

## IV/الكهرومغناطيسية ELECTROMAGNETISME

إن كلمة مغناطيس مشتقة من اسم المنطقة التي تقع على الشاطئ الغربي لتركيا الحديثة، حيث لوحظت ظاهرة التمغنط منذ القديم ( 600 قبل الميلاد). كانت تحتوي تلك المنطقة على مناجم لمعدن المانيتيت الذي له ميزات خاصة. و بالفعل، فلقد لوحظ أن قطعتين من المعدن المذكور قد تتجاذب أو تتنافر، كما يمكنها أن تمنح خصائصها لقطعة من حديد متواجدة بالقرب منها.

بقيت ظاهرة المغناطيسية دون تفسير حتى سنة 1819، حيث لاحظ العالم الدنمركي هانس كريستيان أورستيد (Hans Christian Oersted 1777-1851) أن مرور تيار كهربائي في سلك على مقربة من إبرة ممغنطة يجعلها تتحرف، مما يدل على أن هناك قوى مغناطيسية ناتجة عن التيار الكهربائي. أثبتت هذه التجربة أن سلكا يعبره تيار كهربائي يكتسب خصائص مغناطيسية مماثلة لتلك التي يتميز بها مغناطيس طبيعي.

في حاضرننا اتفق على أن كل الظواهر المغناطيسية هي ناتجة لسببين:

- ☞ لحركة الشحنات الكهربائية ( التيار الكهربائي ) ،
- ☞ لبعض الخصائص الداخلية للمادة.

**A/ الحقل المغناطيسي:** (champ magnétique)

**1/ تعريف الحقل المغناطيسي:**

يوجد حقل مغناطيسي في منطقة متواجدة بجوار:

- ☞ مغناطيس طبيعي أو اصطناعي ،
- ☞ الأرض التي نعتبرها مغناطيس ضخم ،
- ☞ ناقل يجتازه تيار كهربائي.

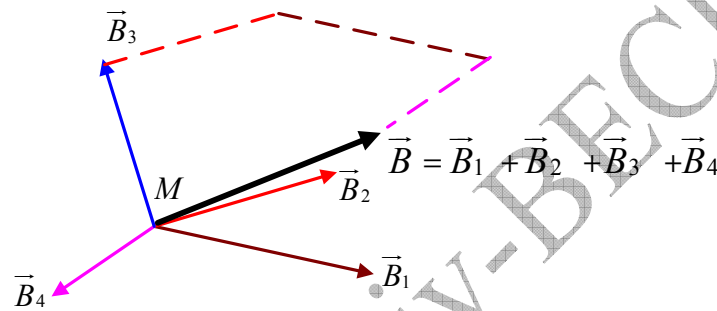
بالمقارنة مع الحقل الكهربائي فإن شحنة، أو مجموع شحنات، في حركة تولد في المنطقة المجاورة بها حقلا مغناطيسيا. هذا الحقل المغناطيسي يؤثر على شحنة كهربائية خارجية

$q$  في حركة بقوة  $\vec{F}_B$ . و كذلك الأمر بالنسبة لتيار، ما دام التيار الكهربائي هو حركة شحنات.

مثل الحقل الكهربائي  $\vec{E}$ ، الحقل المغناطيسي هو كذلك حقل شعاعي نرمز له بالحرف  $\vec{B}$  و اسمه الكامل هو: **حقل التحريض المغناطيسي** (champ d'induction magnétique).

## 2/ مبدأ تركيب الحقول المغناطيسية: (superposition de champs magnétiques)

إذا أثرت عدة حقول مغناطيسية  $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_n$  على شحنة كهربائية في حالة حركة أو على إبرة ممغنطة فإن الحقل المغناطيسي المكافئ  $\vec{B}$  يساوي المجموع الشعاعي لكافة الحقول المؤثرة:  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n$ .



الشكل 1.4 : تراكب الحقول المغناطيسية

## B/ القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة كهربائية متحركة :

(force électromagnétique agissant sur une charge électrique en mouvement)

**قانون لورنتز:** (Hendrik Antoon Lorentz 1853-1928) loi de Lorentz

كما سبق و أن قلنا يوجد حقل مغناطيسي بجوار كل جسم ممغنط، غير أن مثل هذا الحقل ليس له أي تأثير على شحنة كهربائية ساكنة.

