\circ\text{C}$
 2. $-14^\circ\text{C} < -11^\circ\text{C}$; $-11^\circ\text{C} > -14^\circ\text{C}$

Pense e responda p. 46

1. 28°C
 2. 5°C
 3. -1°C
 4. 38°C

Atividades p. 50

1. Lucro de 50 reais.
 2. Zero.
 3. Em -82 ou em 82 a.C.
 4. Não
 5. a) $+12$ e) -10
 b) -92 f) -13
 c) -32 g) $+18$
 d) $+17$
 6. a) -17 c) $+18$ e) -173
 b) $+9$ d) -26 f) -8
 7. a) 2º andar. c) Térreo.
 b) 1º andar. d) 3º andar.
 8. a) $31 - 27 = 4$
 b) $-50 + 45 = -5$
 c) $-20 - 11 = -31$
 d) $47 + 23 = 70$
 e) $-21 + 55 - 29 = 5$
 9. a) 24 e) -4 i) -23
 b) -10 f) -51 j) 34
 c) 5 g) 46
 d) -8 h) 29
 10. O número que aparece em cada bloco corresponde à soma dos números dos blocos que o apoiam.
 11. a) $+23$ d) -86 g) $+10$
 b) Zero. e) $+115$ h) -37
 c) $+1$ f) -16

Atividades p. 51

12. Alternativa b.
 13. a) $+2\,100$ reais.
 b) -900 reais.
 14. Caio deve depositar pelo menos 400 reais.
 15. -37 , -22 e $+19$, respectivamente.
 16. a) $+6$ d) $+18$
 b) -8 e) $+14$
 c) -20
 17. -30°C

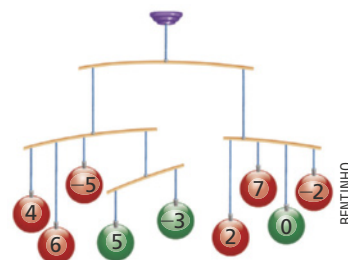
Atividades p. 54

1. a) -25 e) $+63$ i) $+104$
 b) $+15$ f) $+12$ j) $+14$
 c) -43 g) -37
 d) -7 h) -40
 2. $A \neq B$
 3. 31°C
 4. 77 m
 5. 440 pontos.
 6. a) 19°C c) 5°C e) 10°C
 b) 5°C d) 7°C
 7. 74 anos.
 8. a) -8
 b) -2

Atividades p. 57

1. a) -9 f) $+1 - 10$
 b) $+11$ g) $7 + 6 - 3$
 c) -13 h) $1 + 1 - 5$
 d) $+21$ i) $9 - 4 - 2$
 e) $3 + 2$ j) $-1 - 1 + 4$
 2. a) $+4$ c) $+2$ e) -2
 b) -8 d) -13

3. a) $+23$ c) -8
 b) $+63$ d) -18
 4. a) Na sexta-feira ($+116$).
 b) Na quinta-feira ($+3$).
 c) Aumentou; 233 .
 5. a) $+250$ pontos. c) A dupla de Bia.
 b) $+380$ pontos. d) 130 pontos.
 6. a) $+90$, -27 , -40 , 0 , $+32$ e -25 .
 b) -32 , $+60$, $+50$, -19 , -36 e $+27$.
 7. $+9970$
 8. a) $+11$ c) -33
 b) -16 d) $+59$
 9. a) Zero. c) $+3$
 b) -2 d) Zero.
 10. a) -9°C .
 b) -5°C .
 11. Uma resposta possível:



Atividades p. 63

1. a) -35 d) -99
 b) $+72$ e) -42
 c) $+30$ f) $+66$
 2. a) -2 b) -5 c) $+3$ d) $+4$
 3. a) $+216$ c) $+245$
 b) -350 d) -960
 4. $+18$
 5. $x = y$
 6. a) Em oito.
 b) Em oito.
 7. $-12\,000$ 8. -2 e -3 ; $+5$ e -2 .

Atividades p. 65

1. a) -3 g) -5 i) -3
 b) $+8$ h) Zero. m) $+6$
 c) $+1$ j) $+15$ n) -8
 d) -9 k) $+4$ o) $+5$
 e) -1 p) -6
 f) $+22$
 2. a) Negativo. c) Positivo.
 b) Zero. d) Zero.
 3. $x \neq y$
 4. a) $+40$ c) $+30$
 b) -8 d) Zero.
 5. As divisões c , d e f .
 6. Se o quociente exato é 1 , temos $x = y$. Se o quociente exato é -1 , x e y são números inteiros opostos.
 7. • $+2$ • $+200$
 • -2 • $+20$
 • -2 • $+20$
 • 2 • -20
 8. a) -9 b) $+73$ c) -41
 9. -4

Pense e responda p. 66

- $+1$
 - $+1$
 - $+1$
 - $+1$
- $+1$
 - $+1$
 - $+1$
 - $+1$
- $+1$
 - $+1$
 - $+1$
 - $+1$
- A potência é sempre um número inteiro positivo.
 - O sinal do resultado vai depender do sinal da base (não nula): base positiva, potência positiva; base negativa, potência negativa.

Atividades p. 68

- Positivo.
- Negativo.
- $+64$
 - $+64$
 - $+512$
 - -512
 - $+1$
 - $+1 = 1$
- $(-8)^{10}$
 - $(+2)^{12}$
 - $(-10)^3$
 - $(+9)^{20}$
 - $(-13)^6$
 - $(+7)^{12}$
 - $(+10)^{14}$
 - $(+20)^1$
- $+81$ e $+80$
 - $+16$ e -16
 - $+36$ e $+50$
 - $+25$, -27 e $+16$
 - -121 e $+20$
 - $+36$, $+4$ e -1
 - $+28$ e $+25$
- $+64$
- Negativo.
- $+2$
- $-1\ 000$
 - Zero.
- 16 cartões.
 - Um cartão cujo resultado da operação é um número inteiro positivo.
 - 9 em 16.

Atividades p. 69

- 5
 - 8
 - Não existe em \mathbb{Z} .
 - 1
- Os números $\sqrt{37}$ e $\sqrt{80}$ não são inteiros.
- 6
 - -8
 - 10
 - -7
 - 20
 - -30
 - -50
 - 12
- Não, pois não existe em \mathbb{Z} raiz quadrada de número negativo.

Atividades p. 71

- $+1$
 - -2
 - -5
 - $+4$
 - $+6$
- Zero.
 - $+39$
 - $+11$
 - $+73$
 - Zero.
- $+46$
 - -17
 - -8
 - -19
- Alternativa e.
- $x = 1\ 024; 32$
- $y = -1; -1$
- $+11$
 - -15
 - -11
 - $+1$
 - -1
 - -12
 - $+21$
 - Zero.
 - -10
 - $+68$
 - -100
 - $+22$
- Diferença 168.
- $+11$

9. -1

10. 12

11. a) -8 b) 134 c) 625

Tratamento da informação p. 72

- Na quarta-feira. 33 kg.
 - Na quinta-feira. 98 kg.
 - 131 kg.
 - Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.

Retomando o que aprendeu p. 74

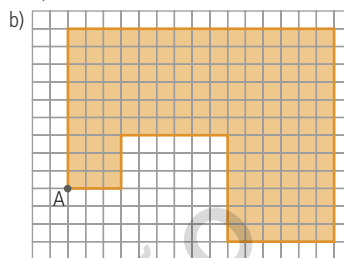
- Alternativa e.
- Alternativa b.
- Alternativa c.
- Alternativa a.
- Soma 36.
- Alternativa a.
- Alternativa b.
- Alternativa c.
- Alternativa c.
- Alternativa c.
- Alternativa b.
- Alternativa d.
- Alternativa b.
- Alternativa c.

UNIDADE 3

Transformações geométricas e simetria

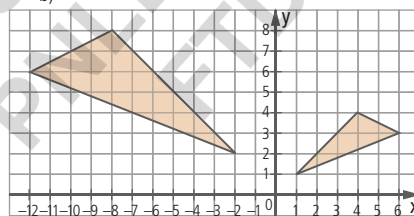
Pense e responda p. 80

- A partir do ponto A, para cima: 3, 5, 4, 2, 2, 2, 1 e 1.



Atividades p. 82

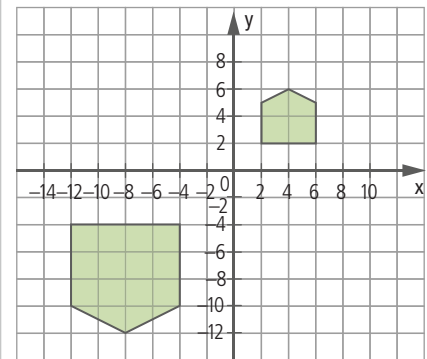
- $(2, 3)$, $(8, 3)$, $(8, 6)$, $(6, 4)$ e $(4, 6)$.
 - Fator 2.
- $(-2, 2)$, $(-12, 6)$ e $(-8, 8)$.



- Ele é uma ampliação de fator 2 do original, mas localizado no 2º quadrante do plano cartesiano.
- Uma possível resposta: multiplicar por -1 apenas a coordenada do eixo vertical (y) de todos os pontos e, depois, por 2 todos os valores das coordenadas obtidas. $(4, -2)$, $(12, -2)$, $(14, -8)$, $(12, -14)$, $(4, -14)$ e $(2, -8)$.

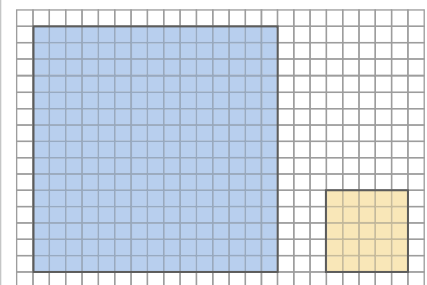
- $(-4, -4)$, $(-12, -4)$, $(-12, -10)$, $(-8, -12)$ e $(-4, -10)$.

b)



- Multiplicar por -1 apenas a coordenada do eixo horizontal dos pontos do polígono.

6.



- O retângulo B, que é uma redução do retângulo original, pois é o único que teve as medidas dos lados multiplicadas por um mesmo valor, ou seja, não sofreu deformação.

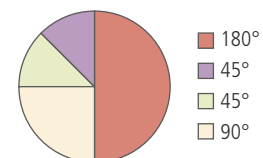
Por toda parte p. 83

- Por 25.
- Altura: 50 m; dimensões da base: 45 m por 22 m.
- 225 mm por 85 mm por 59 mm.

Tratamento da informação p. 84

- 180°
 - 50%
 - 90°
 - 25%
 - 45°
 - 12,5%

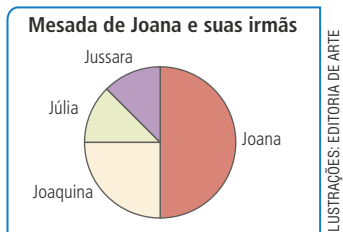
- Uma possível resposta:



- 4 dobras.
 - $22,5^\circ$
 - 6,25%

Número de partes em que o círculo foi dividido	Medida do ângulo que cada parte representa	Percentual que cada setor representa
2	180°	50%
4	90°	25%
8	45°	12,5%
16	$22,5^\circ$ ou $22^\circ 30'$	6,25%

5. Uma resposta possível:



Fonte: Dados fictícios.

Pense e responda p. 87

- a) As duas figuras têm mesma forma e mesmo tamanho.
- b) As duas figuras estão em posições opostas em relação à linha vermelha, viradas ao contrário uma em relação à outra e a uma mesma distância da linha.

Pense e responda p. 88

- Todos os pontos da Figura 1 estão a cinco lados de quadrado de distância de seu correspondente na Figura 3.

Pense e responda p. 89

- a) Os dois segmentos têm a mesma medida.
- b) A medida do comprimento de um segmento de reta é sempre igual quando comparada à do segmento formado pelo ponto correspondente e o ponto indicado pela tachinha.

Atividades p. 90

- As figuras A, C e E.
- a) 1
b) 4
c) 6
- II e III.
-

- a)
- b)

- I e III.
- Resposta pessoal.
-

- a) 180° no sentido horário ou anti-horário.
- Não, pois o ângulo de rotação entre essas figuras é de 120° no sentido anti-horário considerando a figura 4 obtida como rotação da figura 2.
- É uma simetria de rotação com centro de rotação no ponto de encontro das nadadeiras desses dois peixes e um ângulo de rotação de 180° , no sentido horário ou no sentido anti-horário.

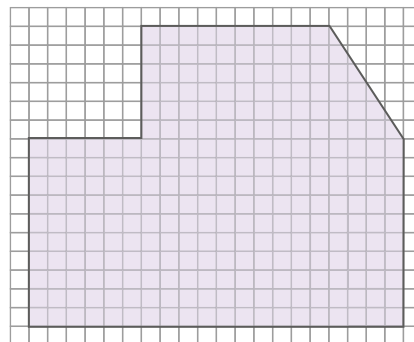
Tecnologias p. 92

- A distância entre um vértice e a reta, bem como a distância entre a reta e seu vértice correspondente, são iguais.
- As medidas se alteram, mas é mantida a igualdade observada anteriormente.
- Todas as medidas são iguais.
- Resposta pessoal; o comprimento do vetor é igual à distância entre os vértices da primeira figura e seus correspondentes na segunda figura.
- A segunda imagem se movimenta na mesma direção do vetor; a relação permanece a mesma: o comprimento do vetor é igual à distância entre os vértices da primeira figura e seus correspondentes na segunda figura.
- As duas medidas são iguais.
- Todos os ângulos formados possuem a mesma medida, a do ângulo de rotação.

Retomando o que aprendeu p. 94

- a)
- Multiplicar por -1 a coordenada do eixo vertical (y) de cada vértice.
- Construção do aluno.
- Triângulo: $(1, -4)$, $(9, -4)$ e $(9, -1)$.
Retângulo: $(2, 6)$, $(12, 6)$, $(2, 0)$ e $(12, 0)$.
- a) No 3º quadrante.
- O quadrado transformado fica desenhado no 1º quadrante com o dobro da medida do lado do quadrado original.

3. Uma resposta possível: com fator de ampliação 2:



- Alternativa d.
- Como o polígono original está representado no 1º quadrante e a figura obtida está no 4º quadrante, podemos concluir que as coordenadas de todos os pontos do polígono original foram multiplicadas por um número negativo. Além disso, sabendo que os lados da figura obtida têm o dobro das medidas dos lados correspondentes do polígono original, podemos concluir que esse número, ou fator, é -2 .
- Uma translação na direção horizontal da direita para a esquerda de 15 cm de distância.
- Reflexão em relação à superfície do lago.
- a)

- b)

- c)

9. Resposta pessoal.

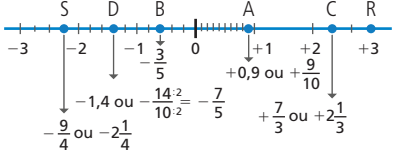
Atualidades em foco p. 96

- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.

UNIDADE 4

O conjunto dos números racionais

Atividades p. 103

- 76, 1, 2, -1 e -2.
 - $+\frac{1}{4}$ e $-\frac{8}{10}$.
 - +1,4 e -1,8.
- $+\frac{1}{6}$
 - $-\frac{4}{5}$
 - $-\frac{5}{6}$
- 3,25
 - 0,025
 - +0,15
- Naturais: nenhum; inteiros não naturais: -4, -10, $-\frac{40}{5}$ e racionais não inteiros: -0,3 e $+\frac{4}{9}$.
- $S = -\frac{5}{3}$, $B = -\frac{1}{3}$, $C = +\frac{1}{3}$, $A = +\frac{2}{3}$,
 $R = +\frac{4}{3}$, $P = +\frac{5}{3}$, $M = +3$
- 

7. Alternativa d.

Atividades p. 105

- $+\frac{5}{24}$
 - 0,25
 - $+\frac{13}{60}$
 - 0,92
 - +16,20
 - $-\frac{1}{12}$
 - 1,95
 - +0,16
- 9,3 °C
 - 6 °C
 - 9,2 °C
- 1,20
 - 0,50
 - +2,20
- +1,04
- Resposta pessoal.
- +1
 - 0,74
 - 2,97

7. -1

8. +3

9. a) +0,9

b) $-\frac{1}{3}$

c) $+\frac{3}{6}$

d) $-\frac{13}{2}$

Pense e responda p. 107

- 6 metades.
 - 5 metades.
 - $\frac{5}{2}$ ou $2\frac{1}{2}$.
- 3, $\frac{5}{2}$
- 5 amigas.

Atividades p. 109

- 63 quilômetros.
- $\frac{1}{5}$
- $\frac{1}{2}$
- $-\frac{4}{21}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $-\frac{1}{10}$
 - 10

5. Zero.

6. $\frac{15}{4}$ ou $3\frac{3}{4}$ de xícara de chá.

Pense e responda p. 111

- 1
 - Os dois fatores são frações cujo numerador de uma é igual ao denominador da outra e vice-versa.
- 2 vezes.
 - 3 vezes.
 - 4 vezes.

Atividades p. 114

- 2,88
 - +0,0325
- $\frac{4}{15}$
- 20
 - $\frac{5}{16}$
 - $\frac{11}{4}$
 - Zero.
- a) 7
- 4 copos.
- $\frac{4}{3}$
 - Zero.
- $\frac{7}{6}$
 - $\frac{4}{5}$
 - $\frac{15}{4}$
 - $\frac{21}{8}$
- $\frac{4}{9}$
 - 0,74
 - 0,28
 - 4
- 11 aventais.
- +8
 - 0,75
 - +4,3
 - +1,5
 - 0,6
 - +15,2
 - 6
 - +3,6
- 3,6
 - 1,35%
- +0,4
 - 3,8
- +2
 - +0,45
 - $+\frac{11}{10}$

16. A melhor opção é a embalagem C.

17. R\$ 1 316,00

18. Alternativa d.

Pense e responda p. 117

- $10^2 \cdot 10^{-3} = 10^{-1}$
 - $\frac{10^2}{10^3} = \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{10}$
 - $10^{-1} = \frac{1}{10}$
- $\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$
 - $10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{-2} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

Atividades p. 118

- $+\frac{1}{100}$
 - +1
 - +0,125
 - $+\frac{1}{10}$
 - +12,96
 - +40,96
 - +1
- $(+2,4)^9$
 - $(+\frac{2}{3})^4$
 - $(-1,5)^9$
 - $(+\frac{1}{6})^7$

- $-\frac{1}{36}$
 - 7,875
 - +3,75
- 10
- $-\frac{1}{18}$
- $\frac{1}{9}$
 - $+\frac{7}{2}$
 - $-\frac{1}{5}$
- $\frac{1}{100\,000}$
 - $+\frac{4}{25}$
 - $\frac{1}{400}$
- 10^{-3}
 - 10^{-6}
- 10^{-2}
 - 10^{-7}
- 2
- 0,0001
 - 0,16
- +81
 - +64
- 0,111

Por toda parte p. 119

1. Brasil: $\frac{1}{3}$; Colômbia: $\frac{2}{5}$; Argentina: $\frac{3}{14}$; $\frac{1}{2}$.

Atividades p. 122

- 6
 - 0,7
 - $\frac{2}{3}$
- 48
 - 26
 - 10
 - 11
 - $\frac{1}{4}$
 - $\frac{11}{14}$
 - $\frac{8}{15}$
 - $\frac{4}{3}$
 - 0,5
 - 42
 - 50
 - 0,04
 - 5
 - $\frac{6}{7}$
 - 60
 - 33
 - 0,27
 - 0,18
 - 7
 - 3,5
 - 3,6
 - 5,5
 - 5,4
 - 0,28
 - 0,32
 - 1

9. a) Alternativa e.

10. $a^5 \cdot b^2$

11. $\frac{13}{54}$

12. a) Falsa.

b) Falsa.

c) Verdadeira.

Educação financeira p. 123

- R\$ 1,10.
 - R\$ 0,94.
 - R\$ 5,50.
- Resposta pessoal.

Atividades p. 125

- 9
- 127 cm
- 15; 14
 - Caio.
- 57 centavos.
- 23 anos.
- R\$ 28,80.
- No mês de dezembro.

Tratamento da informação p. 126

1. Mato Grosso, Bahia, Pernambuco, Ceará, Rio Grande do Sul, Paraná, Minas Gerais e Goiás.
2. Rio de Janeiro, Santa Catarina, Espírito Santo, São Paulo, Pará e Amazonas.
3. Mato Grosso, 3%.
4. Amazonas, -5,3%.
5. 8,3%
6. a) Transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio e outros serviços.
b) Serviços profissionais, administrativos e complementares.
c) Resposta pessoal.
d) 1,9%

Retomando o que aprendeu p. 128

1. Alternativa d.
2. a) $+\frac{1}{2}$ c) Ponto D.
b) $-\frac{3}{2}$ ou $-1\frac{1}{2}$ d) Ponto E.
3. 1,5 litro de água.
4. $\frac{1}{2}$
5. $-\frac{7}{4}$; inverso de $-\frac{4}{7}$.
6. a) $+\frac{7}{2}$ c) $-\frac{3}{14}$ e) +3,993
b) -22,40 d) $\frac{1}{6}$ f) -1,624
7. Alternativa c.
8. a) $-\frac{1}{18}$ 9. Alternativa a.
b) $-\frac{1}{30}$ 10. Alternativa e.
c) +0,084 11. Alternativa c.
d) +0,121 12. Alternativa d.
13. Alternativa c.

UNIDADE 5

Linguagem algébrica e equações

Pense e responda p. 132

- a) A sequência I.
- Pode-se concluir que o resultado obtido é sempre o mesmo; cada termo é o dobro do termo anterior.
- Mesmo tipo da sequência II.

Atividades p. 134

1. a) 2 e zero, respectivamente.
b) Zero.
c) 1
2. a) Não recursiva.
b) Recursiva.
c) Recursiva.
3. a) 15 b) 64 c) 56
4. a) 19 c) 1; 16; 49
b) 8; 12 d) 6
5. a) 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17
b) -2, 4, -8, 16, -32, 64, -128, 256, -512, 1024

- 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10, -12, -14, -16
 - 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31
6. 58
 7. a) Possível lei: $T_1 = 7$ e $T_n = T_{n-1} + 4$; 39 e 43.
b) Possível lei: $T_n = 3 \cdot n$; 30 e 33.
c) Possível lei: $T_1 = 3$ e $T_n = T_{n-1} + n$; 38 e 47.