إذا اعتبرنا شحنة متحركة في حقل مغناطيسي فإنها تصبح خاضعة لقوة جديدة ، بالإضافة إلى القوة الكهربائية و قوة الجاذبية.

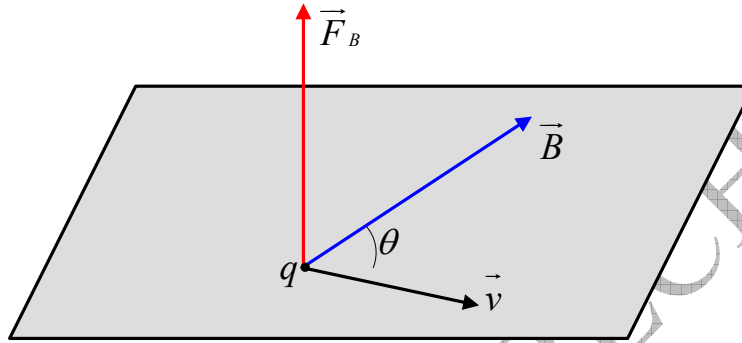
و هكذا حقق تجريبا أن الحقل المغناطيسي يطبق على شحنة متحركة قوة تتناسب طردا مع قيمة الشحنة و شعاع السرعة و شعاع الحقل المغناطيسي و تتعادم مع شعاع سرعة الشحنة:

$$(1.4) \quad \vec{F}_B = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \Leftrightarrow F_B = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$$

حين تنتقل الشحنة في منطقة حيث يسود الحقلان الكهربائي و المغناطيسي، فإن القوة الكلية هي محصلة القوتين الكهربائية و المغناطيسية:

$$(2.4) \quad \vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

هذه العلاقة تعبر عن قانون لورنتز.



الشكل 2.4 : القوة المغناطيسية المطبقة على شحنة متحركة في حقل مغناطيسي

### C/ القوة المغناطيسية المطبقة على عنصر من سلك مستقيم:

(force électromagnétique exercée sur un élément d'un conducteur rectiligne)

1/ قانون لابلاس: (loi de Laplace)

تعرفنا سابقا على كثافة التيار الكهربائي الذي يجتاز سلكا:  $\vec{J} = nq\vec{v}$

و كذلك على العلاقة بين شدة التيار و الكثافة:  $I = JS$

إذا وجد هذا الناقل في حقل مغناطيسي فإن القوة المغناطيسية المطبقة على شحنة داخل وحدة الحجم هي:

$$(3.4) \quad \vec{f} = nq\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{f} = \vec{J} \wedge \vec{B}$$

أما القوة المطبقة على حجم عنصري  $dV$  من السلك فتساوي:

$$(4.4) \quad d\vec{F} = \vec{f}.dV = (\vec{J} \wedge \vec{B}).dV$$

إذا كان  $S$  هو مقطع السلك و  $dl$  الطول العنصري المعتبر فإن :

$$(5.4) \quad d\vec{F} = (\vec{J} \wedge \vec{B})S.dl$$

للحصول على القوة الكلية المطبقة على حجم معين يجب القيام بعملية تكامل:

$$(6.4) \quad \vec{F} = \int_{\text{سلك}} (\vec{J} \wedge \vec{B}) S.dl$$

و بما أن  $\vec{J} = J\vec{u}_T$  حيث  $\vec{u}_T$  هو شعاع الوحدة المماس لمحور السلك فإن:

$$(7.4) \quad \vec{F} = \int_{\text{سلك}} (J.S) \vec{u}_T \wedge \vec{B}.dl$$

$$(8.4) \quad \vec{F} = \int_{\text{سلك}} I \vec{u}_T \wedge \vec{B}.dl$$

إذا اعتبرنا الناقل مستقيما موجودا في حقل مغناطيسي منتظم  $\vec{B}$ ، فهذا يعني أن  $\vec{u}_T$  و  $\vec{B}$  ثابتان، مما يسمح لنا بكتابة :

$$(9.4) \quad \vec{F} = I \vec{u}_T \wedge \vec{B} \int_{\text{سلك}} dl$$

إذا كان طول السلك السابح في الحقل المغناطيسي  $\int_{\text{سلك}} dl = l$  فإن:

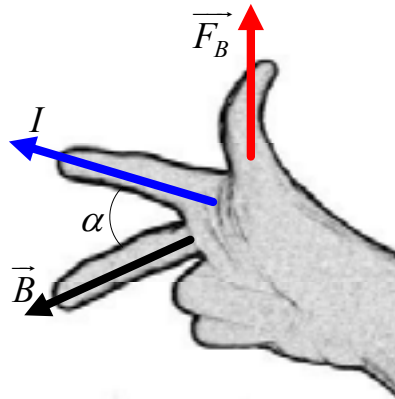
$$(10.4) \quad \vec{F} = I l \vec{u}_T \wedge \vec{B}$$

بما أن  $\|\vec{u}_T\| = 1$ ، وإذا كانت الزاوية بين الناقل المستقيم و شعاع الحقل المغناطيسي هي  $\alpha$  فإن:

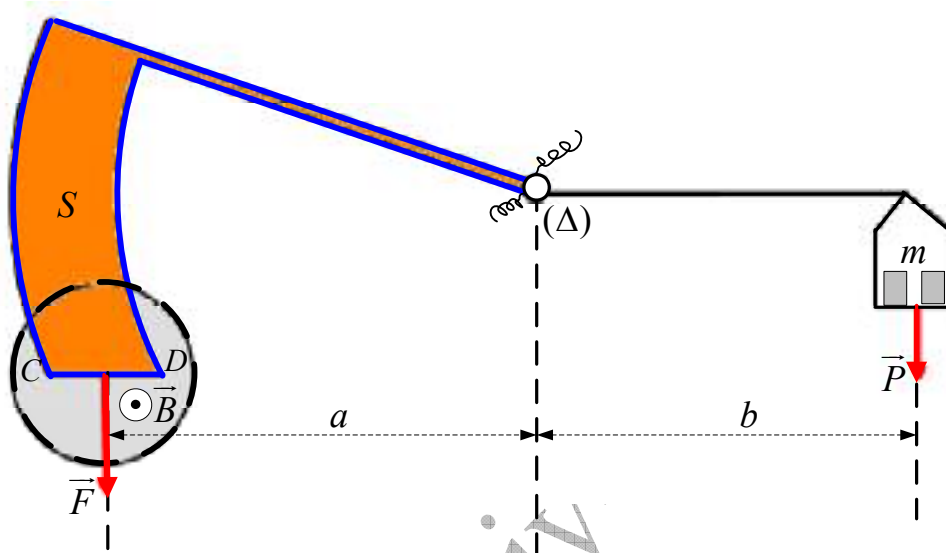
$$(11.4) \quad \boxed{F = B.I.l.\sin \alpha}$$

هذه العبارة تدل على قانون لابلاس.

للحصول على الحامل و الاتجاه نستعمل قاعدة اليد اليمنى المعروفة، حيث الإبهام يشير إلى القوة المغناطيسية، السبابة إلى التيار أو السلك و الوسطى إلى شعاع الحقل المغناطيسي.



الشكل 3.4 قاعدة اليد اليمنى

2/ تطبيقات:balance de Cotton (Aimé Cotton 1869-1951) : 1/ ميزان كوطون:

الشكل 4.4 : ميزان كوطون

يتكون ميزان كوطون من ذراعين قابلين للدوران حول محور  $\Delta$ :

القسم الأول يتميز بشكل خاص متكون من قطاع دائري عازل  $S$  مصنوع من مادة بلاستيكية يحده قوسان متمركزان على محور الدوران  $\Delta$  للرافعة.  $S$  يشتمل على جزء مستقيم  $CD$  طوله  $l$ ، أفقي حين يكون الميزان في توازن.

سلك ناقل يخرج من  $O$ ، يتبع القطاع الدائري و القطعة المستقيمة  $CD$ ، ثم يعود إلى  $O$ .