Atividades p. 138

1. a) 1º membro: $6^2 - 5$; 2º membro: 31.
b) 1º membro: $3^3 + 3^2$; 2º membro: $2^5 + 2^2$.
2. Sim; propriedade simétrica.
3. a) $x = -10$
b) Propriedade transitiva.
4. $x = a - b$ 5. $2 + 10$ ou 12.
6. $(27) \cdot \frac{1}{3}$ ou 9.
7. $x = -5$ 8. $x = 7$

Pense e responda p. 139

1. a) 20 anos.
b) 35 anos.
c) $(10 + x)$ anos.
2. a) 56 kg c) $(46 + x)$ kg
b) 41 kg d) $(46 - y)$ kg

Atividades p. 141

1. Embora elas sejam igualdades, não apresentam número desconhecido.
2. $x + 5 = 12$; $x - 5 = 2$; $x = -10$; $10x = 1$
3. a) Uma: x. b) Duas: x, y.
4. a) $2x = 20$
b) $z + 82 = 150$
c) $100 - x = 36$
d) $\frac{1}{2}x = 25$ ou $\frac{x}{2} = 25$.
5. a) $3t + 40 = 61$ c) $\frac{x}{2} + x = 96$
b) $2y - 20 = 160$ d) $5x = 3x + 62$
6. $x + 5 = 37$
7. $x - 23 = 2$ ou $x - 2 = 23$.
8. Alternativa d.
9. $x + 3x = 68$ 10. $2x + 2(x + 10) = 80$

Pense e responda p. 142

1. 5 2. 8
3. Resposta pessoal.

Atividades p. 144

1. a) 7 d) Não tem raiz em N.
b) -9 e) 13
c) $\frac{3}{8}$
2. a) Sim. b) Sim. c) Não. d) Sim.
3. $\frac{1}{6}$
4. Sim.
5. 2 e 3.

Por toda parte p. 145

1. a) Uma possível resposta: Chamando de x a distância de Boa Vista a Brasília, temos: $x - 209 = 4\,066$.
b) Uma possível resposta: Chamando de x a população de Goiânia em 2000, temos: $x - 96\,210 = 996\,797$.
c) Resposta pessoal.

Atividades p. 149

1. a) Sim. c) Não. e) Não.
b) Sim. d) Sim. f) Sim.
2. a) $x = 3$ d) $x = 1$ g) $x = 3$
b) $x = 11$ e) $x = 1$ h) $x = \frac{6}{5}$
c) $x = -2$ f) $x = \frac{7}{3}$

3. (a, b); (c, e); (d, f).

4. $120 - x = 80$

5. Alternativas a e d.

Atividades p. 153

1. a) 1 d) 5 h) 4
b) 4 e) 3 i) 8
c) $-\frac{3}{2}$ f) -1 j) -4
g) -6 k) -2
2. $3x - 5 = 4$ e $5x - 7 = 8$.
3. 14 países.
4. 1921
5. Como todas as sentenças são incorretas, Thaís ganhou 30 balas.
6. Resposta pessoal.
7. 79 anos.
8. a) $-\frac{5}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{14}{5}$
b) 240 d) 30 f) $\frac{1}{2}$

9. $\frac{12}{25}$

10. Entre os números inteiros 3 e 4.

11. a) $S = \{8\}$

$$b) S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

$$c) S = \{3\}$$

12. 18

13. $\frac{1}{4}$

14. Entre os números inteiros 0 e 1.

15. a) 10

- b) 100
- c) 1, 2, 5 e 10.

16. 96

17. a) 35
b) 24,8 cm

Atividades p. 159

1. 22 alunos.
2. Guilherme: 92 e Tiago: 72.
3. 265 pessoas.
4. 0,45 m
5. 3 120 pessoas.
6. 14 000 eleitores.
7. 6 000 L
8. 30 pérolas.
9. São 15 abelhas.

Tratamento da informação p. 160

1. a) 1920
b) De 1960 a 1999.
c) 16%
d) Resposta pessoal.

2. a)

Exportação de café pelo Brasil

Ano	1927	1928	1929	1930
Quantidade (em arrobas)	60 milhões	55 milhões	77 milhões	37 milhões
Quantidade (em sacas)	15 milhões	13,75 milhões	19,25 milhões	9,25 milhões

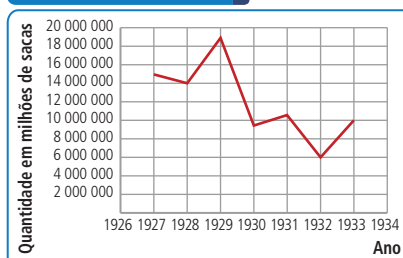
Exportação de café pelo Brasil

Ano	1931	1932	1933
Quantidade (em arrobas)	43 milhões	24 milhões	40 milhões
Quantidade (em sacas)	10,75 milhões	6 milhões	10 milhões

Fontes: Iapar (Instituto Agrônomo do Paraná) ICC (Conselho Internacional do Café) e DNC (Departamento Nacional do Café).

b)

Exportação de café pelo Brasil



Fontes: Iapar (Instituto Agrônomo do Paraná) ICC (Conselho Internacional do Café) e DNC (Departamento Nacional do Café).

- c) Aproximadamente 16,9 milhões de sacas.
d) Aproximadamente 2,67 milhões de dólares.

Retomando o que aprendeu p. 162

- Alternativa c.
- Alternativa d.
- a) $4x + 4$
b) 50 176
- Alternativa a.
- Alternativa c.
- Alternativa b.
- Alternativa b.
- Alternativa d.
- $x = 20$
- $\frac{10}{3}$
- 73,1 anos.
- Alternativa c.

UNIDADE 6

Figuras geométricas planas

Atividades p. 170

- Vértice: ponto B; lados: \overline{BA} e \overline{BC} .
- Três ângulos: \widehat{AOB} , \widehat{BOC} , \widehat{AOC} .
- a) 20°
b) 48°
c) 55°
- a) 180°
b) 360°
- 10°
- Alternativa c.
- Alternativa c.
- a) 60°
b) 144°
- 135°
 10.45°

Atividades p. 172

1. a) 55° b) 40° c) 80° d) 18°

2. 65°

4. $\text{med}(\widehat{AOC}) = 50^\circ$

5. 25°

6. a) 43°
b) 61°

3. 72°

c) 68°
d) 113°

7. 29°

9. 67°

11. 30°

13. 30°

8. 72°

10. 45°

12. 53°

14. 66°

Atividades p. 175

- a) $x = a = 70^\circ$; $y = 110^\circ$
b) $x = 45^\circ$; $y = 135^\circ$; $a = b = 90^\circ$
- a) $x = 19^\circ$; 42° , 138° , 42° e 138° .
b) $x = 25^\circ$; 105° , 75° , 105° e 75° .

Pense e responda p. 176

- a) $\hat{3}$, $\hat{4}$, $\hat{5}$ e $\hat{6}$.
b) $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{7}$ e $\hat{8}$.
c) $\hat{1}$, $\hat{4}$, $\hat{5}$ e $\hat{8}$; $\hat{2}$, $\hat{3}$, $\hat{6}$ e $\hat{7}$.
d) $\hat{1}$ e $\hat{5}$; $\hat{2}$ e $\hat{6}$; $\hat{1}$ e $\hat{6}$; $\hat{2}$ e $\hat{5}$.
e) $\hat{3}$ e $\hat{7}$; $\hat{4}$ e $\hat{8}$; $\hat{3}$ e $\hat{8}$; $\hat{4}$ e $\hat{7}$.

Pense e responda p. 178

- a) Os ângulos alternos internos são congruentes.
b) Os ângulos alternos externos são congruentes.
c) Sim, os ângulos alternos internos continuam congruentes, assim como os alternos externos.
- Não. Quando as retas não são paralelas, os ângulos alternos internos não são congruentes, assim como os alternos externos também não o são.

Pense e responda p. 179

- a) 180° ; 180° ; as duas somas são iguais.
b) A soma dos pares de ângulos colaterais externos também é 180° .
c) Sim. Todas as somas continuam iguais a 180° .
- Não. Quando as retas não são paralelas, as somas não são 180° .

Atividades p. 180

- a) $x = 45^\circ$
b) $x = 50^\circ$
- $a = 75^\circ$, $b = 50^\circ$ e $c = 55^\circ$.
- a) $a = 110^\circ$
b) $a = 28^\circ$
- $x = 10^\circ$
- $a = 150^\circ$ e $b = 30^\circ$.
- 180°
- a) $a = 55^\circ$, $b = 55^\circ$ e $c = 125^\circ$.
b) $a = 75^\circ$, $b = 40^\circ$ e $c = 40^\circ$.
- a) $a = 120^\circ$, $b = 60^\circ$, $c = 70^\circ$, $d = 50^\circ$ e $e = 50^\circ$.
b) $a = 45^\circ$, $b = 60^\circ$, $c = 135^\circ$, $d = 75^\circ$ e $e = 75^\circ$.
- 55° , 55° , 55° , 55° , 125° , 125° , 125° e 125° .
- $x + y = 80^\circ$
- $x = 90^\circ$
- a) $m = 70^\circ$
b) $m = 82^\circ$
- $m = 50^\circ$
- $x = 100^\circ$
- $x = y = 132^\circ$

Pense e responda p. 182

1. Sim; nos itens b e c.

Atividades p. 185

- Sim, pois $130 \text{ cm} < 92 \text{ cm} + 51 \text{ cm}$,
 $92 \text{ cm} < 130 \text{ cm} + 51 \text{ cm}$ e
 $51 \text{ cm} < 130 \text{ cm} + 92 \text{ cm}$.

2. 15 cm

3. 58 cm

4. a) $x = 45^\circ$

b) $x = 60^\circ$

c) $x = 59^\circ$

5. 48°

7. Alternativa c.

6. 56°

8. Alternativa a.

9. Mínima: 24 km; máxima: 86 km.

Atividades p. 187

- a) Octógono; 8 lados.
b) Interno: 135° e externo: 45° .
- Undecágono.
- Dodecágono.

Atividades p. 190

- a) Construção do aluno.
b) Construção do aluno.
- Alternativa b.
- Alternativa a.
- a) \overline{OA} e \overline{OB} .
b) \overline{AB}
c) Não.
d) Sim, pois $\overline{OA} \cong \overline{OB}$.
- a) 50 cm
b) 1,30 cm
c) 5 cm
- 37 m
- a) 28,5 cm
b) 5,8 cm
- 17 cm
- a) 21 cm
b) 30,5 cm
- 13 cm
- 314 m

Tratamento da informação p. 194

- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
a) Resposta pessoal.
b) Resposta pessoal.
- Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que, para representar a frequência com que os alunos da pesquisa praticam atividade física, não é conveniente utilizar o gráfico de setores. Nesse caso, eles podem usar o gráfico de barras, por exemplo.

Retomando o que aprendeu p. 196

- Alternativa a.
- Alternativa d.
- Alternativa c.
- Alternativa a.
- Alternativa e.
- Alternativa c.
- Alternativa c.
- Alternativa d.
- 130°
- Alternativa d.
- Alternativa c.

Atualidades em foco p. 198

- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
• Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
- a) Santa Catarina.
b) Resposta pessoal.
c) Sim. De acordo com especialistas, não há uma resposta definitiva para essa pergunta, mas existem algumas hipóteses que contribuem para uma explicação, entre elas, está o fato de as mulheres terem mais cuidados com a saúde.
- Resposta pessoal.

UNIDADE 7

Grandezas proporcionais

Pense e responda p. 203

- a) 1 000 g ou 1 kg; 2 vidros; 4 pacotes; 4 xícaras (chá).
b) 60 porções. c) 250 g

Atividades p. 205

1. $\frac{6}{5}$ ou 6 para 5. 2. $\frac{9}{10}$
3. a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{14}{25}$ d) $\frac{15}{22}$
4. $\frac{1}{2000000}$
5. a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{4}{25}$
Resposta pessoal.
6. $\frac{2}{5}$
7. a) 200 lajetas. c) $\frac{4}{5}$
b) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{4}$
8. 2018
9. O sistema IV. 10. Gustavo e Rui: $\frac{2}{5}$.

Atividades p. 209

1. a) 0,63; 63% c) 0,14; 14%
b) 0,112; 11,2% d) 0,6875; 68,75%
2. a) 42% c) 22,5% e) 11,25%
b) 8% d) 1,5% f) 0,7%
3. 75% 4. 32,5%
5. Aproximadamente 60,7%.
6. a) 40 universitários. b) 37,5%
7. a) Língua Portuguesa: 85%; Matemática: 80%; Física: 60% e Biologia: 75%.
b) Língua Portuguesa; Física.

Pense e responda p. 211

1. a)

Litros	Desconto (em reais)
40	4
50	5
60	6
70	7
80	8
90	9
100	10

- b) R\$ 4,00; R\$ 6,00; R\$ 9,00
c) 100 litros.
d) R\$ 42,00
e) $\frac{4}{40}; \frac{5}{50}; \frac{6}{60}; \frac{7}{70}; \frac{8}{80}; \frac{9}{90}; \frac{10}{100}$
f) Todas são iguais a $\frac{1}{10}$.

Atividades p. 214

1. a) Sim. b) Sim. c) Sim. d) Não.
2. a) 16,8 b) Resposta pessoal.
3. a) 2 c) 11,25 e) 7,875
b) 3 d) -30 f) $\frac{2}{9}$
4. 1 5. 2

6. 80 10. 15 copos de água.
7. 26 crianças. 11. 40 km/h
8. 1,2 m 12. 8 ovos.
9. 48 000 habitantes.
13. a) 8 cm
b) $12 \text{ m}^2; 48 \text{ m}^2$
c) $\frac{1}{4}$; Resposta possível: a área do retângulo II é quatro vezes a área do retângulo I.

Pense e responda p. 216

1. a) Sim.
b) $2 \cdot 6 = 12$, ou seja, 12 pacotes de fraldas.
c) 24 pacotes de fraldas. O número de pacotes também dobrou.

Atividades p. 219

1. a) Sim. c) Não.
b) Sim. d) Não.
2. Verdadeira.
3. 27 5. Zero.
4. 84 6. 200, 80 e 100.
7. Valdir: R\$ 1 600,00; Gustavo: R\$ 1 000,00; Roberto: R\$ 2 000,00.
8. João: 176 g; Roberta: 144 g; Tomas: 80 g.
9. a) 45 minutos. c) 30 minutos.
b) 105 minutos.
10. Filial A: R\$ 80 000,00; Filial B: R\$ 64 000,00.

Atividades p. 222

1. a) $\frac{2}{5}$ c) São iguais.
b) $\frac{2}{5}$ d) Sim.
2. a) $\frac{3}{4}$
b) $\frac{3}{4}$
c) 60 kg e 80 kg.
d) Grandezas diretamente proporcionais.
3. a) 320 cm^2
b) 240 cm^2
c) $\frac{4}{3}$
d) $\frac{4}{3}$
e) São iguais.
f) São grandezas diretamente proporcionais.
4. a) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ c) 160 min
d) São grandezas inversamente proporcionais.
5. a) Distância percorrida (em km) e consumo de gasolina (em litros).
b) Diretamente proporcionais, porque, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica; e assim por diante.
c) 105 km
d) 6 litros.
e) Resposta pessoal.

Atividades p. 226

1. 420 páginas. 3. 450 azulejos.
2. 30 dias. 4. 2,4 horas.
5. Aproximadamente 82 m.

Por toda parte p. 227

1. a) 80 quilocalorias.
b) Morango; abacaxi; morango; abacaxi e laranja.
c) Aproximadamente 21,86 g.
d) Aproximadamente 850 mg.
e) Aproximadamente 0,33 g.
f) 97,5 g; 4 875 g

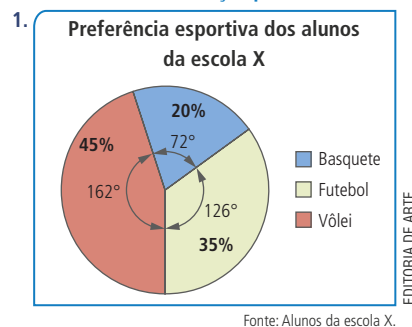
Atividades p. 230

1. 50 dias.
2. 250 L
3. 16 dias.
4. 32 operários.
5. 30 dias.
6. Resposta pessoal.
7. 216 caixas.
8. a) 200 kg b) 20 sacos.

Educação financeira p. 231

1. a) R\$ 78,00
b) A média nos outros 6 dias do mês deve ser de R\$ 3,00.
c) Resposta pessoal.
d) Resposta pessoal.

Tratamento da informação p. 232



2. 25 400 eleitores (50%); 50 800 eleitores.

Retomando o que aprendeu p. 234

1. Alternativa c. 8. Alternativa b.
2. Alternativa c. 9. Alternativa c.
3. Alternativa a. 10. Alternativa e.
4. Alternativa b. 11. Alternativa a.
5. Alternativa d. 12. Alternativa e.
6. Alternativa b. 13. Alternativa b.
7. Alternativa d. 14. Alternativa a.

UNIDADE 8

Porcentagem, probabilidade e estatística

Atividades p. 240

1. a) Equipe A: 80%; equipe B: 75%.
b) Equipe A; a equipe A ganhou 80% dos jogos, enquanto a equipe B ganhou 75% dos jogos.
2. 32 medalhas.
3. R\$ 108,00.
4. a) R\$ 5,85.
b) 7,5%
5. 46,92 milhões de domicílios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASOCIACIÓN DE MAESTROS ROSA SENSAT. **Didáctica de los números enteros**. Madrid: Nuestra Cultura, 1980.
- BERLOQUIN, Pierre. **100 jogos geométricos**. Tradução Luís Filipe Coelho e Maria do Rosário Pedreira. Lisboa: Gradiva, 1991.
- BORDENAVE, Juan Díaz; PEREIRA, Adair Martins. **Estratégias de ensino-aprendizagem**. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 1985.
- BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de Matemática**. v. 6. São Paulo: CAEM-USP, 1995. (Coleção Ensino Fundamental.)
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. 2. ed. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais – Matemática**. Brasília, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação; Conselho Nacional de Educação. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes curriculares nacionais gerais da educação básica**. Brasília, DF: SEB: Dicei, 2013.
- BRUNER, Jerome S. **O processo da educação**. Tradução Lobo L. de Oliveira. 4. ed. São Paulo: Nacional, 1974.
- CAGGIANO, Angela et al. **Problema não é mais problema**. v. 4. São Paulo: FTD, 1996.
- CAMPOS, Tânia Maria Mendonça (Coord.). **Transformando a prática das aulas de Matemática: textos preliminares**. São Paulo: Proem, 2001.
- CAZOLA, Irene; SANTANA, Eurivalda (Org). **Do tratamento ao levantamento estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, 2010.
- CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e metodologia da Matemática: números e operações**. São Paulo: Scipione, 1994.
- COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). **As ideias da álgebra**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e Matemática**. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.
- D'AMBROSIO, Ubiratan (execução do projeto); BASTOS, Almerindo Marques (Coord.). **Geometria experimental: livro do professor**. Rio de Janeiro: PREMEN – MEC/IMECC – UNICAMP, 1985.
- _____. **Geometria experimental: 5ª série**. Rio de Janeiro: PREMEN – MEC/IMECC – UNICAMP, 1985.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas**. São Paulo: Ática, 1989.
- DIENES, Zoltan P. **As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática**. São Paulo: EPU, 1975.
- _____. **Frações**. São Paulo: Helder, 1971.
- _____. **Lógica y juegos lógicos**. Madrid: Distein, 1975.
- DIENES, Zoltan P.; GOLDING, E. W. **Conjuntos, números e potências**. São Paulo: EPU, 1974.
- _____. **Exploração do espaço e prática da medição**. São Paulo: EPU, 1984.
- DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **O conceito de ângulo e o ensino de geometria**. v. 3. São Paulo: CAEM-USP, 1993. (Coleção Ensino Fundamental.)
- FUNBEC/CAPES. **Revista do Ensino de Ciências**. São Paulo, março de 1985.
- HAYDT, Regina Cazaux. **Avaliação do processo ensino aprendizagem**. São Paulo: Ática, 1988.
- HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. **Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade**. Porto Alegre: Educação & Realidade, 1993.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande invenção. Tradução Stella M. de Freitas Senra. 4. ed. São Paulo: Globo, 1992.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA – UFRJ. **Tratamento da informação**: explorando dados estatísticos e noções de probabilidade a partir das séries iniciais. Rio de Janeiro, 1997.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**. São Paulo: Cortez, 1990.

MATAIX, Mariano Lorda. **Divertimentos lógicos y matemáticos**. Barcelona: Marcombo, 1979.

_____. **El discreto encanto de las matemáticas**. Barcelona: Marcombo, 1988.

_____. **Nuevos divertimentos matemáticos**. Barcelona: Marcombo, 1982.

OCHI, Fusako Hori et al. **O uso de quadriculados no ensino de geometria**. v. 1. São Paulo: CAEM-USP, 1992. (Coleção Ensino Fundamental.)

PERELMÁN, Y. **Matemáticas recreativas**. Tradução F. Blanco. 6. ed. Moscou: Mir, 1985.

PIAGET, Jean. **Fazer e compreender Matemática**. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. **Revista do Professor de Matemática 33**. Rio de Janeiro, 1977.

RATHS, Louis E. et al. **Ensinar a pensar**. São Paulo: Herder/Edusp, 1972.

ROCHA-FILHO, Romeu C. **Grandezas e unidades de medida**: o sistema internacional de unidades. São Paulo: Ática, 1988.

SOUZA, Eliane Reame et al. **A Matemática das sete peças do tangram**. São Paulo: CAEM-USP, 1995. (Coleção Ensino Fundamental.).

VYGOTSKY, Lev S. **A formação social da mente**. Lisboa: Antídoto, 1979.

ZARO, M.; HILLEBRAND, V. **Matemática instrumental e experimental**. Porto Alegre: Fundação para o Desenvolvimento de Recursos Humanos, 1984.

DIVULGAÇÃO
PNLD 2020
FTD

UNIDADE 1

Números naturais e operações

Atividades p. 15

- 1, 4, 7, 10, 13
- A partir do 1, adiciona-se 5 a cada elemento para obter o número seguinte.
- A sequência composta dos 5 primeiros números naturais pares é: 0, 2, 4, 6, 8.
Assim, a sequência composta dos sucessores dos 5 primeiros números naturais pares é: 1, 3, 5, 7, 9.
Alternativa e.
- a) 124
b) 86
c) 100
d) 1 000
e) 5 209 010
f) 1 002
- a) 322
b) 11
c) 2
d) 1 001
e) 10 000
f) 47 002
- 101, 150, 197, 200, 207, 555, 700

Desafio

- Do enunciado:
 - $A > 8$ e $A < 10$;
 - $B > 8$ e $B < 10$.
 Assim, $A = B$.

Atividades p. 18

- a) 15
b) 22
c) 30
d) 12
e) 27
- 3 e 6, 4 e 5.
- $22\,432 \text{ km} + 850 \text{ km} = 23\,282 \text{ km}$
- a) 77
b) 292
c) 9 163
- a) 39
b) 70
c) 71
d) 36
- $100 - 35 - 18 - 42 = 5$
Portanto, ela recebeu R\$ 5,00 de troco.
- a) $4 \times 11 = 44$
b) $7 \times 7 = 49$
c) $7 \times 14 = 98$
- a) 320
b) 960
c) 972
d) 4 298
- $30 \times 3 \times 5 = 450$
Portanto, Solange fez 450 biscoitos.
- a) $51 + 19 = 70$
Portanto, Carlos deu para o caixa 70 reais.
b) Eram uma cédula de 50 reais e uma de 20 reais.
- $20 \times 15 + 25 \times 10 + 25 \times 10 = 300 + 250 + 250 = 800$
Portanto, a lotação desse teatro é de 800 pessoas.
- a) 11 com resto 1.
b) 25 com resto 3.
c) 16 com resto 7.