الذراع الآخر للرافعة يحمل كفة. يكون الميزان متوازنا حين لا يمر أي تيار كهربائي.

إذا غمرنا القطاع في حقل مغناطيسي منتظم  $\vec{B}$ ، عمودي على مستوى الشكل ووجهه نحو الأمام، نلاحظ اختلال توازن الميزان عند مرور تيار كهربائي في السلك. من أجل استعادة التوازن يكفي وضع كتل معايرة على الكفة.

العزمان الغير معدومين والمؤثرين على الجملة هما عزم الثقل  $\vec{P}$  للكتل، و عزم قوة لابلاس  $\vec{F}_B$ .

$$F_B \cdot a = mg \cdot b \Rightarrow F_B = \frac{mg \cdot b}{a}$$

عند التوازن:

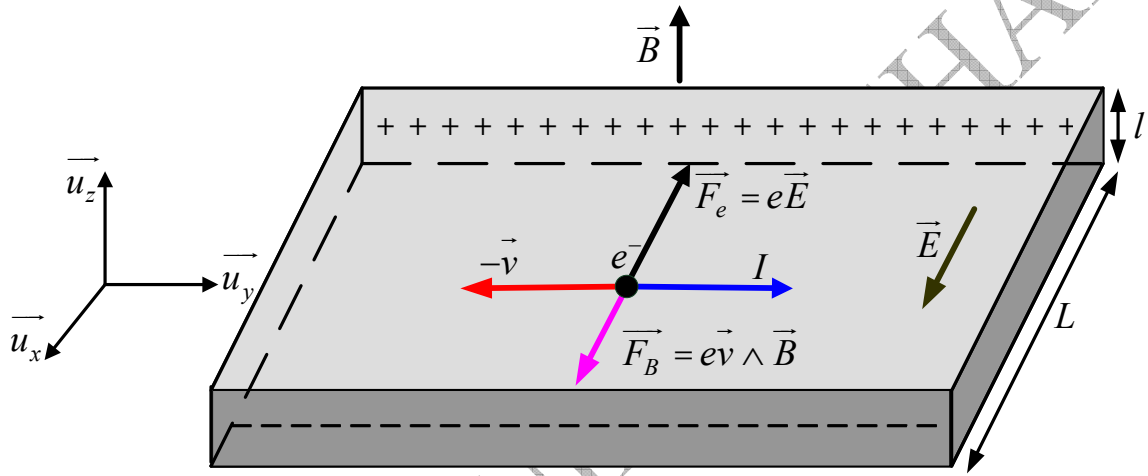
و هكذا يمكن حساب شدة حقل التحريض المغناطيسي:

$$(12.4) \quad B.I.l.a = mgb \Rightarrow B = \frac{mgb}{I.l.a}$$

وحدة  $B$ : تيسلا  $tesla(T)$

ب/ فعل هال (Edwin Herbert 1855-1938) effet- Hall

يمثل الشكل 5.4 صفيحة من نحاس مقطوعها مستطيل (بضع ميليمترات) يجتازها تيار كهربائي  $I$  في اتجاه الطول.



الشكل 5.4 : فعل هال

تتبع الإلكترونات مسارات موازية للمحور  $Oy$ ، و تنتقل بسرعة  $-\vec{v}$  في عكس الاتجاه الاصطلاحي للتيار الذي يجري في اتجاه  $Oy$ .

عند تطبيق حقل مغناطيسي  $\vec{B}$  عمودي على الصفيحة ( حسب الشكل وفق  $Oz$  )، فإن كل إلكترون يخضع للقوة المغناطيسية  $\vec{F}_B = -e \cdot -\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_B = e \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ . تحت تأثير هذه القوة المغناطيسية تنحرف الإلكترونات نحو يمين الصفيحة و الذي يشحن سلباً، بينما الجانب الآخر من الصفيحة يشحن إيجاباً، نظراً لتناقص الإلكترونات التي انحرفت نحو الجهة اليمنى. هذا ما يتسبب في ظهور حقل كهربائي  $\vec{E}$  مواز للمحور  $Ox$ .

تخضع الإلكترونات في كل لحظة إلى قوتين :

القوة المغناطيسية:  $\vec{F}_B = e \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$  الناتجة عن الحقل المغناطيسي و موجهة في اتجاه  $Ox$ ،

القوة الكهربائية:  $\vec{F}_e = -e\vec{E}$  الناتجة عن الحقل الكهربائي و موجهة عكس اتجاه  $Ox$ .

تساوي القوتين يؤدي إلى حالة توازن مما يؤدي إلى فرق في الكمون عرضي بين الطرفين المتقابلين من الصفيحة و هو يتناسب طردا مع  $\vec{B}$ .

تسمى هذه الظاهرة التي قمنا بوصفها بـ **فعل هال العادي أو السالب** (effet Hall ordinaire ou négatif) ، الذي يظهر على أغلبية المعادن مثل النحاس، الفضة، الذهب، البلاتين....و لكن في بعض المعادن مثل التوتياء، الكوبالت، و الحديد و في مواد أخرى كأنصاف النواقل يحدث **فعل هال الموجب** (effet Hall positif). و التفسير هو أن شحنات موجبة هي التي تنتقل في اتجاه التيار الكهربائي مما يقلب رأسا على عقب التحليل الذي قمنا به في حالة فعل هال السالب.

و هكذا فإن فعل هال المكتشف سنة 1879 يقدم طريقة جد مفيدة لتحديد إشارة حاملات الشحنة في ناقل.

من فوائد فعل هال السماح بتحديد كثافة الشحنة، أي عدد الشحنات في واحدة الحجم، كما تبينه الحسابات التالية.

$$F_e = F_B \Rightarrow evB = eE \Rightarrow E = vB \quad \text{حين بلوغ التوازن :}$$

$$U_H = E.L \Rightarrow E = \frac{U_H}{L} \quad \text{نسمي توتر هال فرق الكمون الذي يظهر بين طرفي الصفيحة:}$$

$$I = JS = nevS \quad \text{نعرف مما سبق أن شدة التيار هي:}$$

$$I = nevLl \Rightarrow v = \frac{I}{neLl} \quad \text{و بما أن } S \text{ هو مقطع الصفيحة فإن :}$$

و من ثمة فإن كثافة حاملات الشحنة هي:

$$vB = \frac{U_H}{L} \Rightarrow \frac{I}{neLl} B = \frac{U_H}{L} \Rightarrow \boxed{n = \frac{IB}{eLU_H}}$$

بالنسبة للمعادن العادية كثافة الشحنات من مرتبة  $10^{28} / m^3$ .

**/D قاعدة أمبير:** (règle d'Ampère)

كان أرشيد أول من برهن تجريبيا أن التيار الكهربائي يولّد حقلًا مغناطيسيا في المنطقة المجاورة له.

توالت التجارب على مدى عدة سنوات إلى أن توصل أمبير سنة 1826، و خلال أيام فقط، إلى قانون تجريبي يحمل اسمه.

يمثل الشكل 6.4 مجموعة من التيارات تمر داخل منحنى مغلق (C).

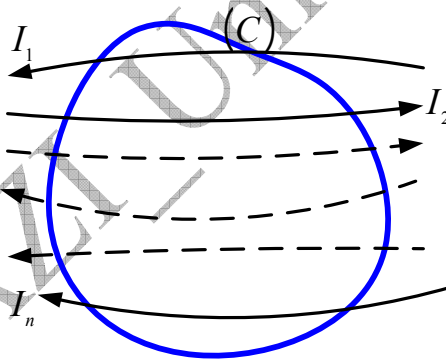
### نص قانون أمبير:

"تجوال الحقل المغناطيسي على طول منحنى مغلق يضم تيارات  $I_1, I_2, \dots, I_n$  يساوي جداء النفاذية المغناطيسية للفراغ في المجموع الجبري لشدة التيارات المحصورة داخل المحيط (C).

(13.4)

$$A_B = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T.m.A^{-1}$$



الشكل 6.4 : التيارات داخل منحنى مغلق

### مثال 1.4:

يجتاز تيار كهربائي ناقلا اسطوانيا لا متناهي الطول نصف قطره  $R$ . كثافة التيار  $\vec{J}$  ثابتة عبر كل مقطع الأسطوانة و موازية للمحور  $OZ$ . نعتبر  $I_0$  التيار الكلي الذي يجتاز الأسطوانة. أحسب الحقل المغناطيسي داخل و خارج الأسطوانة. أرسم تغيراته.