13. $90 \div 18 = 5$

Portanto, cada galinha bota, em média, 5 ovos a cada semana.

- a) 0
b) 0
c) 0
d) 93

Por toda parte p. 19

- a)

População da cidade de Palmas (TO)

Ano	População
Habitantes em 2010	228 332
Habitantes em 2018	291 855
Habitantes em 2025	340 000

Fontes: IBGE. Palmas. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/to/palmas/panorama>>; RODRIGUES, W. Projeções populacionais a partir de cenários econômicos: o caso de Palmas – TO, 2010 a 2025. **Revista UEG**. Disponível em: <<http://www.revista.ueg.br/index.php/economia/article/view/3455/2621>>. Acessos em: 12 set. 2018.

- 2010/2018: $291\,855 - 228\,332 = 63\,523$
2018/2025: $340\,000 - 291\,855 = 48\,145$
Respostas: 2010/2018: 63 523 habitantes e 2018/2025: 48 145 habitantes; subtração.
- 2025: $\frac{340\,000 \text{ habitantes}}{2219 \text{ km}^2} \approx 153 \text{ habitantes/km}^2$
Portanto, a densidade demográfica de 2025 será maior que a de 2010.

Atividades p. 24

- Alternativas a, c, e.
- Alternativas b, d, e.
- D (246) = 1, 2, 3, 6, 41, 82, 123, 246
Assim, o maior divisor de 246 que é menor que 20 é o 6.
- Os 10 primeiros múltiplos de 14 são: M (14) = 0, 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126
Assim, o menor múltiplo de 14 que é maior que 100 é o 112.
- O menor múltiplo de 2 maior que 300 é um número par maior que 300. Portanto, 302.

6. Um múltiplo de 2 e 5 é um múltiplo de 10. Assim, um múltiplo de 10 que seja maior que 50 e menor que 70 é o 60.
7. 9
8. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.
9. Alternativa c.
10. Quatro números: 53, 59, 61 e 67.
11. a) $2 \times 3 \times 3$
b) $2 \times 5 \times 7$
c) $2 \times 2 \times 3 \times 7$
d) $2 \times 2 \times 5 \times 5$
e) $2 \times 11 \times 11$
12. $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
13. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$
14. m.m.c. (12, 20) = 60
Resposta: 60 minutos.
15. m.m.c. (20, 24, 30) = 120
Resposta: 120 segundos.
16. m.m.c. (12, 30, 84) = 420
Resposta: 420 anos terrestres.
17. m.m.c. (4, 5, 10) = 20
Resposta: 20 dias.
18. m.m.c. (24, 40) = 120
Resposta: 120 minutos.
19. m.m.c. (12, 30, 80) = 240
Resposta: 240 anos.
20. m.d.c. (90, 126) = 18
Resposta: 18 centímetros.
21. m.m.c. (15, 18) = 90
Assim, os dois ônibus partirão simultaneamente após 1 hora e 30 minutos.
Resposta: 9 horas e 30 minutos.
22. m.d.c. (165, 220, 275) = 55
Resposta: 55 moedas.
23. m.m.c. (15, 25, 40) = 600
600 minutos = 10 horas
Resposta: 10 horas.

24. m.m.c. (12, 15, 24) = 120
Assim, a quantidade de figurinhas separadas é múltiplo de 120: 0, 120, 240, 360, ...
Como sempre sobravam 7 figurinhas fora dos grupos e o total das figurinhas está compreendido entre 200 e 300, Caio tinha 247 figurinhas.
Assim: $2 + 4 + 7 = 13$.

Tratamento da informação p. 26

1. Ele mostra quantas pessoas desembarcaram no mês de abril de 2016, 2017 e 2018 em cada um dos três terminais rodoviários da cidade de São Paulo.
2. $800\,753 + 269\,627 + 192\,076 = 1\,262\,456$
3. O número de desembarques diminuiu ano a ano.
4. Para o terminal Barra Funda sim, mas para o terminal Jabaquara não, pois, para este terminal, o número de desembarques foi aumentando ano a ano.
5. Terminal Barra Funda;
 $285\,042 - 269\,627 = 15\,415$.
6. Resposta pessoal.
7. a) Ele mostra o número de chegadas de ônibus no mês de abril de 2016, 2017 e 2018 em cada um dos três terminais rodoviários da cidade de São Paulo.
b) $6\,802 + 12\,657 + 32\,648 = 52\,107$
c) Terminal Jabaquara;
 $6\,802 - 6\,064 = 738$.
d) Nota-se que, no terminal rodoviário Tietê, o número de chegadas de ônibus vem diminuindo ano a ano no mês de abril. No terminal rodoviário Barra Funda, esse número diminuiu de 2016 para 2017 e aumentou de 2017 para 2018. Já no terminal Jabaquara, esse número vem sempre aumentando.

Retomando o que aprendeu p. 28

1. $149\,598\,000 \text{ km} \times 29 = 4\,338\,342\,000 \text{ km}$
2. Quando $a = 1$ e b é um número primo.
3. a) Múltiplos de 6 maiores que 900 e menores que 1 010: 906, 912, 918, 924, 930, 936, 942, 948, 954, 960, 966, 972, 978, 984, 990, 996, 1 002, 1 008.
Assim, o maior múltiplo de 6 com três algarismos é o 996.
b) Os divisores de 1 728 são: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 48, 54, 64, 72, 96, 108, 144, 192, 216, 288, 432, 576, 864, 1 728.
Portanto, o menor divisor de 1 728 maior que 9 é o 12.
c) 0, 19, 38, 57, 76, 95, 114, 133, 152, 171, 190
d) 1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 33, 35, 55, 77, 105, 165, 231, 385, 1 155
4. Os múltiplos comuns de 4 e de 6 são múltiplos de 12. Alguns deles são: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192, 204, 216, ...
Assim, o maior múltiplo comum dos números 4 e 6 menor que 190 é o 180.
5. D (54) = 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54
D (72) = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
Portanto, o maior deles é o 18.
6. a) 14
b) 45
c) 84
d) 13
e) 72
7. a) 1 260
b) 1 125
c) 1 440

8. $x = 64 \times n \times 11$
 $y = 16 \times n \times 13$
 $\text{m.d.c.}(x, y) = 432$
Assim, o $\text{m.d.c.}(x, y) = 16 \times n = 432$.
Então, $n = 27$.

9. 1 024

10. Ser múltiplo de 8 e de 10 é ser múltiplo de 40. Assim, se havia menos de 60 idosos, então havia 40 idosos.

11. $1\text{h}10\text{min} = 70\text{ min}$
 $\text{m.m.c.}(40, 70) = 280$
Portanto, 280 minutos.
Resposta: Alternativa *b*.

12. $\text{m.m.c.}(12, 15) = 60$

Os 20 primeiros múltiplos de 60 são:
 $M(60) = 0, 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660, 720, 780, 840, 900, 960, 1\,020, 1\,080, 1\,140$

Assim, se o número de copos tem três algarismos e é maior que 900, o número de copos é 960.

13. $\text{m.m.c.}(12, 20) = 60$

Assim, a sequência será: 60, 81, 102, 123, 144.

14. $\text{m.m.c.}(4, 6, 8) = 24$

Ocorrerão eleições simultâneas para todos os cargos a cada 24 anos.

Assim, a próxima eleição simultânea será em $2009 + 24 = 2033$.

Resposta: Alternativa *b*.

15. O número de convidados é um múltiplo de $6 \times 7 = 42$. Assim, se a festa de aniversário de André tem menos de 120 convidados e há mais de 10 (mesas) \times 6 (convidados/ mesa) = 60 convidados, então são 84 convidados.

16. a) $\text{m.d.c.}(40, 36, 30) = 6$

Resposta: 6 minutos.

b) $\frac{6 \times 60}{40} = 9$

Resposta: 9 voltas completas.

DIVULGAÇÃO
PNLD 2020
FTD

O conjunto dos números inteiros

Pense e responda p. 32

- Internacional e Corinthians.
 - Fluminense, América-MG, Bahia e Ceará.
 - Os saldos positivos foram indicados com o sinal "+", e os saldos negativos, com o "-".
 - 10

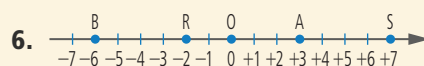
Atividades p. 35

- +25
 - 15
 - 2 500
 - 10
 - +1 600
 - +4
 - 5
 - 600
- 484
- O zero.
 - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.
 - 1, -2, -3 e -4.
 - Resposta pessoal.
- 400; negativo.
- 50 reais.
 - 1 700

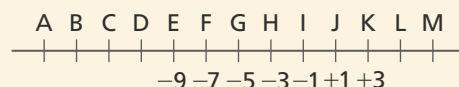
Atividades p. 38

- +4
 - 2
 - +6
 - +9
 - 5
- Cidade B: -200 km; cidade C: +600 km.

- 200 km
 - 500 km
 - 600 km
 - 300 km
 - 1 100 km
 - 900 km
- Avião A: -50 km; avião B: +150 km.
- O ponto S.
 - O ponto Q.



- Alternativa a.
- Seguindo a variação de temperatura indicada, temos as seguintes temperaturas em determinadas cidades:



Portanto, o ponto correspondente a 0°C está localizado entre os pontos I e J.

Alternativa c.

Atividades p. 40

- 5
 - 8
 - 3
 - 7
 - 7
 - 8
 - 5
 - 8
- $|+25| = 25$
 - $|-40| = 40$
- +20 e -20.
- 2, -1, 0, +1 e +2.
- +36
- $128 : 4 - 30 = 32 - 30 = 2$

O oposto ou simétrico desse número é o -2.

- 140 quilômetros.
 - 15 graus Celsius.
 - 110 metros.

Pense e responda p. 41

- Rio de Janeiro.
 - Montevideu.
 - Tóquio.
 - Londres.
 - Montevideu.
 - Rio de Janeiro.

- Oslo (Noruega).

Atividades p. 43

- $a > 0$
 - $b < 0$
 - $c > 0$
 - $0 > d$
 - $a > b$
 - $a > c$
 - $d < a$
 - $b < c$
 - $b > d$
- $0 < +9$
 - $+13 > 0$
 - $0 > -7$
 - $-20 < 0$
 - $+1 > -10$
 - $-25 < +9$
 - $+11 < +30$
 - $-11 > -30$
 - $-20 < +4$
 - $+20 > -4$
- Bonito.
- +12, +7, +1, -100, -160, -300, -500

5. a) +28
b) -21
c) +75
d) -96

6. a) +90
b) -100

7. a) -14, -11, 0, +12, +16
b) 0, -11, -14, -17, -30

8. a) $A = \{-19, -18, -17, -16, -15, -14, \dots\}$
b) $B = \{\dots, -13, -12, -11, -10, -9, -8\}$
c) $C = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2\}$

Desafio

9. a) Três.
b) Quatro.

Por toda parte p. 44

1. $-6,6^\circ\text{C} < -3^\circ\text{C} < 25^\circ\text{C} < 30^\circ\text{C}$
2. $-14^\circ\text{C} < -11^\circ\text{C}; -11^\circ\text{C} > -14^\circ\text{C}$

Pense e responda p. 46

1. 28°C
2. 5°C
3. -1°C
4. 38°C

Atividades p. 50

1. Lucro de 50 reais.
2. Zero.
3. Em -82 ou em 82 a.C.
4. Não.
5. a) +12
b) -92
c) -32
d) +17

- e) -10
f) -13
g) +18

6. a) -17
b) +9
c) +18
d) -26
e) -173
f) -8

7. a) 2º andar.
b) 1º andar.
c) Térreo.
d) 3º andar.

8. a) $31 - 27 = 4$
b) $-50 + 45 = -5$
c) $-20 - 11 = -31$
d) $47 + 23 = 70$
e) $-21 + 55 - 29 = 5$

9. a) 24
b) -10
c) 5
d) -8
e) -4
f) -51
g) 46
h) 29
i) -23
j) 34

10. O número que aparece em cada bloco corresponde à soma dos números dos blocos que o apoiam.

11. a) +23
b) Zero.
c) +1
d) -86
e) +115
f) -16

- g) +10
h) -37

12. $17 - 8 - 13 + 4 - 22 + 7 = +11$
Portanto, a distância era de 11 m.
Resposta: Alternativa b.

13. a) $8400 + 10200 - 15000 - 9500 + 8000 = +2100$
Resposta: +2 100 reais.
b) $2100 - 3000 = -900$
Resposta: -900 reais.

14. $1900 - 400 - 600 - 1300 = -400$
Caio deve depositar pelo menos 400 reais.

15. -37, -22 e +19, respectivamente.

16. a) +6
b) -8
c) -20
d) +18
e) +14

17. 11 km de altura em relação à superfície correspondem a 55 camadas de 200 m. Assim:
 $+25^\circ\text{C} - 1^\circ\text{C} \times 55 =$
 $= +25^\circ\text{C} - 55^\circ\text{C} = -30^\circ\text{C}$
Resposta: -30°C

Atividades p. 54

1. a) -25
b) +15
c) -43
d) -7
e) +63
f) +12
g) -37
h) -40
i) +104
j) +14
2. $A = (-11) - (-27) = -11 + 27 = +16$

$$B = (-27) - (-11) = -27 + 11 = -16$$

Resposta: $A \neq B$

3. $22^\circ\text{C} - (-9^\circ\text{C}) = 31^\circ\text{C}$

4. $14\text{ m} - (-63\text{ m}) = 77\text{ m}$

5. $310 - (-130) = 440$

Resposta: 440 pontos.

6. a) $11^\circ\text{C} - (-8^\circ\text{C}) = 19^\circ\text{C}$

b) $-7^\circ\text{C} - (-12^\circ\text{C}) = 5^\circ\text{C}$

c) $-2^\circ\text{C} - (-7^\circ\text{C}) = 5^\circ\text{C}$

d) $-6^\circ\text{C} - (-13^\circ\text{C}) = 7^\circ\text{C}$

e) $17^\circ\text{C} - (7^\circ\text{C}) = 10^\circ\text{C}$

7. $-496 - (-570) = 74$

Resposta: 74 anos.

8. a) $19 - 27 = -8$

b) $16 - 18 = -2$

Atividades p. 57

1. a) -9

b) $+11$

c) -13

d) $+21$

e) $3 + 2$

f) $+1 - 10$

g) $7 + 6 - 3$

h) $1 + 1 - 5$

i) $9 - 4 - 2$

j) $-1 - 1 + 4$

2. a) $+4$

b) -8

c) $+2$

d) -13

e) -2

3. a) $+23$

b) $+63$

c) -8

d) -18

4. a) Na sexta-feira $(+116)$.

b) Na quinta-feira $(+3)$.

c) Aumentou; 233.

5. a) $-150 + 300 - 120 + 220 = +250$

Resposta: +250 pontos.

b) $230 - 60 + 280 - 70 = +380$

Resposta: +380 pontos.

c) A dupla de Bia.

d) $380 - 250 = 130$

Resposta: 130 pontos.

6. a) $+90, -27, -40, 0, +32$ e -25 .

b) $-32, +60, +50, -19, -36$ e $+27$.

7. $7200 + 2500 - 230 + 1600 - 1100 = +9970$

8. a) $35 + [-21 - (-12 + 15)] = 35 + [-21 - (+3)] = 35 + [-24] = +11$

b) $-20 - [21 + (-20 - 16) + 11] = -20 - [21 + (-36) + 11] = -20 - [-4] = -16$

c) $20 - (16 + 17) - [15 - (18 - 23)] = 20 - (+33) - [15 - (-5)] = 20 - (+33) - [+20] = -33$

d) $-(-30) - [37 + (35 - 31 - 34) - 36] = -(-30) - [37 + (-30) - 36] = -(-30) - [-29] = +59$

9. a) Zero.

b) -2

c) $+3$

d) Zero.

10. a) $\frac{-10 + (-8)}{2} = \frac{-18}{2} = -9$

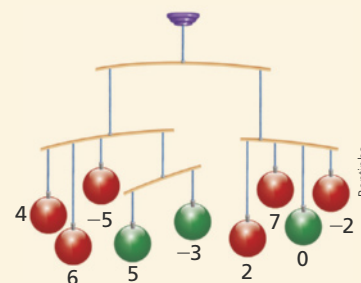
Resposta: -9°C .

b) $\frac{-8 + (-2)}{2} = \frac{-10}{2} = -5$

Resposta: -5°C .

Desafio

11. Uma resposta possível:



Soma dos números da parte

esquerda: $4 + 6 + (-5) + 5 +$

$$+ (-3) = 4 + 6 - 5 + 5 - 3 = 7$$

Soma dos números da parte direita:

$$2 + 7 + 0 + (-2) =$$

$$= 2 + 7 + 0 - 2 = 7$$

Atividades p. 63

1. a) -35

b) $+72$

c) $+30$

d) -99

e) -42

f) $+66$

2. a) -2

b) -5

c) $+3$

d) $+4$

3. a) $+216$

b) -350

c) $+245$

d) -960

4. $+18$

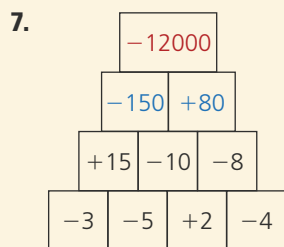
5. $x = (-10) \cdot [(+9) \cdot (-2)] = +180$

$$y = [(-10) \cdot (+9)] \cdot (-2) = +180$$

$$x = y$$

6. a) Em oito.

b) Em oito.



Resposta: -12 000.

Desafio

8. -2 e -3; +5 e -2.

Atividades p. 65

1. a) -3
b) +8
c) +1
d) -9
e) -1
f) +22
g) -5
h) Zero.
i) +15
j) -16
k) +4
l) -3
m) +6
n) -8
o) +5
p) -6
2. a) Negativo.
b) Zero.
c) Positivo.
d) Zero.
3. $x = (-16) : [(-4) : (-4)] =$
 $= (-16) : [+1] = -16$
 $y = [(-16) : (-4)] : (-4) =$
 $= [+4] : (-4) = -1$
 $x \neq y$
4. a) +40
b) -8
c) +30
d) Zero.

5. As divisões c, d e f.

6. Se o quociente exato é 1, temos $x = y$. Se o quociente exato é -1, x e y são números inteiros opostos.

7. • +2
• -2
• -2
• +2
• +200
• +20
• +20
• -20

8. $A = -25$
 $B = +57$
 $C = -41$
 a) -9
 b) +73
 c) -41

9. • $(-120) : (-10) = +12$
 • $(+96) : (-16) = -6$
 • $(+150) : (+15) = +10$
 • $(-60) : (+12) = -5$
 • $(+48) : (+24) = +2$
 • $(-200) : (-50) = +4$
 • $(+80) : (-8) = -10$
 • $(-121) : (+11) = -11$
 $12 - 6 + 10 - 5 + 2 +$
 $+ 4 - 10 - 11 = -4$

Pense e responda p. 66

1. a) +1
b) +1
c) +1
d) +1
e) +1
f) +1
g) +1
h) -1
i) +1
j) -1

- k) +1
l) -1

2. a) A potência é sempre um número inteiro positivo.
b) O sinal do resultado vai depender do sinal da base (não nula): base positiva, potência positiva; base negativa, potência negativa.

Atividades p. 68

1. Positivo.
2. Negativo.
3. a) +64
b) +64
c) +512
d) -512
e) +1
f) +1
g) -100
h) +1
i) -1
j) +1
k) +1
l) +1 000 000
4. a) $(-8)^{10}$
b) $(+2)^{12}$
c) $(-10)^3$
d) $(+9)^{20}$
e) $(-13)^6$
f) $(+7)^{12}$
g) $(+10)^{14}$
h) $(+20)^1$
5. a) +81 e +80
b) +16 e -16
c) +36 e +50
d) +25, -27 e +16.
e) -121 e +20.
f) +36, +4 e -1.
g) +28 e +25.

$$6. A = -(-2)^5 = +32$$

$$B = -(+2)^5 = -32$$

$$A - B = 32 - (-32) = +64$$

7. Negativo.

$$8. a = (-1)^{100} = +1$$

$$b = (+1)^{100} = +1$$

$$c = (-1)^{101} = -1$$

$$d = (+1)^{101} = +1$$

$$a + b + c + d =$$

$$= +1 + 1 - 1 + 1 = +2$$

$$9. a) x = (-2)^{10} + [-(2^{10})] + (-10)^3 =$$

$$= 1024 - 1024 - 1000 = -1000$$

$$b) x = -1^4 + (-2)^0 + (-10)^1 +$$

$$+ (+10)^1 = -1 + 1 - 10 + 10 = 0$$

O oposto inteiro de zero é ele mesmo.

Desafio

10. a) 16 cartões.
- b) Um cartão cujo resultado da operação é um número inteiro positivo.
- c) 9 em 16.

Atividades p. 69

- 5
 - 8
 - Não existe em \mathbb{Z} .
 - 1
- Os números $\sqrt{37}$ e $\sqrt{80}$ não são inteiros.
- 6
 - 8
 - 10
 - 7
 - 20
 - 30
 - 50
 - 12
- Não, pois não existe em \mathbb{Z} raiz quadrada de número negativo.

Atividades p. 71

- +1
 - 2
 - 5
 - Zero.
 - +39
 - +11
 - +46
 - 17
- +4
 - +6
 - +73
 - Zero.
 - 2
 - +4
 - 8
 - 19
- Alternativa e.
- $x = (+2)^{10} + (-2)^{10} - 2^{10} = 1024$
 $\sqrt{1024} = 32$
- $y = [(-1)^7 \cdot (+2)^3]^2 : (-4)^3$
 $y = [(-1) \cdot (8)]^2 : (-4)^3$
 $y = [-8]^2 : (-4)^3$
 $y = 64 : (-64)$
 $y = -1$
 $-y^2 = -(-1)^2 = -1$
- +11
 - 15
 - 11
 - 2
 - Zero.
 - 10
 - +21
 - 24
- +1
 - 1
 - 12
 - +68

- 100
 - +22
 - +41
 - 32
- Diferença 168.

- +11
- $x = \sqrt{81} : (4^2 - 5^2)$
 $x = 9 : (16 - 25)$
 $x = 9 : (-9)$
 $x = -1$
- $\sqrt{3600} : \sqrt{25} = 60 : 5 = 12$
- $A = (-7 - 4) \cdot$
 $\cdot (-9 + 2) - (-72 + 13) =$
 $= (-11) \cdot (-7) - (-59) =$
 $= 77 + 59 = 136$
 $B = (-5 - 5) + (-9 - 4 + 6) =$
 $= (-10) + (-7) = -17$
 $A : B = 136 : (-17) = -8$
 - $A = (-9 - 3) : (-1 + 7) =$
 $= (-12) : (+6) = -2$
 $B = [10 - (-4 - 3)] \cdot (-2)^3 =$
 $= [10 - (-7)] \cdot (-8) = [17] \cdot (-8) =$
 $= -136$
 $A - B = -2 - (-136) = 134$
 - $A = (-50) : (-5 - 5) \cdot (-5) =$
 $= (-50) : (-10) \cdot (-5) =$
 $= (5) \cdot (-5) = -25$
 $B = [(-8) : (+2) - 7 - (-1)] \cdot 5 =$
 $= [(-4) - 7 - (-1)] \cdot 5 =$
 $= [-10] \cdot 5 = -50$
 $(A - B)^2 = [-25 - (-50)]^2 = 625$

Tratamento da informação p. 72

- Na quarta-feira. 33 kg.
 - Na quinta-feira. 98 kg.
 - $27 + 18 + 33 + 11 + 23 + 19 = 131$.
Resposta: 131 kg.
 - Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.

Retomando o que aprendeu p. 74

- 12, -10, -7
Alternativa e.

2. $-3 - (-1) = -2$
O simétrico de -2 é 2.
Alternativa b.
3. $4^{\circ}\text{C} - (-2^{\circ}\text{C}) = 6^{\circ}\text{C}$
Alternativa c.
4. $(-1)^2 + (-1)^3 = 1 - 1 = 0$
Alternativa a.
5. 01. Falso.
02. Falso.
04. Verdadeiro.
08. Falso.
16. Falso.
32. Verdadeiro.
Soma: 36.
6. $(-3)^2 \cdot [-9 + (-3)^3] : (-3)^2 =$
 $= 9 \cdot [-36] : 9 = -36$
Alternativa a.
7. $(+3)^5 = 243$
 $(-7)^2 = 49$
 $-4^2 = -16$
 $(-2)^3 = -8$
 $(-1)^{10} = 1$
Alternativa b.
8. • $-2^4 = (-2)^4 \rightarrow$ falso
• $-2^3 = (-2)^3 \rightarrow$ verdadeiro
• $-2^0 = (-2)^0 \rightarrow$ falso

• $(+2)^6 = (-2)^6 \rightarrow$ verdadeiro
Alternativa c.

9. $2400 + 850 - 680 +$
 $+ 450 - 1720 - 750 = 550$
Alternativa c.

10. $236 - 51 - 400 + 1320 - 92 -$
 $813 - 45 - 184 - 90 + 352 -$
 $150 - 46 - 120 = -83$
Alternativa b.

11. $x = -(-3)^3 - (2^2)^3$
 $x = -(-27) - (4)^3$
 $x = 27 - 64$
 $x = -37$
 $y = (-2)^3 - (-3)^2 - (-5)^0 + (-2)^4$
 $y = -8 - 9 - 1 + 16$
 $y = -2$
 $x \cdot y = (-37) \cdot (-2) = 74$
Alternativa a.

12. $\frac{(-10)^3 - \sqrt{9} \cdot (10)^2 \cdot (-2)^2}{2} =$
 $= \frac{-1000 - 3 \cdot 100 \cdot 4}{2} =$
 $= \frac{-1000 - 1200}{2} =$
 $= \frac{-2200}{2} = -1100$

Alternativa d.

13.

$$x \cdot (-10)^2 = -500$$

$$x \cdot 100 = -500$$

$$x = -5$$

Alternativa b.

Desafio

14. Do enunciado:

$$X4YZ - XYZ4 = 288.$$

Montando a conta armada, vamos determinar cada algarismo.

$$Z - 4 = 8 \rightarrow Z = 8 + 4 \rightarrow Z = 12$$

Como Z tem apenas um algarismo, podemos afirmar que $Z = 2$. Ao realizar a subtração, a troca de uma dezena por 10 unidades será feita, obtendo as 12 unidades necessárias para o cálculo.

Com isso, como uma dezena de Y foi para as unidades, para realizar a subtração, consideramos $Y - 1$.

Assim:

$$(Y - 1) - Z = 8 \rightarrow Y - 1 - 2 = 8 \rightarrow$$

$$\rightarrow Y = 8 + 3 \rightarrow Y = 11.$$

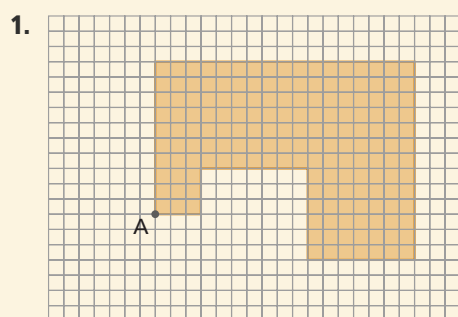
Como Y só admite um algarismo, podemos afirmar que $Y = 1$.

$$\text{Então, } Z - Y = 2 - 1 = 1.$$

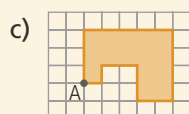
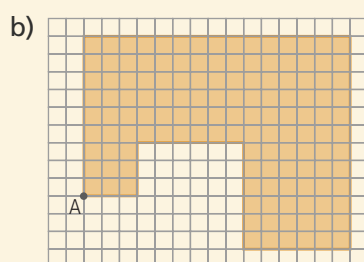
Alternativa c.

Transformações geométricas e simetria

Pense e responda p. 80



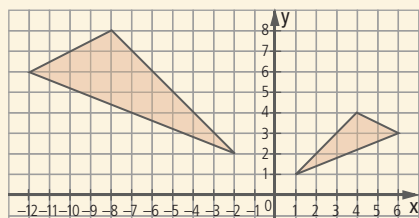
a) A partir do ponto A, para cima: 3, 5, 4, 2, 2, 1 e 1.



Atividades p. 82

1. a) (2, 3), (8, 3), (8, 6), (6, 4) e (4, 6).
b) Fator 2.

2. a) (-2, 2), (-12, 6) e (-8, 8).
b)

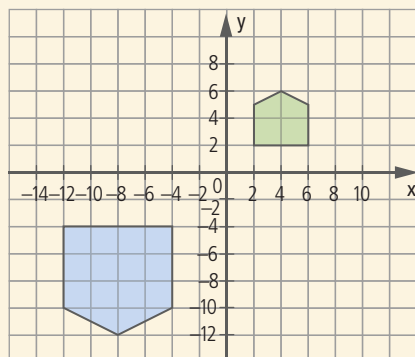


- c) Ele é uma ampliação de fator 2 do original, mas localizado no 2º quadrante do plano cartesiano.
3. a) Uma possível resposta: multiplicar por -1 apenas a coordenada do eixo vertical (y) de todos os pontos e, depois, por 2

todos os valores das coordenadas obtidas: (4, -2), (12, -2), (14, -8), (12, -14), (4, -14) e (2, -8).

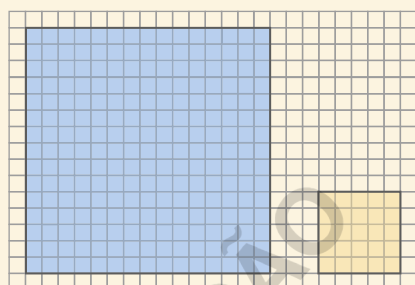
4. a) (-4, -4), (-12, -4), (-12, -10), (-8, -12) e (-4, -10).

b)



5. Multiplicar por -1 apenas a coordenada do eixo horizontal dos pontos do polígono.

6.



7. O retângulo B, que é uma redução do retângulo original, pois é o único que teve as medidas dos lados multiplicadas por um mesmo valor, ou seja, não sofreu deformação.

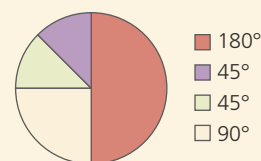
Por toda parte p. 83

1. Por 25.
2. Altura: 50 m; dimensões da base: 45 m por 22 m.
3. 225 mm por 85 mm por 59 mm.

Tratamento da informação p. 84

1. a) 180°
b) 50%
c) 90°
d) 25%
e) 45°
f) 12,5%

2. Uma possível resposta:

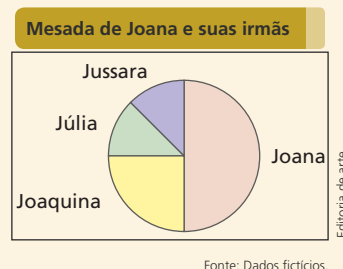


3. a) 4 dobras.
b) 22,5°
c) 6,25%

4.

Número de partes em que o círculo foi dividido	Medida do ângulo que cada parte representa	Percentual que cada setor representa
2	180°	50%
4	90°	25%
8	45°	12,5%
16	22,5° ou 22°30'	6,25%

5. Uma resposta possível:



Pense e responda p. 87

1. a) As duas figuras têm mesma forma e mesmo tamanho.
b) As duas figuras estão em posições opostas em relação à linha vermelha, viradas ao contrário uma em relação à outra e a uma mesma distância da linha.

Pense e responda p. 88

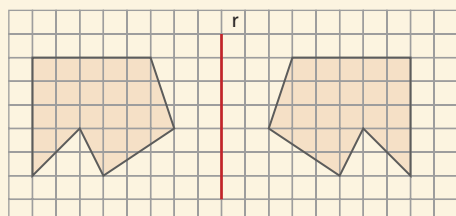
1. Todos os pontos da Figura 1 estão a cinco lados de quadradinho de distância de seu correspondente na Figura 3.

Pense e responda p. 89

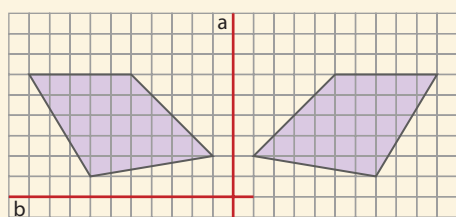
- Os dois segmentos têm a mesma medida.
 - A medida do comprimento de um segmento de reta é sempre igual quando comparada à do segmento formado pelo ponto correspondente e o ponto indicado pela tachinha.

Atividades p. 90

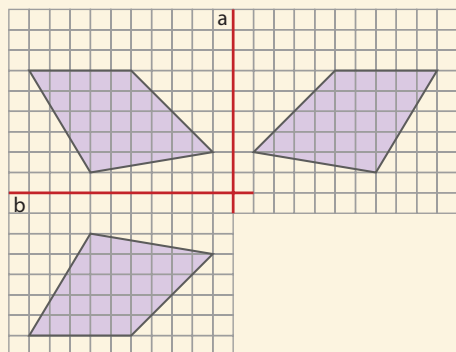
- As figuras A, C e E.
- 1
 - 4
 - 6
 - 0
 - 2
- II e III.
-



5. a)

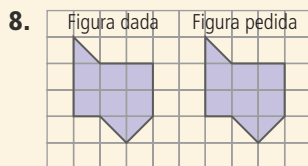


b)



6. I e III.

7. Resposta pessoal.



- 180° no sentido horário ou anti-horário.
 - Não, pois o ângulo de rotação entre essas figuras é de 120° no sentido anti-horário, considerando a figura 4 obtida como rotação da figura 2.
- É uma simetria de rotação com centro de rotação no ponto de encontro das nadadeiras desses dois peixes e um ângulo de rotação de 180° , no sentido horário ou no sentido anti-horário.

Tecnologias p. 92

Simetria de reflexão

- A distância entre um vértice e a reta, bem como a distância entre a reta e seu vértice correspondente, é igual.
- As medidas se alteram, mas é mantida a igualdade observada anteriormente.

Simetria de translação

- Todas as medidas são iguais.
- Resposta pessoal; o comprimento do vetor é igual à distância entre os vértices da primeira figura e seus correspondentes na segunda figura.
- A segunda imagem se movimenta na mesma direção do vetor; a relação permanece a mesma: o comprimento do vetor é igual à distância entre os vértices da primeira figura e seus correspondentes na segunda figura.

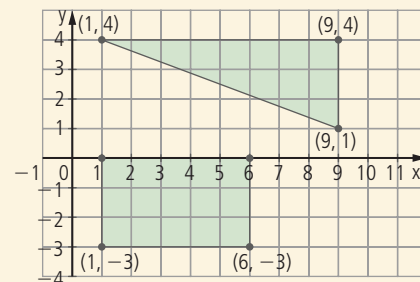
Simetria de rotação

- As duas medidas são iguais.

- Todos os ângulos formados possuem a mesma medida, a do ângulo de rotação.

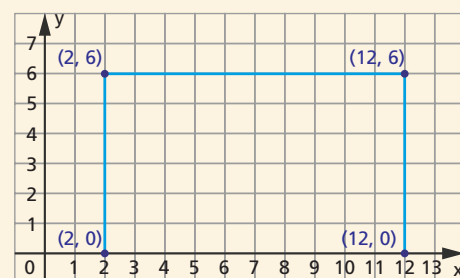
Retomando o que aprendeu p. 94

1. a)



- Multiplicar por -1 a coordenada do eixo vertical (y) de cada vértice.

c)



- Triângulo: $(1, -4)$, $(9, -4)$ e $(9, -1)$.
Retângulo: $(2, 6)$, $(12, 6)$, $(2, 0)$ e $(12, 0)$.

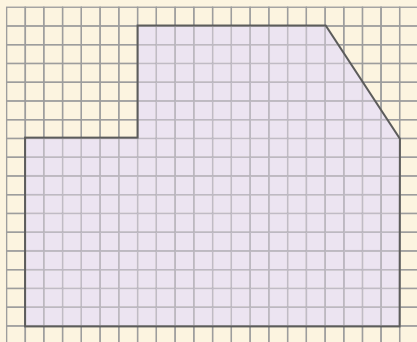
2. a) No 3º quadrante.

- O quadrado transformado fica desenhado no 1º quadrante com o dobro da medida do lado do quadrado original.

- O quadrado obtido ficará no 4º quadrante e seus lados terão a mesma medida dos lados do quadrado original. As coordenadas dos vértices serão: $(1, -1)$, $(1, -5)$, $(5, -1)$ e $(5, -5)$.

- O quadrado obtido ficará no 2º quadrante e seus lados terão a mesma medida dos lados do quadrado original. As coordenadas dos vértices serão: $(-1, 1)$, $(-1, 5)$, $(-5, 1)$ e $(-5, 5)$.

3. Uma resposta possível: Com fator de ampliação 2, temos a seguinte figura:

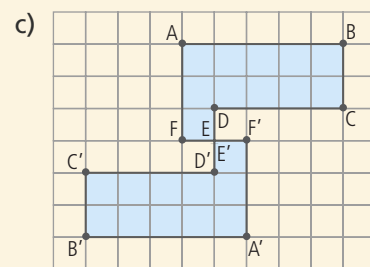
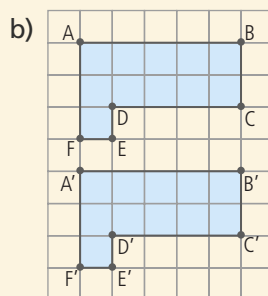
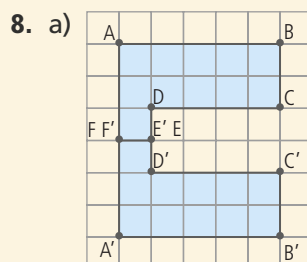


4. Alternativa *d*.
5. Como o polígono original está representado no 1º quadrante e a figura obtida está no 4º quadrante, podemos concluir que as coordenadas de todos os pontos do polígono original foram multiplicadas por um número negativo. Além disso, sabendo que os lados da figura obtida têm o dobro das medidas dos lados correspondentes do polígono

original, podemos concluir que esse número, ou fator, é -2 .

6. Uma translação na direção horizontal da direita para a esquerda de 15 cm de distância.

7. Reflexão em relação à superfície do lago.



Ilustrações: Vanessa Novais

9. Resposta pessoal.

Atualidades em foco p. 96

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.

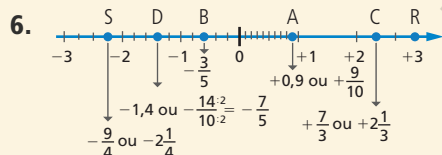
DIVULGAÇÃO
PNLD 2020
FTD

UNIDADE 4

O conjunto dos números racionais

Atividades p. 103

- 76, 1, 2, -1 e -2
 - $+\frac{1}{4}$ e $-\frac{8}{10}$
 - +1,4 e -1,8
- $+\frac{1}{6}$
 - $-\frac{4}{5}$
 - $-\frac{5}{6}$
- 3,25
 - 0,025
 - +0,15
- Naturais: nenhum;
inteiros não naturais: -4, -10,
 $-\frac{40}{5}$; racionais não inteiros:
-0,3 e $+\frac{4}{9}$.
- $S = -\frac{5}{3}$, $B = -\frac{1}{3}$,
 $C = +\frac{1}{3}$, $A = +\frac{2}{3}$,
 $R = +\frac{4}{3}$, $P = +\frac{5}{3}$,
 $M = +3$



- Alternativa d.

Atividades p. 105

- $+\frac{5}{24}$
 - 0,25
 - $+\frac{13}{60}$

- 0,92
- +16,20
- $-\frac{1}{12}$
- 1,95
- +0,16

- 9,3 °C
 - 6 °C
 - 9,2 °C
- 1,20
 - 0,50
 - +2,20
- $A = +4,75 + 7,21 + (-10,92) = +1,04$
- Resposta pessoal.
- +1
 - 0,74
 - 2,97

$$7. \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{5}{8}\right) = \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{21}{40}\right) = -\frac{7}{40}$$

Assim, o maior número inteiro

menor que $-\frac{7}{40}$ é o -1.

- $2,5 - [0,2 + (-3,7 + 5) - 1,4] = 2,5 - [0,2 + (1,3) - 1,4] = 2,5 - 0,1 = +2,4$
Assim, o menor número inteiro que é maior que 2,4 é o +3.

- Resposta possível: +0,9
 - Resposta possível: $-\frac{1}{3}$
 - $+\frac{3}{6}$
 - $-\frac{13}{2}$

Pense e responda p. 107

- 6 metades.
 - 5 metades.
 - $\frac{5}{2}$ ou $2\frac{1}{2}$

- 3; $\frac{5}{2}$
- 5 amigas.

Atividades p. 109

- No mapa da questão, tem-se $5\frac{1}{4}$ km/cm de mapa. Assim, 12 cm equivalem a $\left(5\frac{1}{4} \text{ km/cm}\right) \cdot 12 \text{ cm} = \left(\frac{21}{4} \text{ km/cm}\right) \cdot 12 \text{ cm} = 63 \text{ km}$
- $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$
- $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{4}{21}$
 - $-\frac{8}{5} \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) = \frac{1}{3}$
 - $-\frac{8}{8^2} \cdot -\frac{4}{45^5} = -\frac{1}{10}$
 - $+11,25 \cdot \left(+\frac{8}{9}\right) = \frac{45^5}{4} \cdot \left(+\frac{8^2}{9}\right) = 10$
- $a = -\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{2}$ e
 $b = -\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{7} = -\frac{1}{2}$.
 Assim, $a + b = 0$.
- $\left(1\frac{1}{2}\right) \cdot \left(2\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{2}\right) = \frac{15}{4}$ ou $3\frac{3}{4}$ de xícara de chá.

Pense e responda p. 111

- 1
 - Os dois fatores são frações cujo numerador de uma é igual ao denominador da outra e vice-versa.
- 2 vezes.
 - 3 vezes.
 - 4 vezes.

Atividades p. 114

1. Quanto é:

a) $3 \cdot (-0,96) = -2,88$

b) $\frac{0,065}{2} = +0,0325$

c) $-\frac{1,8}{5} = -0,36$

2. $\frac{4}{15}$

3. a) $5 : \frac{1}{4} = 5 \cdot 4 = 20$

b) $\frac{5}{8} : 2 = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$

c) $1 : \frac{4}{11} = 1 \cdot \frac{11}{4} = \frac{11}{4}$

d) Zero.

4. a) 7

b) 20

5. 4 copos.

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

6. a) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} + \frac{1}{2} =$
 $= \frac{5}{6} + \frac{1}{2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{5}{8} : \frac{5}{4} = \frac{1}{2} - \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{5} =$
 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

7. a) $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{6} \cdot 7 = \frac{7}{6}$

b) $\frac{\frac{4}{1}}{\frac{1}{5}} = 4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

c) $\frac{\frac{10}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{10}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{15}{4}$

d) $\frac{\frac{7}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{8}$

8. a) $\left(-\frac{4}{6}\right) : \left(-\frac{6}{4}\right) =$
 $= \left(-\frac{4}{6}\right) \cdot \left(-\frac{4}{6}\right) = \frac{4}{9}$

b) $(+0,12) + (-0,08) - (-0,7) =$
 $= 0,74$

c) $(-1,4) \cdot (+0,2) = -0,28$

d) $\left(+\frac{8}{4}\right) : (0,5) = \left(+\frac{8}{4}\right) \cdot 2 = 4$

9. 11 aventais.

$$5\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = \frac{11}{2} \cdot 2 = 11$$

10. a) +8

b) -0,75

c) +4,3

d) +1,5

e) -0,6

f) +15,2

g) -6

h) +3,6

11. $x = (+15) : (-12,5) =$

$$= (+15) : \left(-\frac{25}{2}\right) =$$

 $= (+15) : \left(-\frac{2}{25}\right) = -\frac{6}{5} = -1,2$

a) $3x = 3 \cdot (-1,2) = -3,6$

b) $\frac{x}{2} = \frac{-1,2}{2} = -0,6$

12. $\frac{2,7\%}{2} = 1,35\%$

13. $2 - (+0,8) : (+0,5) = 0,4$

a) 0,4

b) $0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

14. $A = (+0,4) : (-0,02) - 9 \cdot (-1,8) \rightarrow$
 $\rightarrow A = -20 + 16,2 = -3,8$

15. a) $\left(-\frac{4}{5}\right) : \left(+\frac{8}{5}\right) - (+2) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) =$
 $= \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(+\frac{5}{8}\right) - (+2) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) =$
 $= \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = +2$

b) $(-1,44) : (-2,4) + (+0,18) :$
 $: (-1,2) = +0,6 - 0,15 = +0,45$

c) $\left(+\frac{8}{5}\right) : (-4) - 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) =$
 $= \left(+\frac{8}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) =$
 $= -\frac{2}{5} + \frac{3}{2} = +\frac{11}{10}$

16. A melhor opção é a embalagem C.

Comprando a embalagem A, deve-se comprar 2 embalagens. Entretanto, devido à validade, 2 unidades serão descartadas. Assim, considerando 10 unidades, o preço de cada unidade será R\$ 1,188.

$$\frac{5,94 + 5,94}{10} = 1,188$$

Comprando a embalagem B, o preço de cada unidade será R\$ 1,10.

$$\frac{8,80}{8} = 1,10$$

Comprando a embalagem C, o preço de cada unidade será R\$ 1,05.

$$\frac{10,50}{10} = 1,05$$

17. Seja S o salário de Marcos. Assim:

$$S = \frac{3}{7}S + \frac{\left(1 - \frac{3}{7}\right)S}{2} + 376 \rightarrow$$

$$\rightarrow S = \frac{3}{7}S + \frac{4S}{14} + 376 \rightarrow$$

$$\rightarrow S - \frac{3}{7}S - \frac{4S}{14} = 376 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{4S}{14} = 376 \rightarrow S = 1316$$

Portanto, o salário de Marcos será de R\$ 1 316,00.