الحل:



نعتبر دائرة تحيط بالأسطوانة و تتعامد معها، نصف قطرها الشكل 7.4(أ). تعبر المقطع  $S_0$  لهذه الأسطوانة تيارات شدتها الكلية  $I_0$ . إذن تجوال تحريض الحقل المغناطيسي وفق المسار المغلق (C) يساوي:

$$A_B = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi \cdot r$$

$$B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot I_0 \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot I_0}{2\pi \cdot r}}$$

تمثل هذه العبارة شدة الحقل المغناطيسي خارج الأسطوانة و الناتج عن مرور التيار الكهربائي في الأسطوانة. كما نلاحظ أن هذا الحقل يتناسب عكسا مع المسافة  $(R < r)$ .

أما داخل الأسطوانة  $r < R$ ، فالتيار الذي يعبر الدائرة الشكل 7.4 (ب) هو  $I$ :

$$J = \frac{I_0}{S_0} = \frac{I}{S} \Rightarrow I = \frac{I_0}{S_0} \cdot S$$

$$S_0 = \pi R^2, \quad S = \pi r^2$$

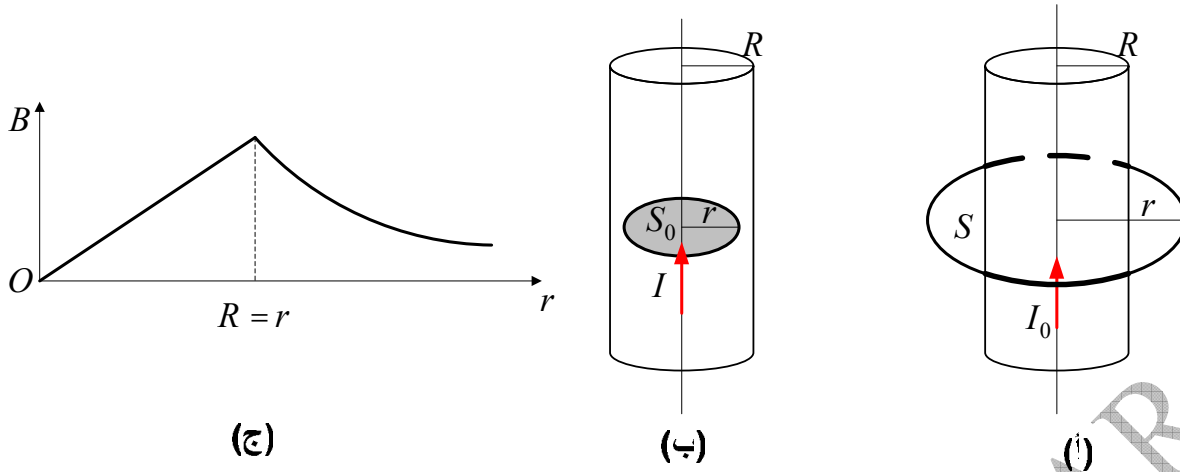
التجوال يساوي إذن:

$$A_B = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot I$$

$$\mu_0 \cdot I = \mu_0 \cdot I_0 \frac{S}{S_0} \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot I_0}{2\pi \cdot R^2} \cdot r}$$

في هذه الحالة شدة الحقل المغناطيسي في نقطة ما داخل الأسطوانة تتناسب طرذا مع البعد بين محور الأسطوانة و هذه النقطة.

يمثل الشكل 7.4(ج) تغيرات شدة الحقل المغناطيسي بدلالة البعد  $r$ .