18. Depois de pagar as cópias coloridas, sobrou: R\$ 10,00 - 2 · R\$ 3,60 = R\$ 2,80.

Número de cópias simples que poderão ser pagas:

$$\frac{\text{R\$ } 2,80}{\text{R\$ } 0,15} = 18,666$$

Alternativa d.

Pense e responda p. 117

- $10^2 \cdot 10^{-3} = 10^{-1}$
 - $\frac{10^2}{10^3} = \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{10}$
 - $10^{-1} = \frac{1}{10}$
- $\frac{10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$
 - $10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{-2} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

Atividades p. 118

- $\left(-\frac{1}{10}\right)^2 = +\frac{1}{100}$
 - $\left(-\frac{5}{12}\right)^0 = 1$
 - $(+0,5)^3 = +0,125$
 - $(-3,6)^2 = +12,96$
 - $(+6,4)^2 = +40,96$
 - $(+7,6)^0 = +1$
- $(+2,4)^3 \cdot (+2,4)^6 = (+2,4)^9$
 - $\left(+\frac{2}{3}\right)^9 : \left(+\frac{2}{3}\right)^5 = \left(+\frac{2}{3}\right)^4$
 - $[(-1,5)^3]^3 = (-1,5)^9$
 - $(-0,1)^{11} : (-0,1)^8 = (-0,1)^3$
 - $\left(+\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(+\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(+\frac{1}{6}\right) = \left(+\frac{1}{6}\right)^7$
- $\left(-\frac{7}{9}\right) : \left(-\frac{7}{6}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right)^2 = \left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) - \left(\frac{25}{36}\right) = \left(+\frac{6}{9}\right) - \left(\frac{25}{36}\right) = -\frac{1}{36}$
 - $(-2)^3 - (-0,5)^3 = -7,875$
 - $(-2)^2 - (-0,5)^2 = +3,75$
- $A = (+0,8) : (-0,2)^2 + (-2,7) : (-0,3)^2 = (+0,8) : (0,04) + (-2,7) : (0,09) = 20 - 30 = -10$
- $x = 3^{-1} = \frac{1}{3}$
 $y = 6^{-1} = \frac{1}{6}$
 $z = 9^{-1} = \frac{1}{9}$
 $y + z - x = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{3}{18} + \frac{2}{18} - \frac{6}{18} = -\frac{1}{18}$
- $3^{-2} = \frac{1}{9}$
 - $\left(+\frac{2}{7}\right)^{-1} = +\frac{7}{2}$
 - $(-5)^{-1} = -\frac{1}{5}$
 - $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000}$
 - $\left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = +\frac{4}{25}$
 - $20^{-2} = \frac{1}{20^2} = \frac{1}{400}$
- $0,001 = 10^{-3}$
 - $0,000001 = 10^{-6}$
 - $0,01 = 10^{-2}$
 - $0,0000001 = 10^{-7}$
- $a = 2^{-5}$
 $b = 4^{-3} = 2^{-6}$
 $\frac{a}{b} = \frac{2^{-5}}{2^{-6}} = 2$
- $10^{-4} = 0,0001$
 - $\left(+\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(+\frac{2}{5}\right)^2 = +\frac{4}{25} = +0,16$
- $\left(1 - \frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 3^4 = +81$
 - $\left(\frac{5}{4} - 1\right)^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 4^3 = +64$
- $A = 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3} = 0,1 + 0,01 + 0,001 = 0,111$

Por toda parte p. 119

1.

Número de medalhas			
Medalha \ País	Ouro	Prata	Bronze
Brasil	17	12	7
Colômbia	9	12	9
Argentina	6	3	5

Brasil: $\frac{1}{3}$, Colômbia: $\frac{2}{5}$,

Argentina: $\frac{3}{14}$, $\frac{1}{2}$.

Atividades p. 122

- $\sqrt{36} = 6$
 - $\sqrt{0,49} = 0,7$
 - $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$
- 48
 - 26
 - 42
 - 50
 - 60
 - 33
 - 81
 - 72
- 10, pois $10 \cdot 10 = 100$.
 - 11, pois $11 \cdot 11 = 121$.
 - $\frac{1}{4}$, pois $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$.
 - 0,04, pois $0,04 \cdot 0,04 = 0,0016$.
 - 5, pois $5 \cdot 5 = 25$.
 - $\frac{6}{7}$, pois $\frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} = \frac{36}{49}$.
- $a = \sqrt{\frac{121}{196}} = \sqrt{\frac{11^2}{14^2}} = \frac{11}{14}$
- $x = \sqrt{\frac{64}{225}} \rightarrow x = \frac{8}{15}$

6. a) $\frac{4}{3}$

b) 0,5

c) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{7}{10}$

f) 1,4

7. a) $\sqrt{441} + \sqrt{256} - \sqrt{900} = 21 + 16 - 30 = 7$

b) $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{16}{9}} - \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{1}{2} + \frac{4}{3} - \frac{5}{6} = 1$

8. a) 3,5

b) 3,6

c) 5,5

d) 5,4

e) 0,28

f) 0,32

g) 0,27

h) 0,18

9. Alternativa e.

$$\sqrt{0,0064} = \sqrt{\frac{64}{10000}} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

10. $\sqrt{a^{10} \cdot b^4} = a^5 \cdot b^2$

11. $x = \sqrt{\frac{1,69}{1,44}} x = \frac{1,3}{1,2} = \frac{13}{12}$

$$y = \sqrt{\frac{0,81}{0,04}} y = \frac{0,9}{0,2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{13}{12} \cdot \frac{2}{9} = \frac{13}{54}$$

12. a) Falsa.

b) Falsa.

c) Verdadeira.

Educação financeira p. 123

1. a) $\frac{R\$ 3,30}{3} = R\$ 1,10$

b) $\frac{R\$ 4,70}{5} = R\$ 0,94$

c) $5 \cdot R\$ 1,10 = R\$ 5,50$

2. Resposta pessoal.

Atividades p. 125

1. $M = \frac{-32 - 53 - 45 + 25 + 60}{5} =$

$$\frac{-45}{5} = -9$$

2. $M = \frac{125 + 127 + 130 + 123 +$

$$+131 + 126}{6} = \frac{762}{6} = 127$$

A altura média dessas seis meninas é 127 cm.

3. a) Caio: $M = \frac{14 + 15 + 16}{3}$

$$M = \frac{45}{3} = 15$$

Lucca: $M = \frac{8 + 16 + 18}{3}$

$$M = \frac{42}{3} = 14$$

4. 57 centavos.

$$M = \frac{8 \times R\$ 0,50 + 2 \times R\$ 0,85}{10} =$$

$$= \frac{R\$ 5,70}{10} = R\$ 0,57$$

5. Aproximadamente 23 anos.

$$M = \frac{3 \times 20 + 2 \times 26 + 4 \times 23}{12}$$

$$+ \frac{21 + 25 + 27}{12} = \frac{277}{12} = 23,08$$

6. O preço médio desses aparelhos é de R\$ 28,80.

$$M = \frac{1800 \times 30 + 1200 \times 27}{3000} =$$

$$= \frac{86400}{3000} = 28,8$$

7. $S = 200 + 8t$

Em janeiro: $S = 200 + 8 \cdot 0$

$$S = 200 + 0 = 200$$

Em fevereiro: $S = 200 + 8 \cdot 1$

$$S = 200 + 8 = 208$$

Fazendo os demais cálculos, veremos que, em novembro, o saldo será de:

$$S = 200 + 8 \cdot 10$$

$S = 200 + 80 = 280$ (Não é suficiente.)

Em dezembro, o saldo será de:

$$S = 200 + 8 \cdot 11$$

$$S = 200 + 88 = 288 \text{ (É suficiente.)}$$

Tratamento da informação p. 126

1. Mato Grosso, Bahia, Pernambuco, Ceará, Rio Grande do Sul, Paraná, Minas Gerais e Goiás.

2. Rio de Janeiro, Santa Catarina, Espírito Santo, São Paulo, Pará e Amazonas.

3. Mato Grosso, 3,0%.

4. Amazonas, -5,3%.

5. 8,3%

$$[3\% - (-5,3\%)] = 8,3\%$$

6. a) Transportes, serviços auxiliares aos transportes e correio e outros serviços.

b) Serviços profissionais, administrativos e complementares.

c) Resposta pessoal.

d) 1,9%

$$\frac{5,0 + (-1,1) + (-0,3) + 4,6 + 1,3}{5} = 1,9$$

Retomando o que aprendeu p. 128

1. $-1,5 \text{ m} - (-6,35 \text{ m}) = 4,85 \text{ m}$

Alternativa d.

2. a) $+\frac{1}{2}$

b) $-\frac{3}{2}$ ou $-1\frac{1}{2}$.

c) Ponto D.

d) Ponto E.

3. $\frac{2}{3} \text{ jarra} = 1 \text{ L} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ jarra} = 0,5 \text{ L}$

Assim, cabem na jarra $1 \text{ L} + 0,5 \text{ L} = 1,5 \text{ L}$ de água.

4. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

5. $-\frac{7}{4}$; inverso de $-\frac{4}{7}$.

6. a) $+\frac{7}{2}$

b) $-22,40$

c) $-\frac{3}{14}$

d) $-\frac{1}{6}$

e) $+3,993$

f) $-1,624$

7. $\left(-\frac{3}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right) = \left(-\frac{7}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{8}$

Alternativa c.

8. a) $\frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) + 2 \cdot \left(+\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{5}{9}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{18}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{10}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{2}{10}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{30}$

c) $(-0,28) \cdot (+1,5) - (+0,7) \cdot (-0,72) = (-0,42) - (-0,504) = +0,084$

d) $0,625 - (+0,84) \cdot (+0,6) = 0,625 - (+0,504) = +0,121$

9. $\frac{2,5}{4} = 0,625$

Alternativa a.

10. $0,25 + 0,19 : (4 - 0,8 : 0,5 - 0,5) = 0,25 + 0,19 : (4 - 1,6 - 0,5) = 0,25 + 0,19 : (1,9) = 0,25 + 0,1 = 0,35$

Alternativa e.

11. $\frac{1}{6} = \frac{1}{36} = \frac{7}{36}$

Alternativa c.

12. $\frac{2^{32} \cdot 3^{16}}{8} = \frac{2^{32} \cdot 3^{16}}{2^3} = 2^{29} \cdot 3^{16}$

Alternativa d.

13. $M = \frac{3 \cdot 12 + 18 \cdot 13 + 9 \cdot 14}{30} = \frac{396}{30} = 13,2$

Alternativa c.

Linguagem algébrica e equações

Pense e responda p. 132

1. a) A sequência I.
b) Pode-se concluir que o resultado obtido é sempre o mesmo; cada termo é o dobro do termo anterior.
c) Mesmo tipo da sequência II.

Atividades p. 134

1. a) 2 e zero, respectivamente.
b) Zero.
c) 1

2. a) Não recursiva.
b) Recursiva.
c) Recursiva.

3. a) 15

$$\begin{aligned} T_1 &= 1 \\ T_2 &= 1 + 2 = 3 \\ T_3 &= 3 + 2 = 5 \\ T_4 &= 5 + 2 = 7 \\ T_5 &= 7 + 2 = 9 \\ T_6 &= 9 + 2 = 11 \\ T_7 &= 11 + 2 = 13 \\ T_8 &= 13 + 2 = 15 \end{aligned}$$

- b) 64

$$\begin{aligned} T_1 &= n^2 = 1^2 = 1 \\ T_2 &= n^2 = 2^2 = 4 \\ T_3 &= n^2 = 3^2 = 9 \\ T_4 &= n^2 = 4^2 = 16 \\ T_5 &= n^2 = 5^2 = 25 \\ T_6 &= n^2 = 6^2 = 36 \\ T_7 &= n^2 = 7^2 = 49 \\ T_8 &= n^2 = 8^2 = 64 \end{aligned}$$

- c) 56

$$\begin{aligned} T_1 &= 1 \cdot (1 - 1) = 0 \\ T_2 &= 2 \cdot (2 - 1) = 2 \\ T_3 &= 3 \cdot (3 - 1) = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_4 &= 4 \cdot (4 - 1) = 12 \\ T_5 &= 5 \cdot (5 - 1) = 20 \\ T_6 &= 6 \cdot (6 - 1) = 30 \\ T_7 &= 7 \cdot (7 - 1) = 42 \\ T_8 &= 8 \cdot (8 - 1) = 56 \end{aligned}$$

4. a) 19
b) 8; 12
c) 1; 16; 49
d) 6
5. a) 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17
b) -2, 4, -8, 16, -32, 64, -128, 256, -512, 1024
c) 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10, -12, -14, -16
d) 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31

$$\begin{aligned} 6. \quad T_1 &= 2 \text{ e } T_n = 2n + 12 \cdot (n - 1) \\ T_n &= 2n + 12 \cdot (n - 1) = \\ &= 2 \cdot 5 + 12 \cdot (5 - 1) = \\ &= 2 \cdot 5 + 12 \cdot 4 = 10 + 48 = 58 \end{aligned}$$

7. a) Possível lei: $T_1 = 7$ e $T_n = T_{n-1} + 4$; 39 e 43.
b) Possível lei: $T_n = 3 \cdot n$; 30 e 33.
c) Possível lei: $T_1 = 3$ e $T_n = T_{n-1} + n$; 38 e 47.

Atividades p. 138

1. a) 1º membro: $6^2 - 5$; 2º membro: 31.
b) 1º membro: $3^3 + 3^2$; 2º membro: $2^5 + 2^2$.
2. Sim; propriedade simétrica.
3. a) $x = -10$
b) Propriedade transitiva.

4. $x = a - b$
5. 2 + 10 ou 12.

$$6. (27) \cdot \frac{1}{3} \text{ ou } 9.$$

$$7. x = -5$$

$$8. x = 7$$

Pense e responda p. 139

1. a) 20 anos.
b) 35 anos.
c) $(10 + x)$ anos.
2. a) 56 kg
b) 41 kg
c) $(46 + x)$ kg
d) $(46 - y)$ kg

Atividades p. 141

1. Embora elas sejam igualdades, não apresentam número desconhecido.

$$2. \quad x + 5 = 12; x - 5 = 2; x = -10; 10x = 1$$

3. a) Uma: x .

$$b) \text{ Duas: } x, y.$$

$$4. a) 2x = 20$$

$$b) z + 82 = 150$$

$$c) 100 - x = 36$$

$$d) \frac{1}{2}x = 25 \text{ ou } \frac{x}{2} = 25.$$

$$5. a) 3t + 40 = 61$$

$$b) 2y - 20 = 160$$

$$c) \frac{x}{2} + x = 96$$

$$d) 5x = 3x + 62$$

$$6. x + 5 = 37$$

$$7. x - 23 = 2 \text{ ou } x - 2 = 23.$$

$$\begin{aligned} 8. \text{ Seja } x \text{ o custo do parque. Temos:} \\ 850 &= x + 3 \cdot 250 \\ 850 &= x + 750 \\ \text{Alternativa } d. \end{aligned}$$

$$9. x + 3x = 68$$

$$10. 2x + 2 \cdot (x + 10) = 80$$

Pense e responda p. 142

$$1. 3x + 6 = 21 \rightarrow x = 5$$

$$2. \frac{x}{2} + 2x = 20 \rightarrow x = 8$$

3. Resposta pessoal.

Atividades p. 144

- a) 7
b) -9
c) $\frac{3}{8}$
d) Não tem raiz em \mathbb{N} .
e) 13
- a) Sim.
b) Sim.
c) Não.
d) Sim.
- $2x - \frac{1}{2} = 3x - \frac{2}{3}$
 $2x - 3x = -\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$
 $-x = -\frac{1}{6}$
 $x = \frac{1}{6}$
- Sim.
- 2 e 3.
 $2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 0$
 $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$

Por toda parte p. 145

- a) Uma possível resposta:
Chamando de x a distância de Boa Vista a Brasília, temos:
 $x - 209 = 4066$.
b) Uma possível resposta:
Chamando de x a população de Goiânia em 2000, temos:
 $x - 96210 = 996797$.
c) Resposta pessoal.

Atividades p. 149

- a) Sim.
b) Sim.
c) Não.
d) Sim.
e) Não.
f) Sim.

- a) $x = 3$
b) $x = 11$
c) $x = -2$
d) $x = 1$
e) $x = 1$
f) $x = \frac{7}{3}$
g) $x = 3$
h) $x = \frac{6}{5}$
- (a, b); (c, e); (d, f).
- $120 - x = 80$
- Alternativas a e d.

Atividades p. 153

- a) 1
b) 4
c) $-\frac{3}{2}$
d) 5
e) 3
f) -1
g) -6
h) 4
i) 8
j) -4
k) -2
- $3x - 5 = 4$ e $5x - 7 = 8$.
- $2x + 12 = 110 - 5x$
 $2x + 5x = 110 - 12$
 $7x = 98$
 $x = 14$

- $112 + 7x - 262 = 5x$
 $7x - 5x = 262 - 112$
 $2x = 150$
 $x = 75$
Ano de falecimento:
 $1846 + 75 = 1921$

- Como todas as sentenças são incorretas, Thaís ganhou 30 balas.

- Resposta pessoal.
- $7 \cdot (2x - 50) - 4x =$
 $= 10 \cdot (51,9 - 0,1x) \rightarrow$
 $\rightarrow 14x - 350 - 4x = 519 - x \rightarrow$
 $\rightarrow 11x = 869 \rightarrow x = 79$
Portanto, Júlio César morreu com 79 anos.
- a) $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{5} + \frac{1}{4} \rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{5} =$
 $= \frac{1}{4} - 1 \rightarrow \frac{3x}{10} = -\frac{3}{4} \rightarrow x = -\frac{5}{2}$
b) $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = x - 100 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{x}{4} + \frac{x}{3} - x = -100 \rightarrow -\frac{5x}{12} =$
 $= -100 \rightarrow x = 240$
c) $\frac{2x}{3} + \frac{5x}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{9x}{6} =$
 $= \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{3}$
d) $\frac{x}{5} = 21 - \frac{x}{2} \rightarrow \frac{x}{5} + \frac{x}{2} = 21 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{7x}{10} = 21 \rightarrow x = 30$
e) $\frac{4}{5} + \frac{3x}{4} = \frac{1}{10} + x \rightarrow \frac{3x}{4} - x =$
 $= \frac{1}{10} - \frac{4}{5} \rightarrow -\frac{x}{4} = -\frac{7}{10} \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{14}{5}$
f) $\frac{1}{6} - \frac{x}{2} = -\frac{2x}{3} + \frac{1}{4} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{2x}{3} - \frac{x}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{x}{6} = \frac{1}{12} \rightarrow x = \frac{1}{2}$
- $\frac{x}{2} + \frac{2}{5} = 1 - \frac{3x}{4} \rightarrow \frac{x}{2} + \frac{3x}{4} =$
 $= 1 - \frac{2}{5} \rightarrow \frac{5x}{4} = \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{12}{25}$
- Entre os números inteiros 3 e 4.
 $x - \frac{x}{7} = 3 \rightarrow \frac{6x}{7} = 3 \rightarrow x = \frac{7}{2}$
- a) $S = \{8\}$
 $x - 4 - \frac{x+4}{3} = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x - 12 - x - 4 = 0 \rightarrow x = 8$

$$b) S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$\frac{4x}{3} - \frac{3}{2} = \frac{x-3}{3} \rightarrow \frac{8x}{6} - \frac{9}{6} = \frac{2(x-3)}{6} \rightarrow 8x - 9 = 2x - 6 \rightarrow \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$c) S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$$\frac{3-x}{8} = \frac{x+1}{4} \rightarrow 3-x = 2x+2 \rightarrow \rightarrow -3x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

12. 18

$$\frac{x-1}{6} - \frac{x-2}{9} = \frac{1}{2} \rightarrow \rightarrow \frac{3(x-1)}{18} - \frac{2(x-2)}{18} = \frac{9}{18} \rightarrow \rightarrow 3x-3-2x+4=9 \rightarrow x=8$$

$$\frac{2y}{3} + \frac{y-2}{6} = 8 \rightarrow \frac{4y}{6} + \frac{y-2}{6} = 8 \rightarrow \rightarrow \frac{4y}{6} + \frac{y-2}{6} = 8 \rightarrow \rightarrow 4y+y-2=48 \rightarrow \rightarrow 5y=50 \rightarrow y=10$$

$$\text{Assim: } x+y=8+10=18$$

13. $\frac{2x-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3x+1}{6} + \frac{x}{3} \rightarrow \rightarrow \frac{3(2x-1)}{12} + \frac{6}{12} = \frac{2(3x+1)}{12} + \frac{4x}{12} \rightarrow 6x-3+6=2x+2+4x \rightarrow x=\frac{1}{4}$

14. Entre os números inteiros 0 e 1.

$$2-x = \frac{2(x+1)}{3} \rightarrow 6-3x=2x+2 \rightarrow x=\frac{4}{5}$$

15. a) $\frac{x-2}{8} = \frac{x-4}{3} - 1 \rightarrow \frac{3(x-2)}{24} = \frac{8(x-4)}{24} - \frac{24}{24} \rightarrow 3x-6=8x-32-24 \rightarrow x=10$

b) 100

c) 1, 2, 5 e 10.

16. $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 88 \rightarrow x=96$

17. a) $x = \frac{5}{4}c + 7 \rightarrow \rightarrow x = \frac{5}{4} \cdot 22 + 7 \rightarrow x = 34,5$
Assim, $n = 35$.

b) $x = \frac{5}{4}c + 7 \rightarrow 38 = \frac{5}{4}c + 7 \rightarrow \rightarrow \frac{5}{4}c = 31 \rightarrow c = 24,8 \text{ cm}$

Para quem quer mais p. 155

Resposta pessoal.

Atividades p. 159

1. 22 alunos.

$$6+2+x=30 \rightarrow x=22$$

2. Guilherme: 92 e Tiago: 72.

Seja x a quantidade de figurinhas de Tiago. Assim, Guilherme terá $x+20$.
 $x+x+20=164 \rightarrow x=72$

3. 265 pessoas.

Seja x o número de pessoas atendidas nos outros meses.
 $180+160+4x=1400 \rightarrow x=265$

4. 0,45 m

Seja x o comprimento da tábua maior.
 $x + \frac{3x}{5} = 120 \rightarrow x = 75$, ou seja, 75 cm.
Comprimento da menor parte:
 $\frac{3x}{5} = \frac{3 \cdot 75}{5} = 45$, ou seja, 45 cm ou 0,45 m.

5. 3 120 pessoas.

Seja x o total de entrevistados.
 $x = \frac{x}{3} + \frac{2x}{5} + 832 \rightarrow x = 3\,120$

6. 14 000 eleitores.

Seja x o total de entrevistados.
 $x = 0,5 \cdot x + 0,40 \cdot x + 3\,500 \rightarrow \rightarrow x = 14\,000$

7. 6 000 L

Seja x a capacidade do reservatório.
 $x = \frac{x}{3} + \frac{3x}{5} + 400 \rightarrow \frac{x}{15} = 400 \rightarrow \rightarrow x = 6\,000$

8. 30 pérolas.

Seja x o número de pérolas.
 $x = \frac{x}{6} + \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + \frac{x}{10} + 6 \rightarrow \rightarrow \frac{6x}{30} = 6 \rightarrow x = 30$

9. São 15 abelhas.

Seja x o número de abelhas.

$$x = \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5}\right) + 1 \rightarrow \rightarrow x = \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + x - \frac{3x}{5} + 1 \rightarrow \rightarrow \frac{x}{15} = 1 \rightarrow x = 15$$

Tratamento da informação p. 160

1. a) 1920

b) De 1960 a 1999.

c) 16% ($54\% - 38\% = 16\%$)

d) Resposta pessoal.

2.

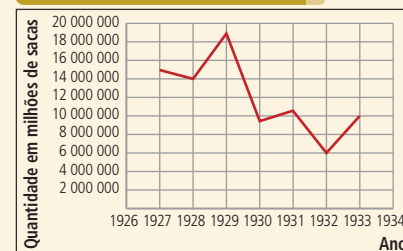
Exportação de café pelo Brasil

Ano	Quantidade (em arrobas)	Quantidade (em sacas)
1927	60 milhões	15 milhões
1928	55 milhões	13,75 milhões
1929	77 milhões	19,25 milhões
1930	37 milhões	9,25 milhões
1931	43 milhões	10,75 milhões
1932	24 milhões	6 milhões
1933	40 milhões	10 milhões

Fontes: Iapar (Instituto Agrônomo do Paraná), ICC (Conselho Internacional do Café) e DNC (Departamento Nacional do Café).

b)

Exportação de café pelo Brasil



Fontes: Iapar (Instituto Agrônomo do Paraná), ICC (Conselho Internacional do Café) e DNC (Departamento Nacional do Café).

c) Aproximadamente 16,9 milhões de sacas.

$$\frac{2\,600\,000\,000 \text{ dólares}}{154 \text{ dólares/saca}}; 16,9$$

d) Aproximadamente 2,67 milhões de dólares.

$$\frac{3x}{4} = 2 \rightarrow x = \frac{4 \cdot 2}{3} \rightarrow x \approx 2,67$$

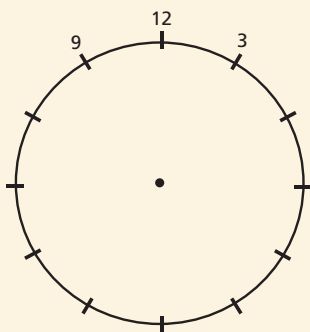
Retomando o que aprendeu p. 162

1. Os números triangulares são: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, ...

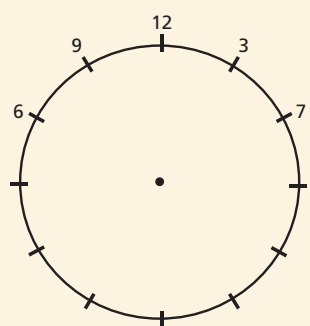
Os números do relógio são: 1, 2, 3,

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

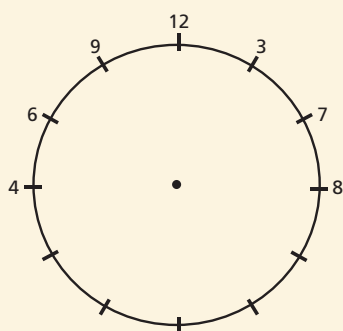
Os vizinhos do número 12 devem ser 3 e 9 para formarem os números triangulares 15 e 21.



O vizinho do número 3 deve ser o 7 para formar o número triangular 10. O vizinho do número 9 deve ser o 6 para formar o número triangular 15.

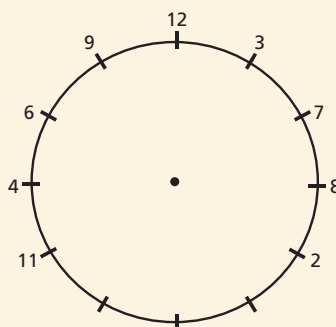


O vizinho do número 7 deve ser o 8 para formar o número triangular 15. O vizinho do número 6 deve ser o 4 para formar o número triangular 10.

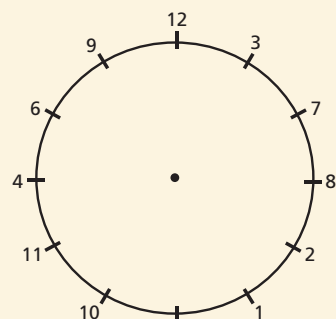


O vizinho do número 8 deve ser o 2 para formar o número triangular 10.

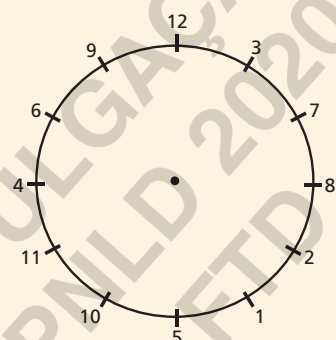
O vizinho do número 4 deve ser o 11 para formar o número triangular 15.



O vizinho do número 2 deve ser o 1 para formar o número triangular 3. O vizinho do número 11 deve ser o 10 para formar o número triangular 21.



Os vizinhos dos números 1 e 10 devem ser o 5 para formarem os números triangulares 6 e 15.



Alternativa c.

2. Seja n o número da figura. O número de quadrados brancos será $(n + 1)^2$. Assim, na 10ª figura, haverá $(10 + 1)^2 = 121$ quadrados brancos. Alternativa d.

3. a) $4x + 4$

b) Se a soma desses três números é 116, qual o produto desses três números?

$$4x + 4 = 116 \rightarrow x = 28$$

Os números são: 28, 56, 32. Assim:

$$28 \cdot 56 \cdot 32 = 50176$$

4. $2 \cdot (1 - 0,4x) + x =$
 $= 4 \cdot (0,1x - 0,4) \rightarrow 2 - 0,8x + x =$
 $= 0,4x - 1,6 \rightarrow x = 18$
 Alternativa a.

5. $\frac{x - 4 + x + 2x + 2x + 12}{4} =$
 $= 12,5 \rightarrow \frac{6x + 8}{4} = 12,5 \Rightarrow x = 7$
 Alternativa c.

6. Seja x o comprimento da terceira parte. Assim:
 $1,80 + x + 2x = 5,85 \rightarrow x = 1,35$ m
 Então, o comprimento da segunda parte será: $2x = 2 \cdot 1,35 = 2,70$ m
 Alternativa b.

7. $\frac{2x}{3} = 68 \rightarrow x = 102$
 Alternativa b.

8. Seja x o número de partidas.

$$x = \frac{3x}{5} + \frac{x}{3} + 2 \rightarrow x = 30$$

Número de vitórias:

$$\frac{3x}{5} = \frac{3 \cdot 30}{5} = 18$$

Alternativa d.

9. $x = 20$
 $2,8 + 2(1 + 1,5x) = 3(1,2x - 2,4) \rightarrow$
 $\rightarrow 2,8 + 2 + 3x = 3,6x - 7,2 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 20$

10. $(y - 3)x + 4(y - 5) = -3x \rightarrow$
 $\rightarrow 2y - 6 + 4y - 20 = -6 \rightarrow$
 $\rightarrow 6y = 20 \rightarrow y = \frac{10}{3}$

11. 73,1 anos.
 $5(x + 60) - 400,7 = 8(x - 40) \rightarrow$
 $\rightarrow 5x + 300 - 400,7 = 8x - 320 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 73,1$

12. Seja x o número de candidatos aceitos.
 $x + 5x = 420 \rightarrow 6x = 420 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 70$
 Alternativa c.

Figuras geométricas planas

Atividades p. 170

1. Vértice: ponto B; lados: \overrightarrow{BA} e \overrightarrow{BC} .

2. 3 ângulos: \widehat{AOC} , \widehat{BOC} , \widehat{AOC} .

3. a) 20°

b) 48°

c) 55°

d) 90°

e) 120°

f) 180°

g) 70°

h) 30°

4. a) 180°

b) 360°

5. 10°

$$7x + 30^\circ = 13x - 30^\circ$$

$$-6x = -60^\circ$$

$$x = 10^\circ$$

6. 120° e $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

Alternativa c.

7. $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

Alternativa c.

8. a) $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$

$$b) \frac{2}{5} \cdot 360^\circ = 144^\circ$$

9. 135°

$$\frac{x}{5} + \frac{x - 15^\circ}{4} = 57^\circ$$

$$\frac{4x + 5(x - 15^\circ)}{20} = 57^\circ$$

$$4x + 5x - 75^\circ = 1140^\circ$$

$$9x = 1215^\circ$$

$$x = 135^\circ$$

10. 45°

$$\frac{2}{3}x + 3(x - 15) = 120$$

$$\frac{2x + 9(x - 15)}{3} = 120$$

$$2x + 9x - 135^\circ = 360^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

Atividades p 172

1. a) $35^\circ + x = 90^\circ \rightarrow x = 55^\circ$

$$b) 140^\circ + x = 180^\circ \rightarrow x = 40^\circ$$

$$c) \frac{x}{2} + 140^\circ = 180$$

$$\frac{x}{2} = 40^\circ$$

$$x = 80^\circ$$

$$d) 3x + 2x = 90^\circ$$

$$5x = 90^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

2. 65°

$$x + 30^\circ + x - 10^\circ = 90^\circ$$

$$2x = 70^\circ$$

$$x = 35^\circ$$

$$\widehat{CBD} = 35^\circ + 30^\circ = 65^\circ$$

3. 72°

$$3x + (x + 12^\circ) = 180^\circ$$

$$4x = 168^\circ$$

$$x = 42^\circ$$

Assim:

$$\bullet \text{ med}(\widehat{ABC}) = 3x = 3 \cdot 42^\circ = 126^\circ$$

$$\bullet \text{ med}(\widehat{CBD}) = x + 12^\circ = 42^\circ + 12^\circ = 54^\circ$$

$$\text{Portanto: med}(\widehat{ABC}) - \text{med}(\widehat{CBD}) = 126^\circ - 54^\circ = 72^\circ$$

4. $\text{med}(\widehat{AOC}) = 50^\circ$

Como \overrightarrow{OP} é bissetriz de \widehat{BOC} , então:

$$\text{med}(\widehat{POB}) = \text{med}(\widehat{POC}) = 65^\circ$$

$$\text{Assim: med}(\widehat{AOC}) =$$

$$= 180^\circ - 2 \cdot 65^\circ = 50^\circ$$

5. 25°

Como \overrightarrow{OB} é a bissetriz de \widehat{AOC} ,

$$\text{então: med}(\widehat{BOC}) = \text{med}(\widehat{AOB}) = x.$$

$$\text{Assim: } x + x + 90^\circ + 65^\circ =$$

$$= 180^\circ \rightarrow x = 25^\circ$$

6. a) $90^\circ - 47^\circ = 43^\circ$

$$b) 180^\circ - 119^\circ = 61^\circ$$

$$c) 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$$

$$d) 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$$

7. 29°

$$\frac{(180^\circ - 122^\circ)}{2} = 29^\circ$$

8. 72°

$$3 \cdot (90^\circ - 66^\circ) = 3 \cdot 24^\circ = 72^\circ$$

9. 67°

$$180^\circ - 113^\circ = 67^\circ$$

10. 45°

$$x = (90^\circ - x)$$

$$2x = 90^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

11. 30°

$$2x = (90^\circ - x)$$

$$3x = 90^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

12. 53°

$$3 \cdot (90^\circ - x) = 111^\circ$$

$$270^\circ - 3x = 111^\circ$$

$$x = 53^\circ$$

13. 30°

$$5 \cdot (90^\circ - x) = 2 \cdot (180^\circ - x)$$

$$450^\circ - 5x = 360^\circ - 2x$$

$$3x = 90^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

14. 66°

$$\frac{x}{2} + 25^\circ + 2x - 10^\circ = 180^\circ$$

$$\frac{x}{2} + 2x = 165^\circ$$

$$\frac{x + 4x}{2} = 165^\circ$$

$$5x = 330^\circ$$

$$x = 66^\circ$$

Atividades p. 175

1. a) $x + 110^\circ = 180^\circ \rightarrow x = 70^\circ$;

$$x = a = 70^\circ$$

$$y = 110^\circ$$

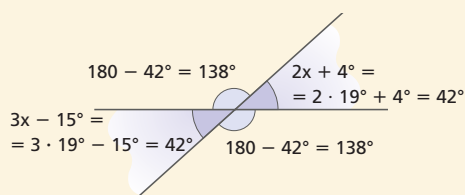
b) $x = 45^\circ$

$$y + 45^\circ = 180^\circ \rightarrow y = 135^\circ$$

$$a + 90^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 90^\circ$$

$$a = b = 90^\circ$$

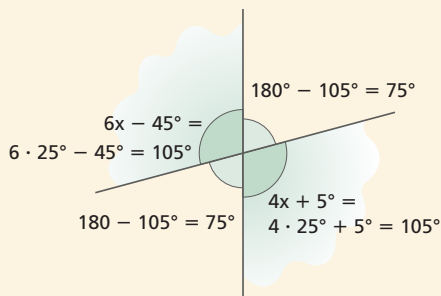
2. a) $3x - 15^\circ = 2x + 4^\circ \rightarrow x = 19^\circ$



b) $6x - 45^\circ = 4x + 5^\circ$

$2x = 50^\circ$

$x = 25^\circ$



Pense e responda p. 176

1. a) $\hat{3}, \hat{4}, \hat{5}$ e $\hat{6}$.
b) $\hat{1}, \hat{2}, \hat{7}$ e $\hat{8}$.
c) $\hat{1}, \hat{4}, \hat{5}$ e $\hat{8}$; $\hat{2}, \hat{3}, \hat{6}$ e $\hat{7}$.
d) $\hat{1}$ e $\hat{5}$; $\hat{2}$ e $\hat{6}$; $\hat{1}$ e $\hat{6}$; $\hat{2}$ e $\hat{5}$.
e) $\hat{3}$ e $\hat{7}$; $\hat{4}$ e $\hat{8}$; $\hat{3}$ e $\hat{8}$; $\hat{4}$ e $\hat{7}$.

Pense e responda p. 178

1. a) Os ângulos alternos internos são congruentes.
b) Os ângulos alternos externos são congruentes.
c) Sim, os ângulos alternos internos continuam congruentes, assim como os alternos externos.
2. Não, quando as retas não são paralelas, os ângulos alternos internos não são congruentes, assim como os alternos externos também não o são.

Pense e responda p. 179

1. a) 180° ; 180° ; as duas somas são iguais.
b) A soma dos pares de ângulos colaterais externos também é 180° .
c) Sim, todas as somas continuam iguais a 180° .
2. Não, quando as retas não são paralelas, as somas não são 180° .

Atividades p. 180

1. a) $3x = 135^\circ \rightarrow x = 45^\circ$
b) $75^\circ = x + 25^\circ \rightarrow x = 50^\circ$
c) $3x - 45^\circ = x + 45^\circ$
 $2x = 90^\circ \rightarrow x = 45^\circ$
2. $b + 75^\circ + 55^\circ = 180^\circ \rightarrow b = 50^\circ$
 $a = 75^\circ$ (ângulos alternos internos)
 $c = 55^\circ$ (ângulos alternos internos)
3. a) $a + 70^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 110^\circ$
b) $a + 152^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 28^\circ$
4. $5x + 20^\circ = 2x + 50^\circ$
 $3x = 30^\circ \rightarrow x = 10^\circ$
5. $\frac{2}{3}x = x - 15^\circ \rightarrow x = 45^\circ$
 $b = \frac{2}{3}x \rightarrow b = \frac{2}{3} \cdot 45^\circ$
 $b = 30^\circ$
 $a + x - 15^\circ = 180^\circ$
 $a + 45^\circ - 15^\circ = 180^\circ$
 $a = 150^\circ$
6. $x = 60^\circ$ (ângulos alternos internos)
 $y = 40^\circ$ (ângulos alternos internos)
 $60^\circ + z + 40^\circ = 180^\circ$
 $z = 80^\circ$
Logo: $x + y + z = 60^\circ + 40^\circ + 80^\circ = 180^\circ$
7. a) $a = 55^\circ$ (ângulos alternos internos)
 $a = b = 55^\circ$ (ângulos correspondentes)
 $b + c = 180^\circ$
 $55 + c = 180^\circ$
 $c = 125^\circ$
b) $b = 40^\circ$ (ângulos opostos pelo vértice)
 $c = b = 40^\circ$ (ângulos alternos internos)
 $a + 105^\circ = 180^\circ \rightarrow a = 75^\circ$
8. a) $a = 120^\circ$ (ângulos correspondentes)
 $a + b = 180^\circ$ (ângulos colaterais internos)
 $120^\circ + b = 180^\circ$
 $b = 60^\circ$
 $d + 130^\circ = 180^\circ$ (ângulos colaterais internos) $\rightarrow d = 50^\circ$
 $b + c + d = 180^\circ$

$60^\circ + c + 50^\circ = 180^\circ$

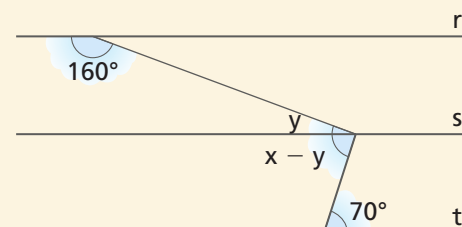
$c = 70^\circ$

$e + 130^\circ = 180^\circ \rightarrow e = 50^\circ$

- b) $a + 135^\circ = 180^\circ$ (ângulos colaterais internos) $\rightarrow a = 45^\circ$
 $b = 60^\circ$ (ângulos alternos internos)
 $a + d + b = 180^\circ$
 $45^\circ + d + 60^\circ = 180^\circ$
 $d = 75^\circ$
 $e = d = 75^\circ$ (ângulos opostos pelo vértice)
 $c = b + e$ (ângulos alternos internos)
 $c = 60^\circ + 75^\circ$
 $c = 135^\circ$

9. $55^\circ, 55^\circ, 55^\circ, 55^\circ, 125^\circ, 125^\circ, 125^\circ$ e 125° .
10. $x = 30^\circ$ (ângulos alternos internos)
 $y + 130^\circ = 180^\circ$ (ângulos colaterais internos) $\rightarrow y = 50^\circ$
 $x + y = 80^\circ$

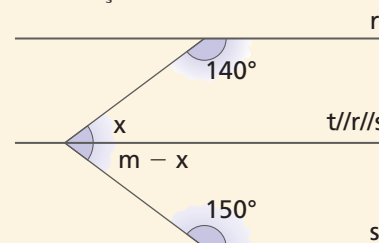
11. Considere os seguintes ângulos:



Assim:

- $y + 160^\circ = 180^\circ$ (ângulos colaterais internos) $\rightarrow y = 20^\circ$
 $x - y = 70^\circ$ (ângulos alternos internos) $\rightarrow x = 90^\circ$

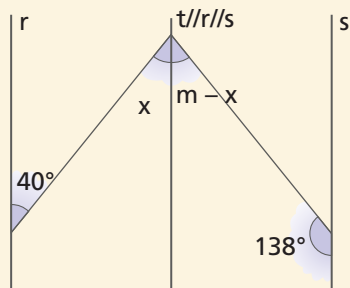
12. a) Considere uma reta t paralela às retas r e s que passa pela intersecção das transversais.



Assim:

- $x + 140^\circ = 180^\circ$ (ângulos colaterais internos) $\rightarrow x = 40^\circ$
 $m - x + 150^\circ = 180^\circ$ (ângulos colaterais internos) $\rightarrow m = 70^\circ$

b) Considere uma reta t paralela às retas r e s que passa pela intersecção das transversais:



Assim:

$x = 40^\circ$ (ângulos alternos internos)

$m - x + 138^\circ = 180^\circ$ (ângulos colaterais internos) $\rightarrow m = 82^\circ$

13. $2m + 30^\circ = 3m - 20^\circ \rightarrow m = 50^\circ$

14. Da figura, temos:

$$x + x - 20^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 200^\circ$$

$$x = \frac{200^\circ}{2} = 100^\circ$$

15. Na figura, a soma das medidas de todos os ângulos é 720° . Se a soma das medidas dos ângulos agudos é 192° , então a soma das medidas dos ângulos obtusos será $720^\circ - 192^\circ = 528^\circ$.

Assim, cada ângulo obtuso tem medida dada por: $\frac{528^\circ}{4} = 132^\circ$.

Como x e y são dois dos ângulos obtusos, então: $x = y = 132^\circ$.

Pense e responda p. 182

Sim; nos itens b e c .

Para quem quer mais p. 184

a) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que o quadrilátero pode assumir diferentes formas quando empurrado, ou seja, a figura sofre uma deformação.

b) Espera-se que os alunos percebam que, mesmo podendo assumir diferentes formas, a medida dos lados do quadrilátero não é alterada em nenhum momento.

c) Espera-se que os alunos percebam que o triângulo não muda seu formato, independentemente do lado que é empurrado.

Atividades p. 185

1. Sim, pois $130 \text{ cm} < 92 \text{ cm} + 51 \text{ cm}$;
 $92 \text{ cm} < 130 \text{ cm} + 51 \text{ cm}$ e
 $51 \text{ cm} < 130 \text{ cm} + 92 \text{ cm}$.

2. $35 < 21 + x \rightarrow x > 14$

Assim, a medida inteira mínima que o terceiro lado deve ter é 15 cm.

3. $x < 22 + 37 \rightarrow x < 59$

Assim, a medida inteira máxima que o maior lado desse triângulo deve ter é 58 cm.

4. a) $x + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$
 $x = 45^\circ$

b) $3x = 180^\circ \rightarrow x = 60^\circ$

c) $x + x + 1 + x + 2 = 180^\circ$
 $3x = 177^\circ \rightarrow x = 59^\circ$

5. $x + 73^\circ + 59^\circ = 180^\circ \rightarrow x = 48^\circ$

6. $x + x + 68^\circ = 180^\circ \rightarrow x = 56^\circ$

7. Alternativa c.

$$3x + x + 15^\circ + 75^\circ - x = 180^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

Assim, os ângulos têm medidas dadas por:

$$3x = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$$

$$x + 15^\circ = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$$

$$75^\circ - x = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

8. Alternativa a.

$$3x - 36^\circ + 2x + 10^\circ + x + 20^\circ = 180^\circ \rightarrow 6x = 186^\circ \rightarrow x = 31^\circ$$

Assim, os ângulos têm medidas dadas por:

$$3x - 36^\circ = 3 \cdot 31^\circ - 36^\circ = 57^\circ$$

$$2x + 10^\circ = 2 \cdot 31^\circ + 10^\circ = 72^\circ$$

$$x + 20^\circ = 31^\circ + 20^\circ = 51^\circ$$

9. $x < 32 + 55 \rightarrow x < 87$

$$x > 55 - 32 \rightarrow x > 23$$

Assim: Mínima: 24 km;
 máxima: 86 km.

Atividades p. 187

1. a) Octógono; 8 lados.

$$\text{b) Ângulo interno: } \frac{6 \cdot 180^\circ}{2} = 135^\circ;$$

$$\text{Ângulo externo: } 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

2. Undecágono.

Seja um polígono com n lados.