الشكل 7.4 : تطبيق قاعدة أمبير

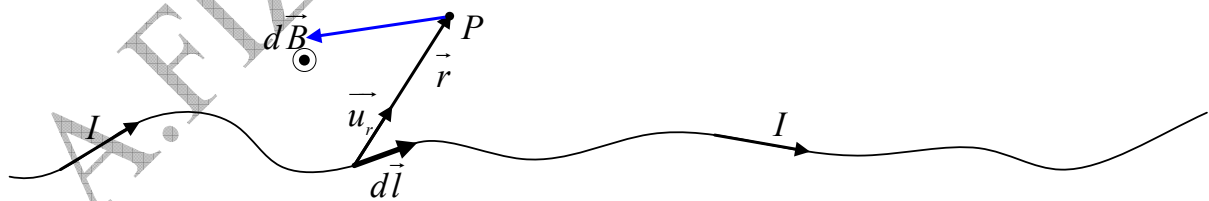
E/ قانون بيوت وسافار:

Loi de Biot et Savard (J.Batiste Biot 1774-1862/Félix Savard 1791-1841)

يسمح هذا القانون التجريبي، الذي وضع سنة 1820، بحساب التحريض المغناطيسي في نقطة من الفضاء، المتولد عن ناقل كيف ما كان شكله، يجتازه تيار كهربائي.

1/ نص القانون: يولد تيار كهربائي، شدته  $I$ ، يجتاز عنصرا  $d\vec{l}$  من ناقل، حقلًا مغناطيسيا عنصريا  $d\vec{B}$  يساوي:

$$(14.4) \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} d\vec{l} \wedge \vec{u}_r$$



الشكل 8.4 : الحقل المغناطيسي العنصري الناتج عن تيار كهربائي عنصري

$\vec{u}_r$  : يمثل شعاع الوحدة وفق منحنى شعاع الموضع  $\vec{r}$ . اتجاه  $d\vec{B}$  يحدد بقاعدة البرغي أو قاعدة اليد اليمنى.

إذا أردنا حساب التحريض المغناطيسي الكلي  $\vec{B}$  الناتج عن كل الناقل يكفي القيام بعملية التكامل:

$$(15.4) \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \int_{\text{الناقل}} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

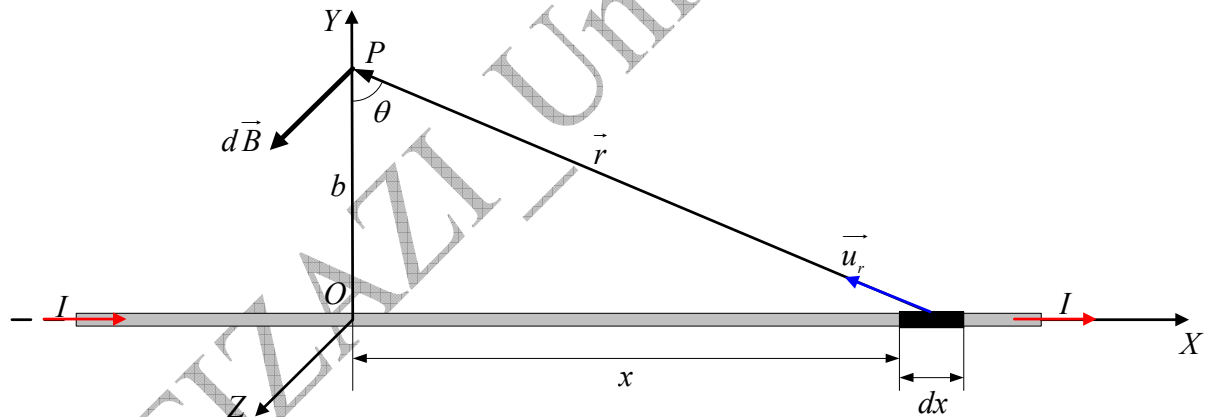
2/ تطبيقات قانون بيوت و سافار: (applications de la loi de Biot et Savart)

1/ حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن تيار مستقيم لا متناهي الطول:

(champ d'induction magnétique produit par un courant rectiligne infini)