Assim:

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 1620^\circ$$

$$n - 2 = 9 \rightarrow n = 11$$

3. Dodecágono.

$$\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n} = 150^\circ$$

$$180^\circ n - 360^\circ = 150^\circ n$$

$$n = 12$$

Atividades p. 190

1. a) Construção do aluno.

b) Construção do aluno.

2. Alternativa b.

3. Alternativa a.

$$r = \frac{50}{2} = 25, \text{ ou seja, 25 metros.}$$

4. a) \overline{OA} e \overline{OB}

b) \overline{AB}

c) Não.

d) Sim, pois $\overline{OA} \cong \overline{OB}$.

5. Seja D o diâmetro das circunferências.

$$\text{a) } D = 2 \cdot 25 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$$

$$\text{b) } D = 2 \cdot 0,65 \text{ cm} = 1,30 \text{ cm}$$

$$\text{c) } D = 2 \cdot \frac{5}{2} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

6. Seja D o diâmetro da circunferência.

$$D = 2 \cdot 18,55 \text{ m} = 37 \text{ m}$$

$$\text{7. a) } r = \frac{57 \text{ m}}{2} = 28,5 \text{ cm}$$

$$\text{b) } r = \frac{11,6 \text{ cm}}{2} = 5,8 \text{ cm}$$

8. 17 cm

$$\overline{PB} = \overline{PA} + \overline{AB}$$

$$72 = 38 + 2r$$

$$r = 17$$

9. a) $\ell = 2r$
 $\ell = 2 \cdot 10,5 \text{ cm} = 21 \text{ cm}$
 b) $\ell = 2r \rightarrow r = \frac{61 \text{ cm}}{2} = 30,5 \text{ cm}$
10. 13 cm
 $\ell = 2r \rightarrow \ell = 2 \cdot 6,5 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$
11. 314 m
 $C = 2 \cdot \pi \cdot r$
 $C = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \text{ m}$
 $C = 3,14 \text{ m}$
 Em 100 voltas, serão percorridos 314 m ($3,14 \cdot 100 = 314$).

Tratamento da informação p. 194

- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
 a) Resposta pessoal.
 b) Resposta pessoal.
- Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que, para representar a frequência com que os alunos da pesquisa praticam atividade física, não é conveniente utilizar o gráfico de setores. Nesse caso, eles podem usar o gráfico de barras, por exemplo.

Retomando o que aprendeu p. 196

- $b = c = 32^\circ$ (ângulos opostos pelo vértice)
 • $a + c = 90^\circ$
 $a + 32^\circ = 90^\circ \rightarrow a = 58^\circ$
 Alternativa a.

$$2. \frac{x}{2} + 2x + 135^\circ = 180^\circ$$

$$\frac{x}{2} + 2x = 45^\circ$$

$$5x = 90^\circ \rightarrow x = 18^\circ$$

Alternativa d.

$$3. \bullet x - 11^\circ = 2x + 6^\circ \text{ (ângulos correspondentes)} \rightarrow x = 17^\circ$$

$$\bullet y + 2x + 6^\circ = 180^\circ$$

$$y + 2 \cdot 17^\circ + 6^\circ = 180^\circ$$

$$y = 140^\circ$$

Alternativa c.

$$4. x + y = 180^\circ \rightarrow 3y + y = 180^\circ \rightarrow y = 45^\circ \rightarrow x = 135^\circ$$

Portanto, $x - y = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$.

Alternativa a.

$$5. \bullet y + 125^\circ = 180^\circ \rightarrow y = 55^\circ$$

$$\bullet x + y = 90^\circ \rightarrow x + 55^\circ = 90^\circ \rightarrow x = 35^\circ$$

Assim: $y - x = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$.

Alternativa e.

$$6. \bullet x = y = 42^\circ$$

$$\bullet z + 127^\circ = 180^\circ \rightarrow z = 53^\circ$$

Assim: $x + y + z = 42^\circ + 42^\circ + 53^\circ = 137^\circ$.

Alternativa c.

$$7. 7x + 31^\circ = 9x - 43^\circ \rightarrow 2x = 74^\circ \rightarrow x = 37^\circ$$

Alternativa c.

$$8. 5x + 2x + 68^\circ = 180^\circ$$

$$7x = 112^\circ \rightarrow x = 16^\circ$$

$$\bullet 5x = 5 \cdot 16^\circ = 80^\circ$$

$$\bullet 2x + 68^\circ = 2 \cdot 16^\circ + 68^\circ = 100^\circ$$

Alternativa d.

$$9. 130^\circ$$

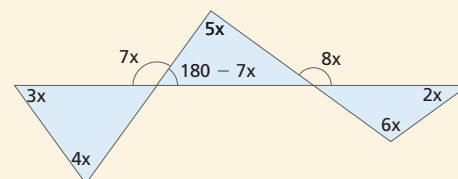
$$2 \cdot (90^\circ - x) + 40^\circ = (90^\circ - x)$$

$$x = 130^\circ$$

$$10. \alpha = 30^\circ + 90^\circ \rightarrow \alpha = 120^\circ$$

Alternativa d.

11. Do enunciado, temos:



Assim: $8x = 5x + 180^\circ - 7x$
 $x = 18^\circ$
 Alternativa c.

Atualidades em foco p. 198

- Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
 a) Resposta pessoal.
- Resposta pessoal.
- a) Santa Catarina.
 b) Resposta pessoal.
 c) Sim. De acordo com especialistas, não há uma resposta definitiva para essa pergunta, mas existem algumas hipóteses que contribuem para uma explicação; entre elas, está o fato de as mulheres terem mais cuidado com a saúde.
- Resposta pessoal.

Grandezas proporcionais

Pense e responda p. 203

1. a) farinha de tapioca: 1000 g ou 1 kg.
leite de coco: 2 vidros.
coco ralado: 4 pacotes.
açúcar: 4 xícaras (chá).
b) 60 porções.
c) 250 g

Atividades p. 205

1. $\frac{960}{800} = \frac{6}{5}$ ou 6 para 5.
2. $\frac{72}{80} = \frac{9}{10}$
3. a) $\frac{15}{21} = \frac{5}{7}$
b) $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$
c) $\frac{14}{25}$
d) $\frac{15 + 16 + 14}{21 + 20 + 25} = \frac{45}{66} = \frac{15}{22}$
4. $\frac{4 \text{ cm}}{8000000 \text{ cm}} = \frac{1}{2000000}$
5. a) $\frac{20}{50} = \frac{2}{5}$
b) $\frac{80}{200} = \frac{2}{5}$
c) $\frac{400}{2500} = \frac{4}{25}$
Resposta pessoal.
6. d) $\frac{800}{2000} = \frac{2}{5}$
7. a) $10 \cdot 20 = 200$, ou seja, 200 lajetas.
b) $\frac{40}{200} = \frac{1}{5}$
c) $\frac{160}{200} = \frac{4}{5}$
d) $\frac{40}{160} = \frac{1}{4}$

8. 2018.
 $2017: \frac{68000}{16} = \text{R\$ } 4250,00$
 $2018: \frac{54000}{12} = \text{R\$ } 4500,00$
 $2019: \frac{86400}{20} = \text{R\$ } 4320,00$

9. O sistema IV.

I. $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

II. $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

III. $\frac{5}{40} = \frac{1}{8}$

IV. $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

V. $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

10. Gustavo e Rui: $\frac{2}{5}$.

Gustavo: $\frac{32}{80} = \frac{2}{5}$

Roberto: $\frac{20}{80} = \frac{1}{4}$

Valdir: $\frac{18}{90} = \frac{1}{5}$

Rui: $\frac{36}{90} = \frac{2}{5}$

Atividades p. 209

1. a) 0,63; 63%
b) 0,112; 11,2%
c) 0,14; 14%
e) 0,6875; 68,75%
2. a) 42%
b) 8%
c) 22,5%
d) 1,5%
e) 11,25%
f) 0,7%

3. 75%

$\frac{450}{600} = \frac{3}{4} = 0,75$

4. 32,5%

$\frac{26}{80} = \frac{13}{40} = 0,325$

5. Aproximadamente 60,7%

$\frac{54 + 14}{112} = \frac{68}{112} = 0,607$

6. a) $8 + 6 + 6 + 5 + 11 + 4 = 40$, ou seja, 40 universitários.

b) $\frac{15}{40} = 0,375 = 37,5\%$

7. a) Língua Portuguesa: $\frac{34}{40} = 0,85 =$

$= 85\%$; Matemática: $\frac{20}{25} = 0,80 =$

$= 80\%$; Física: $\frac{9}{15} = 0,60 = 60\%$ e

Biologia: $\frac{15}{20} = 0,75 = 75\%$.

- b) Melhor desempenho: Língua Portuguesa; pior desempenho: Física.

Pense e responda p. 211

1. a)

Litros	Desconto (em R\$)
40	4
50	5
60	6
70	7
80	8
90	9
100	10

- b) 40 litros: R\$ 4,00.

60 litros: R\$ 6,00.

90 litros: R\$ 9,00.

- c) 100 litros.

- d) R\$ 42,00

e) $\frac{4}{40}, \frac{5}{50}, \frac{6}{60}, \frac{7}{70}, \frac{8}{80}, \frac{9}{90}, \frac{10}{100}$

- f) Todas são iguais a $\frac{1}{10}$.

Atividades p. 214

1. a) Sim. $20 \cdot 32 = 8 \cdot 80$
b) Sim. $50 \cdot 12 = 150 \cdot 4$
c) Sim. $6 \cdot 7,2 = 1,2 \cdot 36$
d) Não. $6 \cdot 1,5 \neq 5 \cdot 2,4$

2. a) $x \cdot 15 = 10,5 \cdot 24 \rightarrow x = 16,8$

b) Resposta pessoal.

3. a) $12x = 3 \cdot 8 \rightarrow x = 2$

b) $7x = 2,1 \cdot 10 \rightarrow x = 3$

c) $4x = 3 \cdot 15 \rightarrow x = 11,25$

d) $2(x - 6) = 3(x + 6)$

$2x - 12 = 3x + 18 \rightarrow x = -30$

e) $5(x - 6) = x + 1,5 \rightarrow x = 7,785$

f) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{3}{4}x = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{2}{9}$

4. 1

$\frac{x + 1}{5} = \frac{2x + 6}{15}$

$15x + 15 = 10x + 30 \rightarrow x = 3$

$\frac{3y - 10}{5y + 2} = \frac{10}{5}$

$15y - 50 = 50y + 20$

$y = -2$

Logo:

$x + y = 3 - 2 = 1$

5. 2

$\frac{2}{x + 5} = 4$

$4x + 20 = 2 \rightarrow x = -4,5$

Logo:

$\frac{3}{x + 6} = \frac{3}{-4,5 + 6} = 2$

6. 80

$20 \cdot 40 = 8 \cdot x \rightarrow x = 100$

$0,6 \cdot 2,4 = 1,8 \cdot y \rightarrow y = 0,8$

Assim: $x \cdot y = 100 \cdot 0,8 = 80$.

7. 26 crianças.

$\frac{2}{7} = \frac{x}{91} \rightarrow 7x = 182 \rightarrow x = 26$

8. 1,2 m

$\frac{5}{3} = \frac{x}{72} \rightarrow 3x = 360 \rightarrow x = 120$, ou seja, 120 cm = 1,2 m.

9. 48000 habitantes.

$\frac{1}{1600} = \frac{30}{x} \rightarrow x = 48000$

10. 15 copos de água.

$\frac{3}{5} = \frac{9}{x} \rightarrow x = 15$

11. 40 km/h

Distância do caminho mais curto:

1000 m

$v = \frac{1000}{0,025} = 40 \text{ km/h}$



12. 8 ovos.

$\frac{2 \text{ ovos}}{0,5 \text{ kg}} = \frac{x}{2 \text{ kg}} \rightarrow x = 8 \text{ ovos}$

13. a) 8 cm

$\frac{3}{6} = \frac{4}{x} \rightarrow x = 8$

b) $A_I = 3 \cdot 4 = 12 \text{ m}^2$;
 $A_{II} = 6 \cdot 8 = 48 \text{ m}^2$.

c) $\frac{A_I}{A_{II}} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

Resposta possível: a área do retângulo II é quatro vezes a área do retângulo I.

Pense e responda p. 216

1. a) Sim.

b) $2 \cdot 6 = 12$, ou seja, 12 pacotes de fraldas.

c) 24 pacotes de fraldas. O número de pacotes também dobrou.

Atividades p. 219

1. a) Sim. $\frac{21}{7} = \frac{12}{4} = \frac{27}{9} = 3$

b) Sim. $\frac{4}{16} = \frac{9}{36} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

c) Não. $\frac{6}{14} \neq \frac{12}{7} \neq \frac{18}{4}$

d) Não. $\frac{1,5}{2,5} = \frac{1,2}{2} \neq \frac{10,5}{16,5}$

2. Verdadeira.

$7 \cdot 50 = 2 \cdot 175 = 35 \cdot 10 = 350$

3. 27

$\frac{x}{80} = \frac{y}{55} = \frac{32}{160}$

$\frac{x}{80} = \frac{32}{160} \rightarrow x = 16$

$\frac{y}{55} = \frac{32}{160} \rightarrow y = 11$

Assim: $x + y = 27$.

4. 84

$x \cdot 3 = 30 \cdot 12 = 10 \cdot y$

$x \cdot 3 = 30 \cdot 12 \rightarrow x = 120$

$30 \cdot 12 = 10 \cdot y \rightarrow y = 36$

Assim: $x - y = 120 - 36 = 84$.

5. Zero.

$a + b + c = 420$

$\frac{3}{a} = \frac{7}{b} = \frac{4}{c}$

$\frac{3}{a} = \frac{7}{b} \rightarrow a = \frac{3b}{7}$

$\frac{7}{b} = \frac{4}{c} \rightarrow c = \frac{4b}{7}$

Logo:

$\frac{3b}{7} + b + \frac{4b}{7} = 420$

$2b = 420 \rightarrow b = 210$

Assim, temos:

$a = \frac{3b}{7} \rightarrow a = \frac{3 \cdot 210}{7} \rightarrow a = 90$

$c = \frac{4b}{7} \rightarrow c = \frac{4 \cdot 210}{7} \rightarrow c = 120$

Portanto, $a - b + c = 90 - 210 + 120 = 0$.

6. 200, 80 e 100.

$2a = 5b = 4c$

$a = \frac{5b}{2}$

$c = \frac{5b}{4}$

$a + b + c = 380$

$\frac{5b}{2} + b + \frac{5b}{4} = 380$

$\frac{19b}{4} = 380 \rightarrow b = 80$

$\frac{5b}{2} \rightarrow a = \frac{5 \cdot 80}{2} \rightarrow a = 200$

$c = \frac{5b}{4} \rightarrow c = \frac{5 \cdot 80}{4} \rightarrow c = 100$

7. Valdir: R\$ 1 600,00; Gustavo: R\$ 1 000,00; Roberto: R\$ 2 000,00.
 $x \cdot 5 = y \cdot 8 = z \cdot 4$
 $x \cdot 5 = y \cdot 8 \rightarrow x = \frac{8y}{5}$
 $y \cdot 8 = z \cdot 4 \rightarrow z = 2y$
 Logo:
 $x + y + z = 4600$
 $\frac{8y}{5} + y + 2y = 4600$
 $\frac{23y}{5} = 4600 \rightarrow y = 1000$
 $x = \frac{8y}{5} = \frac{8 \cdot 1000}{5} = 1600$
 $z = 2y \rightarrow z = 2 \cdot 1000 \rightarrow z = 2000$

8. João: 176 g; Roberta 144 g; Tomas: 80 g.
 $a + b + c = 400$
 $\frac{11}{a} = \frac{9}{b} = \frac{5}{c}$
 $\frac{11}{a} = \frac{9}{b} \rightarrow a = \frac{11b}{9}$
 $\frac{9}{b} = \frac{5}{c} \rightarrow c = \frac{5b}{9}$
 Logo:
 $\frac{11b}{9} + b + \frac{5b}{9} = 400$
 $25b = 400 \rightarrow b = 144$
 $a = \frac{11b}{9} \rightarrow a = \frac{11 \cdot 144}{9} \rightarrow a = 176$
 $c = \frac{5b}{9} \rightarrow c = \frac{5 \cdot 144}{9} \rightarrow c = 80$

9. a) 45 minutos.
 b) 105 minutos.
 c) 30 minutos.
 $a + b + c = 180$
 $\frac{3}{a} = \frac{7}{b} = \frac{2}{c}$
 $\frac{3}{a} = \frac{7}{b} \rightarrow a = \frac{3b}{7}$
 $\frac{7}{b} = \frac{2}{c} \rightarrow c = \frac{2b}{7}$
 Logo:
 $\frac{3b}{7} + b + \frac{2b}{7} = 180$
 $12b = 1260 \rightarrow b = 105$
 $a = \frac{3b}{7} \rightarrow a = \frac{3 \cdot 105}{7} \rightarrow a = 45$
 $c = \frac{2b}{7} \rightarrow c = \frac{2 \cdot 105}{7} \rightarrow c = 30$

10. Filial A: R\$ 80 000,00;
 Filial B: R\$ 64 000,00.
 $x \cdot 100 = y \cdot 125$
 $x = \frac{125y}{100} = 1,25y$
 $x + y = 144000$
 $1,25y + y = 144000$
 $y = 64000$
 $x = 1,25y$
 $x = 1,25 \cdot 64000 \cdot x = 80000$

Atividades p. 222

1. a) $\frac{600}{1500} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c) São iguais.

d) Sim.

2. a) $\frac{15000}{20000} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

c) 60 kg e 80 kg.

• $\frac{15000}{30000} = \frac{30}{x} \rightarrow x = 60$

• $\frac{20000}{40000} = \frac{40}{y} \rightarrow y = 80$

d) Grandezas diretamente proporcionais.

3. a) 320 cm^2
 $A = 40 \cdot 8 = 320$

b) 240 cm^2
 $A = 40 \cdot 6 = 240$

c) $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

d) $\frac{320}{240} = \frac{4}{3}$

e) São iguais.

f) São grandezas diretamente proporcionais.

4. a) $\frac{60}{50} = \frac{6}{5}$

b) $\frac{80}{96} = \frac{5}{6}$

c) 160 min.
 $50 \cdot 96 = 30 \cdot x \rightarrow x = 160$

d) São grandezas inversamente proporcionais.

5. a) Distância percorrida (em km) e consumo de gasolina (em litros).

b) Diretamente proporcionais, porque, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica; e assim por diante.

c) 105 km
 $\frac{30}{2} = \frac{x}{7} \rightarrow x = 105$

d) 6 litros.
 $\frac{30}{2} = \frac{90}{y} \rightarrow y = 6$

e) Resposta pessoal.

Atividades p. 226

1. 420 páginas.
 $\frac{45}{30} = \frac{x}{280} \rightarrow x = 420$

2. 30 dias.
 $\frac{25}{40} = \frac{x}{48} \rightarrow x = 30$

3. 450 azulejos.
 $\frac{19,5}{15} = \frac{585}{x} \rightarrow x = 450$

4. 2,4 horas.
 $\frac{450}{750} = \frac{x}{4} \rightarrow x = 2,4$

5. Aproximadamente 82 m.
 $\frac{2}{2,05} = \frac{80}{4} \rightarrow 2x = 164 \rightarrow x = 82$

Por toda parte p. 227

1. a) 80 quilocalorias.
 $\frac{100}{50} = \frac{160}{x} \rightarrow x = 80$

b) Carboidratos: morango.
 Proteínas: abacaxi.
 Valor energético: morango.
 Gorduras: abacaxi e laranja.

c) Aproximadamente 21,86 g.

$$\text{Abacaxi: } \frac{100}{120} = \frac{13,1}{x}$$
$$x = 15,72$$

$$\text{Morango: } \frac{100}{80} = \frac{7,68}{y}$$
$$y = 6,14$$

$$x + y = 15,72 + 6,14 = 21,86$$

d) Aproximadamente 850 mg.

$$\frac{100}{78} = \frac{1,09}{x}$$
$$x = 0,8502$$

e) Aproximadamente 0,33 g.

$$\frac{100}{35} = \frac{0,95}{x}$$
$$x = 0,33$$

f) 97,5 g; 4875 g

$$\frac{1,5 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = \frac{x}{65 \text{ kg}}$$

$$x = 97,5$$

$$\frac{100}{y} = \frac{2}{97,5}$$

$$y = 4875$$

Atividades p. 230

1. 50 dias.

$$\frac{36}{25} \cdot \frac{100\,000}{240\,000} = \frac{30}{x}$$
$$x = 50$$

2. 250 L

$$\frac{20}{30} \cdot \frac{30}{50} = \frac{100}{x}$$
$$x = 250$$

3. 16 dias.

$$\frac{2,5}{2} \cdot \frac{30}{25} = \frac{24}{x}$$
$$x = 16$$

4. 32 operários.

$$\frac{10}{8} \cdot \frac{240}{600} = \frac{16}{x}$$
$$x = 32$$

5. 30 dias.

$$\frac{8}{12} \cdot \frac{720}{800} = \frac{18}{x}$$
$$x = 30$$

6. Resposta pessoal.

7. 216 caixas.

O primeiro carregado é o mais rápido.

Tempo para transportar 240 caixas:

$$\frac{4}{240} = \frac{3}{x} \rightarrow x = 180$$

Nesse mesmo tempo, o segundo carregador irá transportar:

$$\frac{6}{x} = \frac{5}{180} \rightarrow x = 216, \text{ ou seja,}$$

216 caixas.

8. a) 200 kg

Para uma laje de 6 cm são utilizados 1 200 kg de cimento ($30 \cdot 40 = 1\,200$);

Para uma laje de 5 cm são utilizados 25 sacos de cimento;

$$\frac{6}{5} = \frac{30}{x} \rightarrow x = 25, \text{ ou seja,}$$

25 sacos de cimento, que correspondem a 1 000 kg de cimento ($25 \cdot 40 = 1\,000$).

Portanto, são utilizados 200 kg de cimento a menos ($1\,200 - 1\,000 = 200$).

b) 20 sacos.

$$\frac{1\,000}{50} = 20$$

Educação financeira p. 231

1. a) R\$ 78,00

$$28 + 30 + 15 + 5 = 78$$

b) A média nos outros 6 dias do mês deve ser de R\$ 3,00.

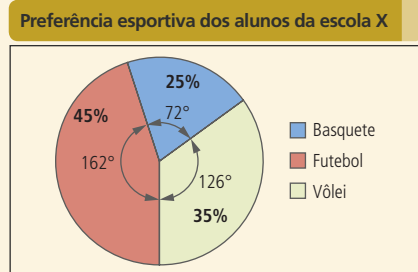
$$\frac{28 - 20}{6} = 3$$

c) Resposta pessoal.

d) Resposta pessoal.

Tratamento da informação p. 232

1.



2. $8\,600 + 16\,800 = 25\,400$ eleitores. (50%); $25\,400 + 25\,400 = 50\,800$ eleitores.

Retomando o que aprendeu p. 234

1. $\frac{25}{80} = 0,3125$

Alternativa c.

2. $\frac{a}{28} = \frac{12}{b} = \frac{15}{20}$
 $\frac{a}{28} = \frac{15}{20} \rightarrow a = 21$

$$\frac{12}{b} = \frac{15}{20} \rightarrow b = 16$$

Assim, $a + b = 21 + 16 = 37$.

Alternativa c.

3. $a + b + c = 420$

$$\frac{2}{a} = \frac{5}{b} = \frac{3}{c}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{5}{b} \rightarrow a = \frac{2b}{5}$$

$$\frac{5}{b} = \frac{3}{c} \rightarrow c = \frac{3b}{5}$$

$$\frac{2b}{5} + b + \frac{3b}{5} = 420 \rightarrow b = 210$$

$$c = \frac{3b}{5} \rightarrow c = \frac{3 \cdot 210}{5} \rightarrow c = 126$$

Alternativa a.

4. $x \cdot 5 = y \cdot 2 = z \cdot 10$

$$x \cdot 5 = y \cdot 2 \rightarrow x = 0,4y$$

$$y \cdot 2 = z \cdot 10 \rightarrow z = 0,2y$$

$$x + y + z = 34\,000 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,4y + y + 0,2y = 34\,000 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 21\,250$$

Alternativa b.

5. $a + b + c = 33$

$$\frac{5}{a} = \frac{4}{b} = \frac{2}{c}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{4}{b} \rightarrow a = \frac{5b}{4}$$

$$\frac{4}{b} = \frac{2}{c} \rightarrow c = \frac{2b}{4}$$

$$\frac{5b}{4} + b + \frac{2b}{4} = 33 \rightarrow b = 12$$

$$a = \frac{5b}{4} \rightarrow a = \frac{5 \cdot 12}{4} \rightarrow a = 15$$

Alternativa d.

6. $\frac{40}{60} = \frac{x}{15} \rightarrow x = 10$

Alternativa b.

7. $\frac{2 \cdot 60}{3} = 40$

Alternativa d.

8. $\frac{3}{x} = \frac{2,5}{4} \rightarrow x = 4,8$

Alternativa b.

9. $\frac{60}{x} = \frac{12}{16} \rightarrow x = 80$

Alternativa c.

10. $\frac{30}{42} = \frac{60}{x} \rightarrow x = 84$

Alternativa e.

11. $\frac{7}{x} = \frac{105}{150} \rightarrow x = 10$

Alternativa a.

12. $\frac{102}{3060} = \frac{9}{x} \rightarrow x = 270$

Alternativa e.

13. $\frac{6}{4} \cdot \frac{10}{30} = \frac{1026}{x} \rightarrow x = 2052$

Alternativa b.

14. $\frac{8}{12} \cdot \frac{15}{20} \cdot \frac{6000}{4000} = \frac{6}{x} \rightarrow x = 8$

Alternativa a.

DIVULGAÇÃO
PNLD 2020
FTD

Porcentagem, probabilidade e estatística

Atividades p. 240

1. a) Equipe A: $\frac{24}{30} = 0,8 = 80\%$;

equipe B: $\frac{21}{28} = 0,75 = 75\%$.

b) Equipe A; a equipe A ganhou 80% dos jogos, enquanto a equipe B ganhou 75% dos jogos.

2. 32 medalhas.

A porcentagem de medalhas de bronze será de:

$$100\% - 25\% - 35\% = 40\%$$

Assim, o número de medalhas de

$$\text{bronze será de: } \frac{40}{100} \cdot 80 = 32.$$

3. R\$ 108,00

Valor pago pela Mariana:

$$\text{R\$ } 135,00 - \frac{20}{100} \cdot \text{R\$ } 135,00 =$$

$$= \text{R\$ } 135,00 - \text{R\$ } 27,00 =$$

$$= \text{R\$ } 108,00$$

4. a) $\text{R\$ } 83,85 - \text{R\$ } 78,00 =$

$$= \text{R\$ } 5,85$$

b) $\frac{5,85}{78,00} = 0,075 =$

$$= 7,5\%$$

5. 46,92 milhões de domicílios.

$$\frac{69}{100} \cdot 68\,000\,000 = 46\,920\,000$$

Educação financeira p. 241

1. Ajudam os pais a fazer compras mais conscientes.

2. Aproximadamente 275 pais e mães.

$$\frac{73}{100} \cdot 376 = 274,48$$

3. Cerca de 165 pais e mães.

$$\frac{44}{100} \cdot 376 = 165,44$$

4. Resposta pessoal.

Atividades p. 243

1. $\frac{1}{2}$

2. $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

3. a) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

4. a) $\frac{1}{12}$

b) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

c) $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

5. $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Alternativa d.

Tratamento da informação p. 244

1. À medida que aumentamos o número de lançamentos, a tendência é que os resultados obtidos se aproximem mais da probabilidade calculada.

Repetições	Resultado	
	Cara	Probabilidade (cara)
10	4	$\frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$
50	23	$\frac{23}{50} = 0,46 = 46\%$
100	53	$\frac{53}{100} = 0,53 = 53\%$
200	97	$\frac{97}{200} = 0,485 = 48,5\%$
300	146	$\frac{146}{300} = 0,486 = 48,6\%$
400	191	$\frac{191}{400} = 0,4775 = 47,75\%$
500	261	$\frac{261}{500} = 0,522 = 52,2\%$
600	323	$\frac{323}{600} = 0,5383 = 53,8\%$
700	346	$\frac{346}{700} = 0,494 = 49,4\%$
800	401	$\frac{401}{800} = 0,50125 = 50,1\%$
900	454	$\frac{454}{900} = 0,5044 = 50,4\%$
1000	498	$\frac{498}{1000} = 0,498 = 49,8\%$

Repetições	Coroa	Probabilidade (coroa)
10	6	$\frac{6}{10} = 0,6 = 60\%$
50	27	$\frac{27}{50} = 0,54 = 54\%$
100	47	$\frac{47}{100} = 0,47 = 47\%$
200	103	$\frac{103}{200} = 0,515 = 51,5\%$
300	154	$\frac{154}{300} = 0,513 = 51,3\%$
400	209	$\frac{209}{400} = 0,5225 = 52,25\%$
500	239	$\frac{239}{500} = 0,478 = 47,8\%$
600	277	$\frac{277}{600} = 0,461 = 46,1\%$
700	354	$\frac{354}{700} = 0,505 = 50,5\%$
800	399	$\frac{399}{800} = 0,49875 = 49,8\%$
900	446	$\frac{446}{900} = 0,4955 = 49,5\%$
1000	502	$\frac{502}{1000} = 0,502 = 50,2\%$

2. a) Resposta pessoal.

b) Resposta possível: A moeda poderia ser viciada.

Atividades p. 248

1. a) Inglês: $\frac{15 + 16 + 14}{3} = 15$;
Espanhol: $\frac{21 + 20 + 25}{3} = 22$.

b) Manhã: $\frac{15 + 21}{2} = 18$;

Tarde: $\frac{16 + 20}{2} = 18$;

Noite: $\frac{14 + 25}{2} = 19,5$.

2. a) O consumo médio mensal é aproximadamente $13,83 \text{ m}^3$.

$$\frac{11 + 13 + 14 + 14 + 16 + 15}{6} = \frac{83}{6} \approx 13,83$$

b) Aproximadamente $0,46 \text{ m}^3$.

$$\frac{13,83}{30} \approx 0,46$$

3. a) 186 refeições; não.

$$\frac{100 + 210 + 230 + 240 + 150}{5} = \frac{930}{5} = 186$$

b) Terça-feira, quinta-feira e sexta-feira.

c) 140 refeições.

$$\text{Amplitude} = 240 - 100 = 140$$

d) O valor médio está mais próximo do valor máximo.

Por toda parte p. 249

1. a) 157,5 kWh; 32,4 kWh

• 3 chuveiros elétricos:

$$3 \cdot 52,5 = 157,5$$

• 2 computadores com impressora e estabilizador em cada um:

$$2 \cdot 16,2 = 32,4$$

b) 217,55 kWh

$$5 + 52,5 + 16,2 + 5 + 12 + 90 + 4 + 0,6 + 2,25 + 30 = 217,55$$

c) R\$ 119,65

$$\text{R\$ } 0,55/\text{kWh} \cdot 217,55 \text{ kWh} = \text{R\$ } 119,65$$

d) 232,7 kWh

Aparelho	Consumo médio mensal (kWh) por aparelho	Nº de aparelhos	Consumo médio mensal (kWh)
TVs em cores de 32 polegadas	30	2	60
lavadora de roupas	4	1	4
chuveiro elétrico	52,5	2	105
secadores de cabelo	2,25	2	4,5
ferro elétrico automático	5	1	5
aspirador de pó	5	1	5
liquidificador	0,6	1	0,6
computadores com impressora e estabilizador	16,2	3	48,6
Total			232,7

e) $\text{R\$ } 0,55/\text{kWh} \cdot 232,7 \text{ kWh} = \text{R\$ } 127,99$

f) Resposta pessoal.

g) Resposta pessoal.

Atividades p. 253

1. a) $34 + 45 + 21 = 100$, ou seja, 100 médicos.

b) $\frac{34}{100} = 0,34 = 34\%$

2. A censitária, pois o tamanho da população é suficientemente pequeno para que todos os elementos sejam pesquisados.

3. Resposta possível: A amostra deve conter pessoas de ambos os sexos, de diferentes idades e diferentes rendas.
4. Não, pois não foi informada a quantidade de sócios e a amostra pode não representar a população, ou seja, todos os sócios do clube.
5. Resposta pessoal.

Tecnologias p. 254

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.

Retomando o que aprendeu p. 256

1. $\frac{8,5}{18} = 0,47$, ou seja, 47%.
Alternativa d.

2. • Média do aluno X:

$$\frac{5 + 5 + 5 + 10 + 6}{5} =$$

$$= \frac{31}{5} = 6,2$$

- Média do aluno Y:

$$\frac{4 + 9 + 3 + 9 + 5}{5} =$$

$$= \frac{30}{5} = 6,0$$

- Média do aluno Z:

$$\frac{5 + 5 + 8 + 5 + 6}{5} =$$

$$= \frac{29}{5} = 5,8$$

Alternativa b.

3. $\frac{7}{200} = 0,035 = 3,5\%$
Alternativa e.

4. $R\$ 180,00 \cdot 1,05 = R\$ 189,00$
Alternativa c.

5. $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$
Alternativa d.

6. Censitária; pois a escola contatou todos os alunos entre 7 e 16 anos.

7. Média:

$$\frac{237 + 262 + 158 + 159 + 160 +}{8}$$

$$+ \frac{278 + 300 + 278}{8} =$$

$$= \frac{1832}{8} = 229$$

Assim, temos o seguinte:

Região	Funcionários contratados
Oeste	10
Centro	10
Norte	7
Sul	7
Noroeste	7
Leste	10
Centro-oeste	10
Centro-sul	10
Total	71

Alternativa d.

Área e volume

Atividades p. 264

1. a) $A = 8 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^2$
 b) $A = 12 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 72 \text{ cm}^2$
 c) $A = \frac{(6 \text{ cm} + 4 \text{ cm}) \cdot 3 \text{ cm}}{2} = 15 \text{ cm}^2$
 d) $A = \frac{(7 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) \cdot 4 \text{ cm}}{2} = 24 \text{ cm}^2$

2. $20,8 \text{ cm}^2$
 $A = \frac{8 \text{ cm} + 5,2 \text{ cm}}{2} = 20,8 \text{ cm}^2$

3. 50 cm^2
 $A = 10 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$

4. 108 cm^2
 $A = \frac{18 \text{ cm} \cdot \frac{2}{3} \cdot 18 \text{ cm}}{2} = 108 \text{ cm}^2$

5. a) $A = 3 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} + 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 22 \text{ cm}^2$
 b) $A = 3 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} + \frac{3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 18 \text{ cm}^2$

6. $A = \frac{(34 \text{ m} + 10 \text{ m}) \cdot 16 \text{ m}}{2} = 352 \text{ m}^2$
 Alternativa d.

7. 7 m^2
 $A = 1 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} + 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} + 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 7 \text{ m}^2$

8. 1040 m^2
 $A = 40 \text{ m} \cdot 32 \text{ m} - 20 \text{ m} \cdot 12 \text{ m} = 1040 \text{ m}^2$

9. a) (I): $90 \text{ m} \cdot 110 \text{ m} = 9900 \text{ m}^2$;
 (II): $30 \text{ m} \cdot 122 \text{ m} = 3660 \text{ m}^2$
 b) $A = 9900 \text{ m}^2 + 3660 \text{ m}^2 = 13560 \text{ m}^2$

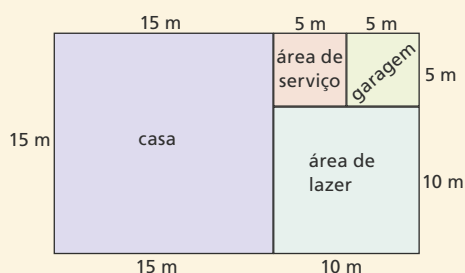
10. 584 ladrilhos.

Área ocupada pelos ladrilhos:
 $18,25 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m} + 18,25 \text{ m} \cdot 0,75 \text{ m} = 36,5 \text{ m}^2$.

Número de ladrilhos colocados no muro: $\frac{36,5}{0,0625} = 584$.

11. 6237 m^2
 $A = 55 \cdot 1,80 \text{ m} \cdot 35 \cdot 1,80 \text{ m} = 6237 \text{ m}^2$

12. 375 m^2



$$A = 25 \text{ m} \cdot 15 \text{ m} = 375 \text{ m}^2$$

13. $13,44 \text{ m}^2$
 $A = 7 \cdot 12 \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m} = 13,44 \text{ m}^2$

14. 1900 cm^2 .
 Área reaproveitada =
 $= 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} - 90 \text{ cm} \cdot 90 \text{ cm} = 1900 \text{ cm}^2$

Por toda parte p. 266

1. a) Densidade demográfica = $\frac{14016906 \text{ hab.}}{564830 \text{ km}^2} \approx 24,8 \text{ hab./km}^2$
 b) Densidade demográfica = $\frac{2675656 \text{ hab.}}{693 \text{ km}^2} \approx 3861 \text{ hab./km}^2$

2. a) Rio Grande do Sul; 281 731 km^2 .
 b) Rio Grande do Sul;
 10 693 929 habitantes.

- c) Densidade demográfica = $\frac{10693929 \text{ hab.}}{281731 \text{ km}^2} \approx 37,9 \text{ hab./km}^2$

d) O estado menos populoso é Santa Catarina.

Densidade demográfica = $\frac{6248436 \text{ hab.}}{95733 \text{ km}^2} \approx 65,3 \text{ hab./km}^2$

3. Resposta pessoal.

Pense e responda p. 267

Seja p a profundidade da piscina.

Assim: $8 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} \cdot p = 120 \text{ m}^3$
 $p = 3 \text{ m}$

Atividades p. 270

1. a) 1700000 cm^3
 b) $15,6 \text{ cm}^3$
 c) 12000 cm^3
 d) 30000 cm^3

2. a) dm^3
 b) dm^3
 c) m^3
 d) dm^3

3. 8000 dm^3
 Como $2 \text{ m} = 20 \text{ dm}$, temos:
 $V = 20 \text{ dm} \cdot 20 \text{ dm} \cdot 20 \text{ dm} = 8000 \text{ dm}^3$

4. 300 cm
 Como $27 \text{ m}^3 = 27000000 \text{ cm}^3$, temos:
 $\text{Aresta} = \sqrt[3]{27000000 \text{ cm}^3} = 300 \text{ cm}$

5. a) $V = 20 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 9000 \text{ cm}^3$
 b) $V = 25 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 3000 \text{ cm}^3$
 c) $V = 50 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} = 125000 \text{ cm}^3$

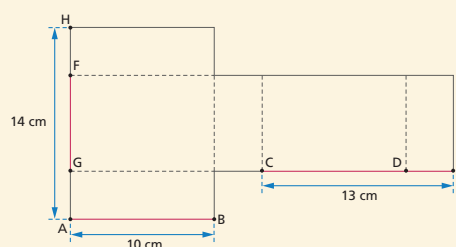
6. 4 m
Seja t a medida da aresta do cubo.
Assim:
 $V = t^3 = 64 \rightarrow t = \sqrt[3]{64} \rightarrow t = 4$

7. 9 cm
Seja x a altura da caixa.
Assim: $25 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot x =$
 $= 2700 \text{ cm}^3 \rightarrow x = 9 \text{ m}$

8. As dimensões, em decímetros, são:
10 dm, 12 dm e 8 dm.
Assim: $V = 10 \text{ dm} \cdot 12 \text{ dm} \cdot 8 \text{ dm} =$
 $= 960 \text{ dm}^3 = 960 \text{ L}$
Alternativa c.

9. 20 baldes.
 $0,6 \text{ m}^3 = 600 \text{ dm}^3 = 600 \text{ L}$
Seja x a quantidade de baldes.
Assim: $30 \cdot x = 600 \rightarrow x = 20$

10.



Na representação anterior, o segmento AB corresponde ao comprimento da caixa, o segmento FG, à largura e o segmento DE corresponde à altura. Como $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, então $\overline{CD} = 10 \text{ cm}$ e $\overline{DE} = 3 \text{ cm}$. Como $\overline{HF} \cong \overline{GA} \cong \overline{DE}$, então $\overline{FG} = 14 - 3 - 3 = 8$, ou seja, 8 cm.

Assim: $V = 8 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} =$
 $= 240 \text{ cm}^3$
Alternativa c.

11. O objeto não cabe na caixa 2.

Volume da caixa 1:
 $86 \text{ cm} \cdot 86 \text{ cm} \cdot 86 \text{ cm} =$
 $= 636056 \text{ cm}^3$

Volume da caixa 3:
 $85 \text{ cm} \cdot 82 \text{ cm} \cdot 90 \text{ cm} =$
 $= 627300 \text{ cm}^3$

Volume da caixa 4:
 $82 \text{ cm} \cdot 95 \text{ cm} \cdot 82 \text{ cm} =$
 $= 638780 \text{ cm}^3$
Volume da caixa 5:
 $80 \text{ cm} \cdot 95 \text{ cm} \cdot 85 \text{ cm} =$
 $= 646000 \text{ cm}^3$
Sobrar o menor espaço livre na caixa com o menor volume.
Alternativa c.

12. Volume do cubo maior:
 $V = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$, ou seja, 1728 cm^3 .
Volume do cubo menor:
 $V' = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$, ou seja, 512 cm^3 .
Volume de madeira utilizado:
 $1728 \text{ cm}^3 - 512 \text{ cm}^3 = 1216 \text{ cm}^3$
Alternativa d.

13. Resposta pessoal.

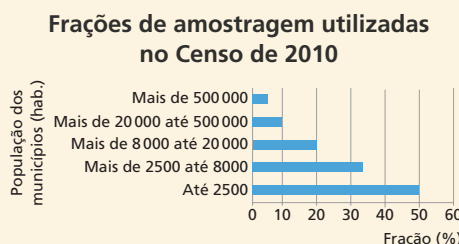
Tratamento da informação p. 272

1. Frações de amostragem utilizadas no Censo de 2010

População dos municípios (hab.)	Fração (%)
Até 2 500	50
Mais de 2 500 até 8 000	33
Mais de 8 000 até 20 000	20
Mais de 20 000 até 500 000	10
Mais de 500 000	5

Fonte: ALBIERI, S.; BIANCHINI, Z. M. **Principais Aspectos de Amostragem das Pesquisas Domiciliares do IBGE**. Revisão 2015. Disponível em: <<https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv94403.pdf>>. Acesso em: 22 out. 2018.

Resposta pessoal. Possível resposta:



Fonte: ALBIERI, S.; BIANCHINI, Z. M. **Principais Aspectos de Amostragem das Pesquisas Domiciliares do IBGE**. Revisão 2015. Disponível em: <<https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv94403.pdf>>. Acesso em: 22 out. 2018.

2. São Paulo: $\frac{11\,253\,503}{3\,573\,509} \approx 3,15$;
Rio de Janeiro: $\frac{6\,320\,446}{2\,145\,379} \approx 2,95$;
Salvador: $\frac{2\,675\,656}{858\,496} \approx 3,12$;
Brasília: $\frac{2\,570\,160}{774\,037} \approx 3,32$;
Belo Horizonte: $\frac{2\,375\,151}{762\,136} \approx 3,12$;
Fortaleza: $\frac{2\,452\,185}{709\,952} \approx 3,45$;
Curitiba: $\frac{1\,751\,907}{576\,190} \approx 3,04$;
Porto Alegre: $\frac{1\,409\,351}{508\,098} \approx 2,77$;
Recife: $\frac{1\,537\,704}{470\,896} \approx 3,27$;
Manaus: $\frac{1\,802\,014}{460\,767} \approx 3,91$.
3. Domicílios particulares permanentes:
 $3\,573\,509 - 460\,767 = 3\,112\,742$.
População: $11\,253\,503 - 1\,409\,351 =$
 $= 9\,844\,152$.

4. Respostas pessoais.

Retomando o que aprendeu p. 274

1. Área da cozinha: $3,45 \text{ m} \cdot 4,2 \text{ m} =$
 $= 14,49 \text{ m}^2$
Área de cada ladrilho:
 $0,3 \text{ m} \cdot 0,3 \text{ m} = 0,09 \text{ m}^2$
Número de ladrilhos = $\frac{14,49}{0,09} = 161$
Alternativa c.
2. Se a área do quadrado maior é 25 m^2 , então seu lado mede 5 m.
Assim: $AB = AG - BG \rightarrow$
 $\rightarrow AB = 5 \text{ m} - 2 \text{ m} = 3 \text{ m}$
Portanto, a área da parte azul será:
 $25 \text{ m}^2 - 9 \text{ m}^2 = 16 \text{ m}^2$
Alternativa a.
3. $A = 2 \cdot 10 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 80 \text{ m}^2$
Assim, o número de telhas pode ser calculado por: $20 \cdot 80 = 1\,600$.
Alternativa c.
4. A razão procurada será:
 $\frac{1,5 \cdot 15 \text{ cm} \cdot 1,5 \cdot 8 \text{ cm}}{15 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}} = 2,25 =$
 $= \frac{9}{4}$
Alternativa b.

5. $6 \cdot x \cdot 24 = 2\,160 \rightarrow x = 15$

Alternativa c.

6. $A = 2 \cdot 17 \cdot 5 + 2 \cdot 17 \cdot 24 + 2 \cdot 5 \cdot 24 \rightarrow A = 170 + 816 + 240 = 1\,226$

Alternativa b.

7. $0,4 \text{ km}^2 = 400\,000 \text{ m}^2$

Considerando x o lado do quadrado, temos:

$$x^2 = 400\,000 \rightarrow x \approx 632,45, \text{ ou seja, } 632,45 \text{ m.}$$

Alternativa d.

8. $N^\circ \text{ de quadrados} = \frac{7 \cdot 1,05}{0,35 \cdot 0,35} = 60$

Alternativa b.

9. $72 = \frac{N}{12 \cdot 20} \rightarrow N = 17\,280$

Alternativa c.

10. Alternativa b.

Atualidades em foco p. 276

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.

DIVULGAÇÃO
PNLD 2020
FTD