يمثل الشكل 9.4 سلكا لا متناهي الطول ، يجتازه تيار كهربائي شدته  $I$ . نريد تعيين حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن كل السلك في النقطة  $P$  الواقعة على المحور  $Oy$ . لتطبيق قانون بيوت و سافار يجب تحديد إحداثيات الشعاعين  $d\vec{l}$  و  $\vec{r}$  في المعلم الديكارتي  $Oxyz$ . و بما أن  $\vec{r} = r \cdot \vec{u}_r \Rightarrow \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}$  ، يمكن كتابة القانون على الشكل:

$$(16.4) \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3}$$



الشكل 9.4 : الحقل المغناطيسي العنصري الناتج عن تيار كهربائي عنصري مستقيم

$$d\vec{l} = \begin{pmatrix} dx \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} -x \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$d\vec{l} \wedge \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ dx & 0 & 0 \\ -x & b & 0 \end{vmatrix} = b \cdot dx \cdot \vec{k} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{b \cdot d\vec{l}}{r^3} \vec{k}$$

$$r = \frac{b}{\cos \theta}, \quad x = b \cdot \tan \theta \Rightarrow dx = b \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta \quad \text{و بما أن:}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot b} \cos \theta \cdot d\theta \cdot \vec{k} \quad \text{بعد التعويض نحصل على:}$$

نكامل هذه العبارة من  $-\pi/2$  إلى  $\pi/2$ :

$$\vec{B} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot b} \vec{k} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta \cdot d\theta$$

لنحصل في الأخير على العبارة النهائية:

$$(17.4) \quad \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot b} \vec{k} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot b}}$$

الشعاع  $\vec{B}$  في هذه الحالة عمودي على المستوى  $Oxy$  و موجه حسب إحدى قواعد التوجيه.

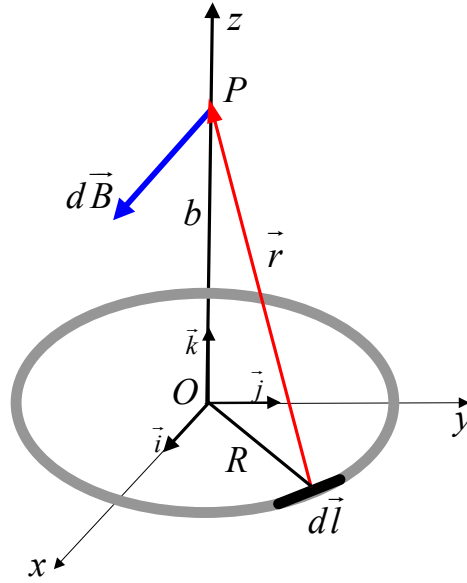
**ملاحظة:** في حالة ناقل مستقيم ترسم خطوط الحقل دوائر مركزها الناقل و متعامدة معه.

**ب/ حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن تيار دائري:**

(champ d'induction magnétique produit par un courant circulaire)

يبين الشكل 10.4 حلقة يجتاها تيار كهربائي ثابت الشدة  $I$ . نريد تحديد حقل

التحريض المغناطيسي على محور هذه الحلقة.



الشكل 10.4 : الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار دائري

نختار على الحلقة طولاً عنصرياً  $d\vec{l}$ ، ثم نحسب الحقل المغناطيسي العنصري المتولد في النقطة  $P$ . للحصول على الحقل الكلي نقوم بعملية التكامل.

حسب الشكل 11.4:

$$\left. \begin{array}{l} Oy \perp Ox \\ dl \perp R \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = \theta \text{ : الزاويتان } \alpha \text{ و } \theta \text{ متعامدتا الأضلاع}$$

$$d\vec{l} = -dx\vec{i} + dy\vec{j} \Rightarrow d\vec{l} = -dl \cdot \sin \alpha \vec{i} + dl \cdot \cos \alpha \vec{j}$$

$$\text{و بما أن } dl = R \cdot d\alpha$$

$$\text{فإن: } d\vec{l} = -R \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha \vec{i} + R \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha \vec{j}$$

و عليه فإن مركبات الشعاعين  $d\vec{l}$  و  $\vec{r}$  هي:

$$\vec{r} = \begin{vmatrix} -x = -R \cos \alpha \cdot d\alpha \\ -y = -R \sin \alpha \cdot d\alpha \\ b \end{vmatrix} \quad d\vec{l} = \begin{vmatrix} -R \sin \alpha \cdot d\alpha \\ R \cos \alpha \cdot d\alpha \\ 0 \end{vmatrix}$$